III CBCTEM
Congresso Brasileiro de Ciência e Tecnologia da Madeira
Florianópolis - 2017

DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS DE PAINÉIS CROSS LAMINATED TIMBER

Fernando Falaster Parucker[1]
Jackson Eleotério[1]
João Bragagnolo[1]

[1] Universidade Regional de Blumenau

DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DE PAINÉIS CROSS LAMINATED TIMBER

Fernando F. **PARUCKER**[1]; Jackson R. **ELEOTÉRIO**[1]; João V. **BRAGAGNOLO**[1]

Departamento de Engenharia Florestal, Universidade Regional de Blumenau, Brasil

Resumo: A madeira pode ser utilizada para produção de produtos massivos e de alto desempenho, resistindo a aplicação de cargas e com finalidade estrutural em edificios de diversos andares na construção civil. O Cross laminated timber – CLT ou madeira laminada cruzada possibilita a construção de componentes estruturais a partir de camadas compostas por tábuas de madeira coladas e sobrepostas em sentidos contrários. Para ampliação do uso da tecnologia do CLT, ensaios e testes são necessários, sendo estes geralmente onerosos e demorados. A simulação numérica em elementos finitos permite simular os efeitos resultantes da aplicação de carregamentos melhorando projetos e reduzindo tempo e custos. Neste contexto, foi elaborado um modelo em elementos finitos para possibilitar as simulações de carregamentos em painéis CLT. Neste modelo, foram utilizadas as propiedades de tábuas de Pinus taeda observando a variação das propriedades mecânicas e a anisotropia em função dos planos de orientação de cada uma das tábuas utilizadas. O modelo criado, permite simular o desempenho do painel a partir das propriedades definidas a partir do módulo de elasticidade longitudinal de cada uma das tábuas componentes do sistema. A variável resposta utilizada foi a maior flecha no painel simulado, que permitiu a determinação do módulo de elasticidade do mesmo. O módulo de elasticidade do modelo em elementos finitos, foi comparado aos calculados teóricos e apresentou resultados que permitiram a validação do mesmo.

Palavras-chave: madeira laminada colada, simulação computacional, módulo de Young.

DETERMINATION OF THE ELASTICITY MODULE OF CROSS LAMINATED TIMBER PANELS

Abstract: The wood can be used for the production of massive and high performance products, resisting the application of loads and structural purpose in multi-storey buildings in civil construction. Cross laminated timber - CLT or cross laminated wood enables the construction of structural components from layers composed of glued and overlapping wood boards. In order to increase the use of CLT technology, tests and tests are required, which are usually costly and time-consuming. The numerical simulation in finite elements allows to simulate the effects resulting from the application of loads improving projects and reducing time and costs. In this context, a finite element model was developed to enable the simulations of loading in CLT panels. In this model the properties of boards of Pinus taeda were used observing the variation of the mechanical properties and the anisotropy as a function of the planes of orientation of each one of the boards used. The model created allows to simulate the performance of the panel from the properties defined from the longitudinal modulus of each of the component boards of the system. The response variable used was the largest arrow in the simulated panel, which allowed the determination of the modulus of elasticity of the same. The modulus of elasticity of the finite element model was compared to the theoretical calculations and presented results that allowed its validation.

Keywords: glued laminated wood, computer simulation, Young's modulus..

1. INTRODUÇÃO

A madeira pode ser utilizada de várias formas na construção civil, variando amplamente em design. Em muitos países europeus, Estados Unidos, Canadá e Austrália é utilizada uma tecnologia estrutural promissora, o *Cross laminated timber* – CLT ou também conhecido como madeira laminada e cruzada (MALLO; ESPINOZA, 2015). A tecnologia de montagem dos painéis CLT, permite a utilização de tábuas de madeira provenientes de perfis de menor diâmetro (BAÑO; GODOY; VEGA, 2016) permitindo também a redução do uso de combustíveis fósseis durante a construção de edificações (KARACABEYLI; DESJARDINS, 2011). Para o uso estrutural é fundamental conhecer e prever as propriedades mecânicas dos painéis, para que estes sejam compatíveis com as solicitações ao qual estão expostos (VAN DE KUILEN et al., 2011).

