



TAREFAS PARA O ENSINO DE CÁLCULO POR MEIO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS: UM ESTUDO

Marcele Tavares Mendes¹, Rodrigo Becegato de Souza dos Santos², André Luis Trevisan³

¹Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina, Docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR. marceletavares@utfpr.edu.br

²Acadêmico do Curso de Engenharia Ambiental, Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR. Bolsista PIBIC/Fundação Araucária. rodrigobecegato123@gmail.com

³Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina, Docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR. andreлт@utfpr.edu.br

RESUMO

Neste artigo apresentamos uma discussão teórica de uma pesquisa de natureza qualitativa na qual desenvolvemos tarefas matemáticas para aulas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI), especificamente, referente a problemas de otimização por meio do uso de derivadas de funções de uma variável real. Para tanto, realizou-se uma compilação de problemas de otimização retirados de livros de cálculo, uma readaptação das tarefas por meio do software GeoGebra, e uma discussão de possíveis enunciações. Elaborar, implementar, readaptar tarefas é um dos objetivos de um projeto de pesquisa que investiga um ambiente educacional para o CDI em condições reais de ensino, submetido e aprovado no Edital Universal 14/2014 do CNPq. Os pressupostos de ensino e de aprendizagem considerados fundamentam-se na Educação Matemática Realística (RME) e defende-se a organização de ambientes de aprendizagem pautados em episódios de resolução de problemas. Para além de tarefas que demandam dos alunos competências de reprodução e memorização, buscou-se desenvolver tarefas que demandam a reflexão e que sejam flexíveis, significativas e informativas e que utilizem recursos tecnológicos.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática; Ensino de Cálculo; Tarefas; GeoGebra; Problemas de Otimização.

1 INTRODUÇÃO

Os processos de ensino e de aprendizagem envolvidos na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) têm sido objeto de debate e pesquisa há algumas décadas; apesar disso, ainda são usuais aulas pautadas em modelos tradicionais, nos quais os estudantes, a partir das instruções expositivas do professor, resolvem “exercícios-tipo”¹. Nesse modelo, geralmente o aluno é passivo na condição de observador de aulas em que o professor apresenta/transmite um raciocínio pronto e acabado; geralmente, são apresentadas definições, regras e algoritmos, e se espera que os alunos as reproduzam (NASCIMENTO, 2000; PEDROSO, 2009; BARICHELLO, 2008; REIS, 2001, 2009, MENDES, 2014).

De encontro com essa prática tradicional, investigamos abordagens de ensino em que os alunos trabalham de forma colaborativa, com tarefas que envolvem a resolução de problemas e integrem recursos tecnológicos. Essas características têm sido apontadas como potenciais para promover a interação e a aprendizagem dos estudantes (COBB, 1999; MARTIN, TOWERS, PIRIE, 2006; WEBER, MAHER, POWELL, LEE, 2008; FRANCISCO, 2012; MENDES, TREVISAN, 2016).

Nessas abordagens os alunos tornam-se condutores de seus processos de aprendizagem e, o professor é aquele que organiza as tarefas que oportunizam a eles aplicarem a matemática de forma flexível, em situações que sejam significativas e que favoreçam aos envolvidos – professor e alunos - recolherem informações para (re)orientarem os processos de ensino e de aprendizagem. Nosso olhar, neste trabalho, direciona-se a essa necessidade: organizar tarefas que utilizam recursos tecnológicos e que se referem a problemas de otimização por meio do uso de derivadas de funções de uma variável real.

¹ Aqueles em que o estudante apenas repete procedimentos desenvolvidos pelo professor na lousa em suas aulas.



Para tanto, na primeira seção apresentamos uma breve discussão dos princípios da abordagem de ensino Educação Matemática Realística (RME) e de características de tarefas. Na seção subsequente, uma caracterização do ambiente de aprendizagem na qual temos implementado um ensino por meio de episódios de resolução de problemas. Em seguida, um processo de reelaboração de uma tarefa que trata de problemas de otimização por meio de derivadas de funções de uma variável real. Finalizamos com as nossas considerações finais, seguidas das referências bibliográficas.

