XXV Congresso de Iniciação Científica da Unicamp

18 a 20 Outubro Campinas | Brasil

2017

O paradoxo dos gêmeos em diferentes topologias

Matheus Hrabowec Zambianco

Resumo

Este trabalho tem como objetivo introduzir o aluno à teoria da relatividade especial de Einstein e, como aplicação, analisar o paradoxo dos gêmeos em espaços-tempo compactos com topologia não-trivial. Acredita-se que isso consolidará o entendimento e a intuição do aluno acerca de pontos críticos e sutis da teoria da relatividade, que raramente são discutidos em cursos regulares de graduação.

Palavras-chave:

Relatividade especial, espaços-tempo compactos, paradoxo dos gêmeos.

Introdução

A teoria da relatividade de Einstein é uma das teorias mais bem estabelecidas da física e se encontra em um grau de maturidade em que diversos livros a abordam de maneira clara, elegante e sob diversas perspectivas diferentes. Uma maneira particularmente interessante de se compreender a essência da teoria e de se chegar ao fundo de suas implicações é o estudo dos chamados “paradoxos relativísticos” que, apesar do nome, não se tratam de paradoxos mas apenas de contradições aparentes provocadas por alguma aplicação equivocada das hipóteses da teoria.

Talvez o mais famoso destes “paradoxos” seja o *paradoxo dos gêmeos*, ainda no contexto da relatividade especial. Aqui, dois gêmeos, A e B, se despedem na Terra quando B parte em viagem interestelar. Ao retornar, este último descobre que está mais novo do que A. O “paradoxo” surge então quando inverte-se o papel dos gêmeos e chega-se à conclusão de que agora é A quem fica mais novo na ocasião do reencontro. Todavia, o erro reside em assumir equivocadamente que a situação dos gêmeos é simétrica: uma análise mais cuidadosa do problema revela que B troca de referencial inercial durante sua viagem, o mesmo não ocorrendo com A.

O problema fica mais interessante quando se tem um espaço-tempo chato, porém compacto. Nesse caso, conforme será apresentado neste trabalho, a simetria entre o referencial dos gêmeos é quebrada via topologia.

Resultados e Discussão

Considere que o espaço-tempo tem a estrutura topológica de $M = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3 / \Gamma$, onde Γ é um grupo discreto de isometrias que permite identificar pontos em $\mathbb{R}^3$. Se a trajetória do gêmeo viajante (B) for uma órbita fechada no espaço compacto $\mathbb{R}^3 / \Gamma$, ele pode reencontrar seu irmão A sem trocar de referencial inercial. Se a análise é feita do ponto de vista de A, é esperado que ele reencontre um gêmeo B mais novo. Entretanto, se a situação é analisada do ponto de vista de B, não é claro a princípio porque ele deve concordar com A.

O que acontece neste caso é que somente para o gêmeo viajante a identificação de pontos no espaço implica na identificação de pontos no tempo, de modo que ele não consegue sincronizar seus relógios de maneira adequada. Por exemplo, no caso de um espaço-tempo

cilíndrico¹, uma análise da situação com o auxílio de um diagrama de Minkowski revela que assim que B inicia sua viagem, ele se vê simultâneo a duas “cópias” de A, uma das quais já está mais velha do que B. É por conta deste “gap” de tempo que B concorda com A ao retornar à Terra.

Pode-se ainda resolver o problema mediante a associação de uma característica topológica à linha de mundo dos gêmeos: a homotopia². De fato, mostramos que o gêmeo cuja linha de mundo pertence à classe de homotopia trivial é sempre aquele que estará mais velho na ocasião do reencontro. Isso representa o fato de que no processo de compactificação do espaço os pontos sempre são identificados com respeito a um referencial, o qual se torna então um referencial inercial privilegiado em M .

Conclusões

A versão do paradoxo dos gêmeos para espaços compactos surpreende pelo fato de a simetria entre os referenciais ser quebrada pela topologia do espaço. Quando a compactificação do espaço é expressa em termos de um grupo de isometrias, mostramos que a ação desse grupo sobre pontos no espaço-tempo é incompatível com a ação do grupo de Lorentz³, no sentido de que qualquer viajante tem pontos identificados em sua hipersuperfície de simultaneidade. Cria-se então um referencial inercial privilegiado: o referencial do gêmeo que fica na Terra.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao meu orientador, Ricardo A. Mosna (DMA – IMECC).

¹ J. R. Weeks, “The Twin Paradox in a Closed Universe”, Am. Math. Monthly 108, 585 (2001).

² Jean-Philippe Uzan, Jean-Pierre Luminet, Roland Lehoucq e Patrick Peter, “The twin paradox and space topology”, Eur. J. Phys. 23 277–284 (2002).

³ J. D. Barrow e J. Levin, “The twin paradox in compact spaces”, Phys. Rev. A 63, 044104 (2001).