A resistência mecânica de cada um dos perfis da madeira é resultado da interação entre a umidade, temperatura, densidade aparente, defeitos e orientação da grã (BODIG; JAYNE, 1982; GUITARD; AMRI, 1987). Esta diferença de resistência é resultado de vários níveis de escala, desde a estrutura celular aos fatores climáticos e ambientais externos ao qual a árvore é submetida (PEREIRA et al., 2014).

A ampliação do uso do CLT como tecnologia estrutural, pode ser viabilizada a partir de testes e ensaios. Geralmente os procedimentos de ensaio são caros e demorados, tornando o processo de adoção lento e oneroso. Um dos caminhos que podem facilitar o desenvolvimento da tecnologia é a simulação por elementos finitos. A análise por elementos finitos é uma ferramenta que possibilita a resolução de problemas de engenharia de forma virtual (CHÚLÁIN; SIKORA; HARTE, 2016). A simulação por elementos finitos, permite a simulação de diversos efeitos físicos sobre o componente em estudo, sendo amplamente utilizado e aceito como eficiente método de solução numérica (BENAROYA; REHAK, 1988). O método possibilita redução nos custos, tempo e melhorias nos projetos e processos (POCHAI et al., 2006), abrangendo problemas com maior complexidade (HUGHES, 1980) e fornecendo ferramentas para otimização de estruturas na engenharia (XIE; STEVEN, 1993).

As aplicações de engenharia exigem o conhecimento das propriedades dos painéis CLT. A simulação dos painéis CLT foi efetuado com ensaio de flexão estática em 4 pontos ao invés do ensaio em 3 pontos, em função de apresentar menores distorções e resultados mais estáveis em função do diagrama de esforços cortantes ao qual o modelo é submetido (BRANCHERIAU; BAILLERES; GUITARD, 2002; YOSHIHARA; KUBOJIMA; ISHIMOTO, 2003). A criação do modelo foi desenvolvida de forma a permitir a simulação do painel com tábuas provenientes de classes de qualidade diferentes, com propriedades físicas diferentes, buscando viabilizar uma nova forma de utilização destas tábuas. Com o modelo gerado em elementos finitos, a análise dos resultados das combinações dos perfis e classes será efetuado em tempo muito menor.

Com o objetivo de gerar uma modelagem em elementos finitos, que possibilite verificar o comportamento do módulo de elasticidade do painel CLT elaborado com tábuas de madeira da espécie *Pinus taeda* com cinco camadas montadas em sentidos alternados, e compará-lo ao modelo teórico. Permitindo a simulação de carregamentos mecânicos com a possibilidade de entrada das propriedades mecânicas vinculadas as condições anisotrópicas de cada um dos componentes do painel.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Obtenção das propriedades do painel CLT e modelo geométrico

O modelo do painel de CLT foi elaborado com cinco camadas de tábuas alternadas e unidas. O modelo teórico (KARACABEYLI; DESJARDINS, 2011) não considera o tipo do adesivo estrutural na determinação do módulo de elasticidade do painel.

O modelo numérico utilizou a união dos nós entre os perfis e não considerou a resistência da camada de adesivo estrutural. O painel foi montado conforme a figura mostrada a seguir.

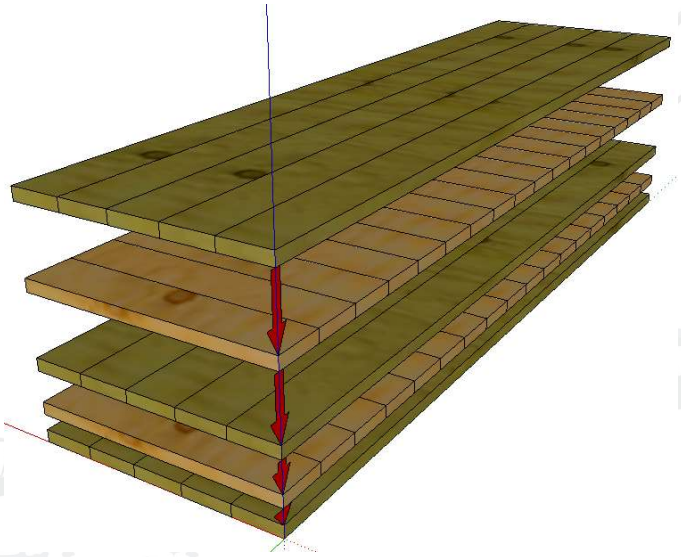

Figura 1. Montagem do painel CLT com cinco camadas.