2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA E TAREFAS MATEMÁTICAS

A Educação Matemática Realística, preconizada por Hans Freudenthal (1973, 1991), tem por princípio a valorização da matemática como atividade humana, no sentido de ser uma atividade que evolui e transforma-se sob a influência das modificações sociais. Nessa abordagem de ensino, a matemática torna-se um meio de organizar uma situação (tarefa) e não um fim. Por conseguinte, aos estudantes devem-se propor tarefas que oportunizem a exploração intuitiva de ideias e, posteriormente, a elaboração de conceitos como consequência do processo de organização matemática de situações, favorecendo a oportunidade de o estudante ser construtor/elaborador/reinventor de uma matemática.

No Quadro 1 é apresentado um paralelo entre características da Educação Matemática Realística e tendências tracionais de ensino, conforme discussão apresentada por Mendes (2014).

Quadro 1: Aspectos para ensino da matemática na RME em relação a Tendências Tradicionais

RME	Tendências Tradicionais
Atividade humana	Disciplina preestabelecida
Matematização da realidade	Realidade matematizada
Reinvenção de conceitos	Transmissão de conceitos
Realidade como fonte da matemática	Realidade como domínio de aplicação
Articulação da matemática com outros domínios	Matemática isolada
Contextos ricos de significado	Reunião de problemas linguísticos
Elaboração de representações mentais	Conceitos
Compreensão de mecanismos	Reprodução de mecanismos
Abordagens múltiplas em relação a conceitos novos	Concretização múltipla

Fonte: (MENDES, 2014, p.22).

As “boas” tarefas, nessa abordagem de ensino, tornam-se uma “matéria-prima” para os processos de ensino e de aprendizagem, já que é por meio do lidar com elas que se reinventa/elabora/constrói o conhecimento matemático. Van den Heuvel Panhuizen (1996) discute características desejáveis para essas tarefas, a constar: informativas; significativas; flexíveis; transparentes, cuja caracterização é apresentada no Quadro 2.

Quadro 2: Características de “boas” tarefas matemáticas.

Característica da tarefa	Referem-se a
Informativa	favorecer ao aluno expressar o máximo de informações a respeito de seus conhecimentos, revelando as estratégias e os procedimentos utilizados.
Significativa	envolver situações convidativas e desafiadoras; poder ser imaginadas pelo aluno; não ser exercícios-tipo; poder ser abordada de diferentes maneiras e em diferentes



	níveis de compreensão.
Flexível	não exigir uma única estratégia de resolução, poder ser resolvida por diferentes caminhos e por meio de diferentes procedimentos; favorecer a utilização de experiências pessoais na elaboração de suas próprias respostas.
Transparente	permitir ao aluno revelar em que nível de compreensão se encontra e possibilita gerar informações para que professores e alunos reorientem o processo de aprendizagem.

Fonte: autores, baseado em Van den Heuvel Panhuizen (1996).

Por meio de tarefas elaboradas com tais características e uma abordagem de ensino à luz dos pressupostos da RME, temos defendido a organização de ambientes de aprendizagem pautados em episódios de resolução de tarefas (adaptação da expressão *shift problem lessons*, proposta por Palha (2013)), no qual os estudantes tem um papel ativo trabalhando em grupos e em tarefas não precedidas de exemplos, que são desencadeadoras de discussões e que contribuem para elaborações conceituais. O papel do professor, ao invés de sempre fornecer explicações, é incentivá-los a apresentarem e discutirem suas ideias durante as realizações das tarefas propostas, bem como conduzir a sistematização dos conceitos a elas subjacentes. Esse ambiente de aprendizagem deve levar “em consideração aspectos estruturais (estrutura da instituição de ensino, a natureza dos cursos de graduação oferecidos por ela, o perfil do egresso que se almeja e o perfil dos alunos matriculados na disciplina de Cálculo, entre outros) e aspectos pedagógicos e procedimentais” (BORSSOI, SILVA, FERRUZI, 2016, p.4).

