XXV Congresso de Iniciação Científica da Unicamp

18 a 20 Outubro Campinas | Brasil

Espaços de funções e soluções fracas de equações diferenciais parciais.

Ygor A. C. de Jesus*, Bianca M. R. Calsavara.

Resumo

A primeira etapa deste projeto consiste em estudar tópicos introdutórios de teoria da medida e integração e alguns espaços de funções. A segunda etapa consiste do estudo de existência e unicidade de solução fraca para algumas equações de evolução. Mais especificamente as equações do calor e da onda e um modelo de propagação populacional de mosquitos, como o *Aedes aegypti*, por exemplo.

Palavras-chave: Equações diferenciais parciais, Equações parabólicas não lineares, Modelagem de disseminação de mosquitos

Introdução

Para muitas equações diferenciais parciais que modelam fenômenos físicos, biológicos, etc, não é possível obter soluções explícitas, nem provar diretamente existência de soluções clássicas. Mas em alguns desses casos é possível obter a existência e propriedades de soluções fracas, que podem nos dar informações sobre os fenômenos estudados. Para isso é necessário o estudo de alguns espaços de funções, como espaços L^p , espaços de Sobolev e alguns espaços dependentes de tempo.

Os objetivos desse trabalho são a obtenção de existência, unicidade e regularidade de solução fraca para as equações do calor e da onda, além de algumas propriedades das mesmas. Além disso, outro objetivo é estudar uma aplicação de equação parabólica não linear na modelagem de dispersão de uma população de mosquitos, como *Aedes aegypti* por exemplo.

Resultados e Discussão

Para as equações lineares da onda e do calor obteve-se a existência de solução utilizando o método de Galerkin e a unicidade foi provada utilizando métodos de energia. O modelo de dispersão de mosquitos tratado neste trabalho é descrito por:

$M_t - D \Delta M = r(1 - M/k)M - \mu M - Mf$ em $U_x(0, +\infty)$, onde M representa a população total de mosquitos, D é o coeficiente de dispersão, r é uma constante relativa à taxa de reprodução, k é a capacidade suporte do ambiente, μ é a taxa de mortalidade e f é um termo externo forçante, com aplicação de veneno, sujeito a condição de contorno

$$\partial M / \partial n = 0 \text{ em } \partial U_x[0, +\infty)$$

e a condição inicial

$$M = M_0 \text{ em } U_x\{t=0\}.$$

Para demonstrar a existência e unicidade do problema descrito acima foi utilizado o teorema do ponto fixo de Leray-Schauder.

Conclusões

Durante o projeto conclui-se que mesmo que não se obtenha solução explícita para algumas equações diferenciais parciais é possível, utilizando ferramentas

teóricas como o Método de Galerkin e o Teorema do ponto fixo de Leray-Schauder para obter existência de solução fraca para equações parabólicas lineares e não lineares. Além disso, é possível obter outras informações sobre o fenômeno estudado. Sendo assim o estudo de soluções fracas de equações diferenciais parciais mostra-se uma ferramenta importante do desenvolvimento teórico para solução de problemas práticos.

Agradecimentos

Aqui deixo minha enorme gratidão a minha orientadora, não só pela paciência para com as minhas dúvidas, mas também por ter me desafiado com este projeto que teve grande importância para o meu amadurecimento matemático e desenvolvimento criativo.

Agradeço a todos os meus professores que contribuíram para a formação necessária para a realização deste projeto.

Agradeço a minha família e amigos pelo apoio incondicional.

Agradeço à Unicamp pela infraestrutura fornecida para a realização desse projeto.

Agradeço à FAPESP pelo apoio financeiro.

¹Bartle, R.G, The elements of integration. John Wiley, New York, NY, **1996**.

² De Araujo, A. L. L.; Boldrini, J. L.; Calsavara, B. M. R. An analysis of a mathematical model describing the geographic spread of dengue disease. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. P. 298, 21 jun. **2016**.

³Evans, L.C., Partial Differential Equations. American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, **2010**.

⁴Friedman, A., Partial Differential Equations of Parabolic Type. Dover Publications, Inc, Mineola, New York, **2008**.

Prouvé, L. Optimal Control of Mathematical Models for Radiotherapy of Gliomas. 2015f. Tese (Doutorado em Matemática) - Universidade Federal Fluminense e Universidad de Sevilla, Niterói. 2015.