As matrizes de rigidez e conformidade para cada uma das tábuas componentes do modelo do painel CLT com cinco camadas foram definidos partir de módulos de elasticidade longitudinal determinados em ensaio de flexão em três pontos em laboratório (GUITARD; AMRI, 1987) para coníferas em tábuas de *Pinus taeda*.

Tabela 1. Média dos módulos de elasticidade longitudinal por tábuas de *Pinus taeda* componentes de cada painel conforme as repetições.

Repetição	E_L [GPa]	Desvio Padrão [%]
Pinus 1	*8,60*	21,7
Pinus 2	*8,21*	21,2
Pinus 3	*8,40*	25,3

A matriz conformidade elástica é definida segundo (GUITARD; AMRI, 1987)

como:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{rr} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \gamma_{zz} \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{zr} \\ \gamma_{r\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_R} & \frac{1}{Q_{RT}} & \frac{1}{Q_{RL}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{Q_{RT}} & \frac{1}{E_T} & \frac{1}{Q_{TL}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{Q_{RL}} & \frac{1}{Q_{TL}} & \frac{1}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TL}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RL}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{zr} \\ \sigma_{r\theta} \end{bmatrix} \quad \text{[Eq. 01]}$$

Sendo por sua vez a matriz inversa da matriz rigidez. Determinando o módulo de elasticidade radial [MPa] e os componentes da matriz a partir da umidade 12% e temperatura 20^0 Celcius:

$$E_R = 1000 + 2370 * (\rho - 0{,}45) * (1 - 0{,}03 * (H - 12)) * (1 - 0{,}00018 * H * (T - 20)) \quad \text{[Eq. 02]}$$

Onde: ρ = Densidade aparente [g/cm³],

H = Umidade [%],

T = Temperatura [Celcius]

Por sua vez, podemos determinar o módulo de elasticidade tangencial [MPa] a partir da equação a seguir:

$$E_T = 636 + 1910 * (\rho - 0{,}45)) * (1 - 0{,}03 * (H - 12)) * (1 - 0{,}00018 * H * (T - 20)) \quad \text{[Eq. 03]}$$

E o módulo de elasticidade longitudinal [MPa] conforme:

$$E_L = 13100 + 41700 * (\rho - 0{,}45) * (1 - 0{,}01 * (H - 12)) * (1 - 0{,}00009 * H * (T - 20)) \quad \text{[Eq. 04]}$$

Determinando os módulos de elasticidade tangencial nos planos de cisalhamento a partir de:

$$G_{TL} = 745 + 989 * (\rho - 0{,}45) * (1 - 0{,}02 * (H - 12)) * (1 - 0{,}00013 * H * (T - 20)) \quad \text{[Eq. 05]}$$

$$G_{LR} = 861 + 2080 * (\rho - 0{,}45) * (1 - 0{,}02 * (H - 12)) * (1 - 0{,}00013 * H * (T - 20))$$ [Eq. 06]

$$G_{RT} = 83{,}6 + 228 * (\rho - 0{,}45) * (1 - 0{,}027 * (H - 12)) * (1 - 0{,}00018 * H * (T - 20))$$ [Eq. 07]

E os coeficientes de Poisson referentes aos planos de orientação:

$$\nu_{RT} = -\frac{E_R}{Q_{RT}}$$ [Eq. 08]

$$\nu_{TR} = -\frac{E_T}{Q_{RT}}$$ [Eq. 09]

$$\nu_{RL} = -\frac{E_R}{Q_{RL}}$$ [Eq. 10]

$$\nu_{LR} = -\frac{E_L}{Q_{RL}}$$ [Eq. 11]

$$\nu_{TL} = -\frac{E_T}{Q_{TL}}$$ [Eq. 12]

$$\nu_{LT} = -\frac{E_L}{Q_{TL}}$$ [Eq. 13]