De modo específico neste trabalho buscamos discutir possíveis enunciações para tarefas (reelaboradas a partir de exercícios de livros de Cálculo) voltadas à exploração de ideias e conceitos matemáticos com base no uso de tecnologia, o software GeoGebra. Conforme, Trevisan, Elias e Aranda (2016), é possível “pela adaptação/reestruturação de tarefas antes resolvidas com lápis e papel, oferecer aos estudantes oportunidade para formulação e refinamento de conjecturas, realização de testes, familiarização com notações, etc” (TREVISAN, ELIAS, ARANDA, 2016, p.1910).

Esses autores discutem que a tecnologia pode ser um recurso para: conferência de respostas (o recurso é utilizado para conferir ou verificar uma resposta, uma hipótese); mudar o foco das tarefas (o recurso é utilizado para economizar o tempo despendido com a realização de algum procedimento que fornecerá dados para a execução de uma estratégia); experimentação matemática (o recurso modifica a forma do fazer matemática, favorece a formulação e refinamento de conjecturas). Estamos interessados nas tarefas que utilizam a tecnologia como um recurso para experimentação matemática.

Trevisan, Elias e Aranda (2016) classificaram as tarefas do livro “Cálculo” - volume 1, de Anton, Bivens e Davis, 8ª edição, 2007 - que utilizam recursos tecnológicos, a Tabela 1 apresenta a classificação obtida, e evidencia justifica a importância de se reelaborar tarefas que utilizem recursos tecnológicos na perspectiva da experimentação matemática

Tabela 1: Características de “boas” tarefas matemáticas

	Tecnologia para conferência de respostas	Tecnologia para mudar o foco das tarefas	Tecnologia como aliada à experimentação
Funções	62	73	5
Limites	10	26	-
Derivadas	92	99	6
Integrais	71	94	1

Fonte: (TREVISAN, ELIAS, ARANDA, 2016, p.1914).



Essa referência é umas das mais consultadas nos cursos de graduação que ofertam a disciplina de Cálculo na universidade da qual os autores estão envolvidos enquanto docente e aluno. A integração de recursos tecnológicos pode contribuir no sentido que conceitos considerados difíceis de entender podem ser visualizados por meio de softwares que tenham características de modelagem e simulação (BRANSFORD, BROWN, COCKING, 2000).

3 UM AMBIENTE DE APRENDIZAGEM

Este texto é um resultado parcial de um projeto de pesquisa intitulado “Investigação de um ambiente educacional para o CDI em condições reais de ensino”, submetido e aprovado no Edital Universal 14/2014 do CNPq. Seu objetivo geral é investigar os processos envolvidos na caracterização, na implementação e na avaliação de um ambiente de aprendizagem para a disciplina de CDI e suas consequências para a aprendizagem, considerando as condições reais às quais estamos sujeitos. Especificamente, neste trabalho, discutimos elementos de um dos objetivos do projeto: organizar tarefas que integrem esse ambiente. Em um primeiro momento, os autores escolheram arbitrariamente algumas tarefas de livros de Cálculo, elaboraram uma solução detalhada, para então desenvolver um objeto de aprendizagem² por meio do GeoGebra que pode favorecer diferentes enunciações de tarefas matemáticas.