Os termos componentes da matriz Q_{RT}; Q_{RL}; Q_{TL}; determinados conforme as equações a seguir:

$$Q_{TL} = -30800 - 101000 * (\rho - 0{,}45) * (1 - 0{,}012 * (H - 12)) * (1 - 0{,}00009 * H * (T - 20))$$ [Eq. 14]

$$Q_{RL} = -34200 - 11700 * (\rho - 0{,}45) * (1 - 0{,}03 * (H - 12)) * (1 - 0{,}00009 * H * (T - 20))$$ [Eq. 15]

$$Q_{RT} = -2050 - 5280 * (\rho - 0{,}45) * (1 - 0{,}03 * (H - 12)) * (1 - 0{,}00027 * H * (T - 20))$$ [Eq. 16]

Com os valores dos módulos de elasticidade longitudinal dos componentes do painel definidos em laboratório, foram obtidas as densidades aparentes dos perfis. Com as densidades aparentes determinaram-se os outros termos das matrizes conformidade e rigidez.

Os componentes do modelo em elementos finitos do CLT foram criados no software de análise de elementos finitos COMSOL Multiphysics versão 5.0 nas dimensões largura 100 mm, espessura 25 mm e 1800 mm de comprimento. Os componentes longitudinais foram gerados com 100 mm de largura, espessura 25 mm e comprimento 900 mm para os componentes transversais. Formando assim o painel CLT com 1800 mm de comprimento, 900 mm de largura e 125 mm de espessura.

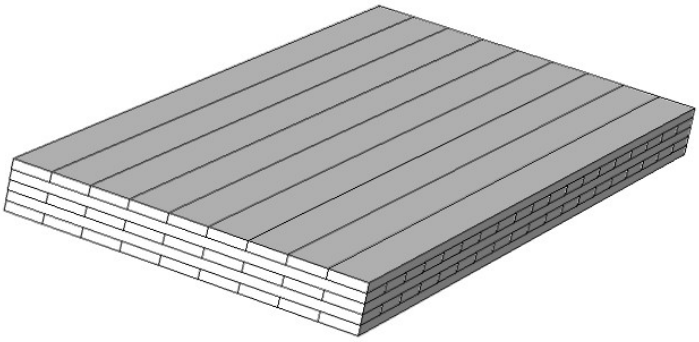

Figura 2. Modelo geométrico do painel CLT.

2.2 Geração da malha e simulação

A malha selecionada para a simulação foi a tetraédrica adaptativa e foram gerados um total de 56144 elementos.

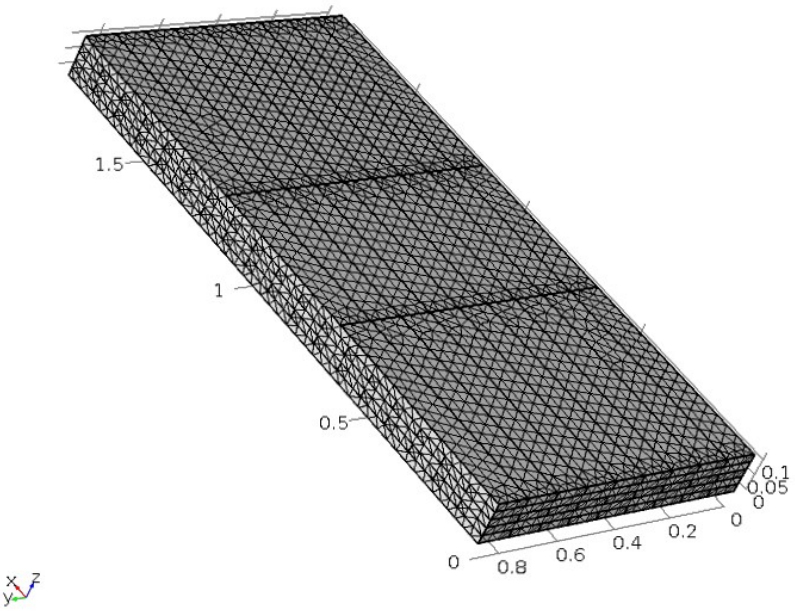

Figura 3. Modelo malha adaptativa do painel composta por 56144 elementos.

O modelo em elementos finitos do painel CLT foi submetido a um ensaio de flexão em 4 pontos conforme a norma ASTM D198 (CHEN; LAM, 2013) conforme figura 4 a seguir.