Nosso objetivo foi reelaborar tarefas rotineiras referentes à temática *otimização*, presentes em livros de CDI-1 e em materiais de apoio disponíveis na internet, modificando seu potencial e suas características. A escolha por este tema deu-se por ser um dos assuntos que genuinamente despertam o interesse dos alunos. Em uma prática pedagógica tradicional, problemas de otimização são trabalhados de forma sistemática e ordenada (conforme também é apresentado em grande parte dos livros de CDI), não favorecendo ao aluno formular hipóteses, conjecturar, tomar decisões, elaborar (reinventar) a matemática, os problemas de otimização tornam-se problemas de aplicação de uma matemática previamente desenvolvida. Neste contexto, seguem-se sumariamente os seguintes tópicos até o momento em que o aluno é convidado a resolvê-los:

- Retas tangentes, taxas de variação;
- Função derivada;
- Técnicas de derivação;
- Análise de crescimento, decrescimento e concavidade;
- Extremos relativos e absolutos.

Em um ambiente de aprendizagem pautado em episódios de resolução de tarefas, os alunos são convidados a desenvolverem resoluções de problemas de otimização sem que os tópicos da lista anterior tenham sido apresentados, servindo inclusive como ponto de partida para sua sistematização. Assim, por exemplo, ao lançar para o aluno um problema na qual se pretende determinar o valor máximo ou mínimo a ser assumido por uma grandeza (volume, área, lucro, etc), este é convidado a explorar intuitivamente a situação e elaborar suas próprias estratégias que, à medida que o conceito de derivada é sistematizado, podem ser revisitadas e aprimoradas. É por meio do lidar com esses problemas que os alunos constroem as relações entre a função derivada de uma função real e sua forma gráfica. A título de exemplo, apresentamos uma tarefa e possíveis enunciações que podem favorecer aos alunos reconhecer que a função derivada é uma ferramenta no momento de construir uma função.

² Qualquer entidade digital ou não digital que pode ser utilizada, reutilizada ou referenciada durante o aprendizado apoiado pela tecnologia (IEEE, 2002).



4 TAREFA REELABORADA: POSSÍVEIS ENUNCIÇÕES

O problema reelaborado baseia-se no enunciado apresentado no Quadro 2.

Quadro 3: Problema de Otimização.

Determine o volume máximo de um cilindro circular reto que pode ser inscrito em um cone de 10 cm de altura e 3 cm de raio da base, se os eixos do cilindro e do cone coincidam.

Fonte: Anton, Bivens e Davis (2007).

Esse problema pode ser resolvido algebricamente a partir dos seguintes passos:

Quadro 4: Passos para resolução do Problema de Otimização.

- Determinar as variáveis do problema (no caso, a altura (h) e o raio (r) do cilindro inscrito);
- Determinar uma relação de dependência entre as duas (no caso, pode ser usado congruência de triângulos, $10/3 = (10 - h)/r$);
- Determinar uma função de duas variáveis que fornece o volume do cilindro inscrito (no caso, $v(r, h)$);
- Transformar a função de duas em uma função de uma variável real a partir da relação de dependência entre as duas variáveis, e estuda o domínio de existência dessa função;
- Estudar os pontos críticos da função e utiliza-os no teste da derivada primeira para determinar quais os pontos máximos relativos desta função;
- Comparar o valor do volume entre os máximos relativos, e responde ao que foi pedido.

Fonte: autores.

O conjunto dos passos do Quadro 4 indicam uma estratégia de resolução, um receituário que adaptado à situação a ser otimizada, pode ser utilizado para resolver todo problema de otimização, não exigindo do aluno a ação de refletir a respeito das relações existentes entre a função otimizada e sua função derivada. Essa tarefa pode ser dita informativa, significativa para um aluno que já teve conhecimento do estudo de comportamentos de funções a partir da função derivada, mas pode não ser flexível e transparente, uma vez que a estratégia de resolução é restrita e talvez não permita o aluno revelar seu conhecimento por dificuldades em modelar a situação.

O que propomos é permitir que o aluno, guiado pelo professor, construa diferentes enunciações e interprete a relação entre os objetos matemáticos envolvidos, para que elabore o seu esquema de como lidar com problemas de otimização.

Uma possibilidade é solicitar que levem seus computadores (já com o GeoGebra instalado, ou leva-los em um laboratório de informática) e então encaminhar o arquivo com objeto de aprendizagem representando na Figura 1. Claro que a dinâmica de como trabalhar, depende das escolhas pedagógicas do professor, entretanto, reforçamos o trabalho em pequenos grupos. Assim que todos estiverem com o arquivo aberto o professor solicita: (i) Selecione o ponto E movimente-o, discuta com seus colegas o que é observado e anotem as conclusões; (ii) Do mesmo modo, movimente o controle deslizante Raio, discuta com seus colegas o que é observado e anotem as conclusões.

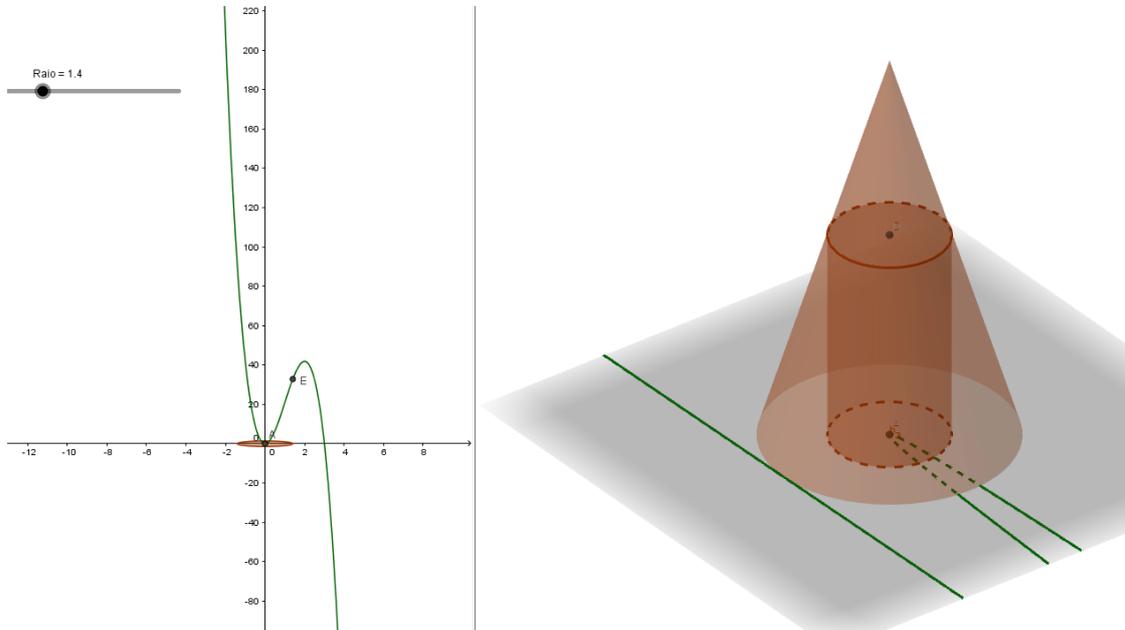


Figura 1: Tela do primeiro contato com a situação.
Fonte: autores.

Ao realizar esses movimentos, é possível que os alunos reconheçam uma relação de cada ponto do gráfico com a construção de um cilindro inscrito no cone, uma vez que conforme mostrado na Figura 2, ao movimentar o ponto E e o controle deslizante novas configurações serão construídas, assim como perceber que apenas para a parte do gráfico que está no primeiro quadrante do plano cartesiano era um cilindro inscrito, indícios do domínio de existência da função a ser estudada. Pedir ao aluno para descrever suas conclusões é uma estratégia para potencializar a flexibilidade e a transparência da tarefa.