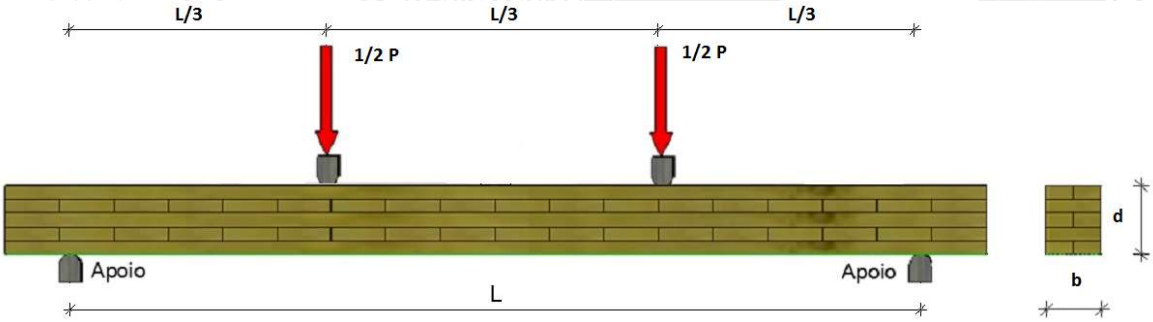

Figura 4. Ensaio de flexão estática em 4 pontos.

2.3 Deslocamento e determinação do modulo de elasticidade

A variável resposta analisada foi o maior deslocamento no centro do vão, conforme mostra a figura a seguir.

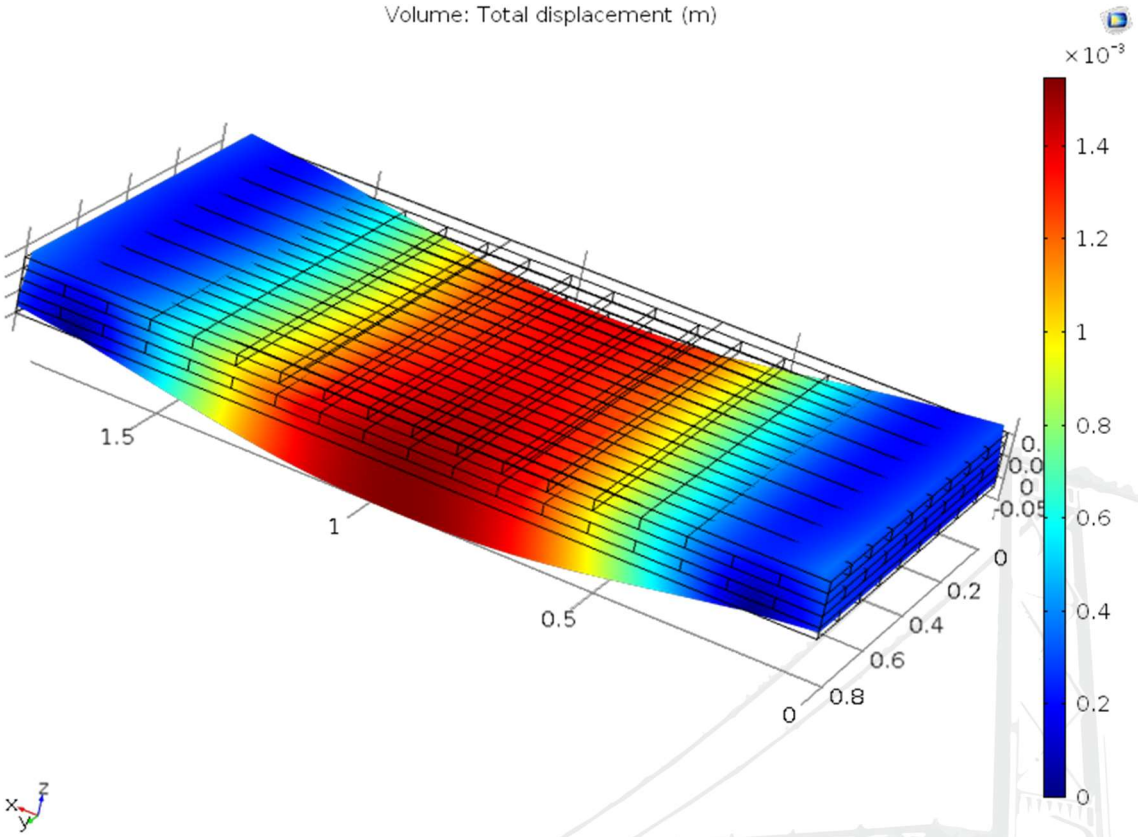

Figura 5. Ensaio de flexão estática em 4 pontos, com carregamento total aplicado de 40 kN e resposta de deslocamento de 1,54 mm.