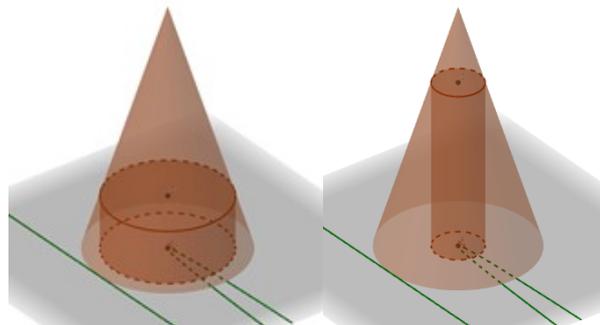


Figura 2: Algumas possíveis

Fonte: autores.

construções.

A partir disso o professor pode solicitar que os pequenos grupos estudem o que fornece a função que é representada graficamente. Neste momento os alunos poderão identificar a função que fornece a área do cilindro inscrito, ou diretamente afirmarem que fornece o volume do cilindro inscrito, que a situação explorada. O professor pode solicitar que busquem deduzir a relação dessa função (sua expressão algébrica). Ao buscarem essa função, os alunos sentirão a necessidade de ter dados referentes ao cone, o professor pode fornecer os valores ou ainda pedir que investiguem esses valores a partir da construção gráfica.



Depois dos alunos terem deduzido a expressão algébrica que representa essa relação, poderão verificar, ao plotar seu gráfico no GeoGebra, se a relação obtida é mesmo a que foi solicitada. Após essa construção, o professor pode pedir aos alunos que investiguem a variação do volume dos cilindros inscritos, é provável que respondam que ele é crescente até o valor que o raio assume o valor dois e depois disso passa a decrescer. E o professor, então pode pedir, para além de observar graficamente, como isso pode ser provado? Pode pedir que estude o comportamento das retas tangentes a este gráfico. Que construa graficamente a função derivada. Que investigue os pontos de máximo e de mínimo dessa função. Para então questionar, quais são as dimensões do cilindro inscrito com maior capacidade. Que utilize os recursos ponto de máximo, mínimo, pontos críticos do programa.

Depois de todo o processo vivenciado, o professor pode pedir que escrevam o problema que eles resolveram e ainda todo o conhecimento matemático que pode ser observado; para que, em um momento de discussão com toda a turma, os conceitos possam ser formalizados. Gravemeijer (1999) aponta que estratégias elaboradas pelos estudantes para resolver situações particulares (que constituem um modelo emergente) podem ser bons pontos de partida para problematizar um conceito. Outra possibilidade, é cada grupo estar com situações similares (que envolvam a determinar de um máximo ou mínimo), mas em contextos diferentes e no grande grupo observarem ferramentas matemáticas comuns ao lidar com a situação.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Elaborar ou reelaborar tarefas, em especial para o ensino de CDI, é uma atividade que exige do professor um cuidado em planejar todo o seu espaço pedagógico, em reconhecer a ementa e organização da disciplina de um modo dinâmico e que precisam ser repensadas e estruturadas a partir de problemas.

O aluno, ao vivenciar episódios de resolução de tarefas em aulas de CDI, em especial por meio de tarefas que utilizem recursos tecnológicos como exemplificado, têm a oportunidade, por meio da produção elaborada em conjunto de seus colegas, de aprender, não só no fazer, mas progressivamente no entender e no explicar suas escolhas, sendo dada a ele a oportunidade de rever os caminhos escolhidos. O professor, ao invés de ser o mentor de explicações, é o que incentiva as discussões, é o que questiona as ideias levantadas pelos alunos, e também aquele que conduz a sistematização dos conceitos subjacentes às produções realizadas pelos alunos, a partir das tarefas planejadas.

Por fim, com este texto esperamos ter ressaltado a relevância das tarefas na construção do conhecimento matemático, assim como, promover um espaço de reflexão para novas práticas comprometidas com relação ao ensino de CDI.

6 REFERÊNCIAS

BARICHELO, L. **Análise de resoluções de problemas de cálculo diferencial em um ambiente de interação escrita**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2008.

BRANSFORD, J. D.; BROWN, A. L.; COCKING, R. R. (Ed.). **How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School: Expanded Edition**. Washington: National Academy Press, 2000. 385 p.



Encontro Internacional
de Produção Científica
24 a 26 de outubro de 2017

ISBN 978-85-459-0773-2

BORSSOI, A. H.; SILVA, K. A. P.; FERRUZZI, E. C. Tarefas desencadeadas em aulas com modelagem matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. **Anais... ENEM**, 12. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. p. 1-12.

COBB, P. Individual and collective mathematical development: The case of statistical data analysis. **Mathematical Thinking and Learning**, v.1, p. 5–43, 1999.

FRANCISCO, J. Learning in collaborative settings: Students building on each other's ideas to promote their mathematical understanding. **Educational Studies in Mathematics**, n 82, 417-438, 2012.

FREUDENTHAL, H. **Mathematics as an Educational Task**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1973.

FREUDENTHAL, H. **Revisiting Mathematics Education**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

GRAVEMEIJER, K. How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. **Mathematical Thinking and Learning**, v.1, p.155–177, 1999.

IEEE Learning Technology Standards Committee (LTSC). Draft Standard for Learning Object Metadata (IEEE 1484.12.1-2002). Jul.2002.

MENDES, M. T.; TREVISAN, A. L. Modelagem matemática como componente do ambiente educacional para aulas de CDI: relato de uma experiência. In: VII Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática, 2016, Londrina. **Anais... EPMEM**, 7. Londrina: UEL/UTFPR, 2016. v. 1. p. 722-735.

MENDES, M. T. **Utilização da Prova em fases como recurso para aprendizagem em aulas de Cálculo**. 2014. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

NASCIMENTO, J. L. A recuperação dos pré-conceitos do Cálculo. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, COBENGE, 28, 2000, Ouro Preto, MG, **Anais...Ouro Preto**: UFOP, 2000.

PALHA, S. **Shift-problems lessons: fostering Mathematical Reasoning in regular classrooms**. Research Institute of Child Development and Education, University of Amsterdam, The Netherlands, 2013.

PEDROSO, C.M. Análise de alternativas para recuperação de fundamentos de matemática no ensino de cálculo em cursos de engenharia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, COBENGE, 27, 2009, Recife, PE, **Anais...Recife**: POLI/UPE, 2009.



Encontro Internacional
de Produção Científica
24 a 26 de outubro de 2017

ISBN 978-85-459-0773-2

REIS, F. S. **A Tensão entre Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise: A Visão de Professores-Pesquisadores e Autores de Livros Didáticos.** 2001. 302f. Tese (Doutorado Programa de Pós-Graduação em Educação), UNICAMP, Campinas, 2001.

REIS, F. S. Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise. In: Lilian Nasser; Maria Clara Rezende Frota. (Org.). **Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates.** 1ed. Recife - PE: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2009, v. 1, p. 81-97.

MARTIN, L.; TOWERS, J.; PIRIE, S. Collective mathematical understanding as improvisation. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 8, n. 2, p. 149–183, 2006.

WEBER, K.; MAHER, C.; POWELL, A.; LEE, H. Learning opportunities from group discussions: Warrants become the objects of debate. **Educational Studies in Mathematics**, v. 68, n.3, p. 247–261, 2008.

TREVISAN, A. L.; ELIAS, H. R.; ARANDA, V. Um estudo de tarefas de Cálculo Diferencial e Integral com auxílio de recursos computacionais. In: VII Congresso Mundial de estilos de aprendizagem, 2016, Bragança. **Anais... CMEA, 7.** Bragança - Portugal: Biblioteca Digital do IPB, 2016. v. 1. p. 1908-1916.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. **Assessment and Realistic Mathematics Education.** Utrecht: CD-β Press/Freudenthal Institute, Utrecht University, 1996.