A norma ASTM D198 (ASTM INTERNATIONAL, 2015) foi utilizada para determinar o módulo de elasticidade aparente do painel a partir dos deslocamentos obtidos na simulação em elementos finitos conforme equação a seguir.

$$E_{painel} = \frac{23*P*l^3}{108*b*d^3*\Delta} \qquad \text{[Eq. 17]}$$

Onde: P = Carregamento [N]

l = vão entre apoios [mm]

b = largura da amostra em flexão [mm]

d = espessura da amostra em flexão [mm]

Δ = deslocamento da linha neutra no centro do vão [mm]

Sendo o valor derivado da simulação comparado aos resultados teóricos obtidos a partir de KARACABEYLI; DESJARDINS, 2011.

$$EI_{eff} = \sum_{i=1}^{3}(E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2) \qquad \text{[Eq. 18]}$$

Sendo: Ai = área da respectiva camada do painel,

Ii = momento de inércia da camada,

ai = coeficientes, definidos para o CLT de cinco camadas em a1, a2 e a3.

$$a_1 = a_3 = \frac{h_1}{2} + h_1^* + \frac{h_2}{2} = \frac{h_2}{2} + h_2^* + \frac{h_3}{2} \qquad \text{[Eq. 19]}$$

$$a_2 = 0 \qquad \text{[Eq. 20]}$$

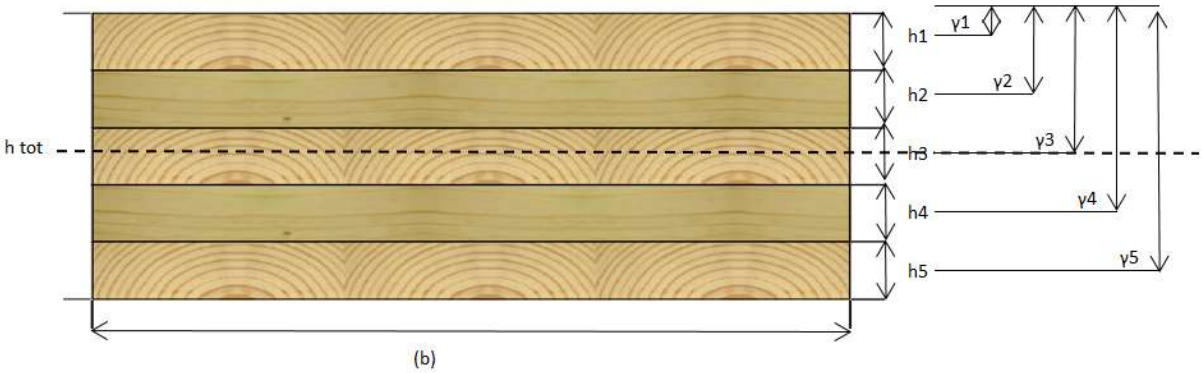

Figura 6. Painel CLT e as variáveis das cinco camadas do painel (KARACABEYLI; DESJARDINS, 2011).

γi = definidos como $\gamma_2 = 1$ e:

$$\gamma_1 = \gamma_3 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 EA}{l^2} \cdot \frac{h^*}{G_r . b}} \qquad \text{[Eq. 21]}$$

Com: Gr = módulo de cisalhamento perpendicular à grã (Gr ≈ G/10), considerado o valor médio de cada camada.

b = largura do painel CLT.

O modelo teórico utilizou as médias dos módulos de elasticidade longitudinal determinados em laboratório de cada uma das camadas de tábuas componentes de cada camada. O módulo de elasticidade tangencial foi

determinado a partir do módulo de elasticidade longitudinal segundo KARACABEYLI; DESJARDINS, (2011):

$$E_{90} = \frac{E_0}{30} \qquad \text{[Eq. 22]}$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Módulo de elasticidade obtido pela simulação

Os valores encontrados para o módulo de elasticidade do painel CLT de cinco camadas estão descritos na tabela a seguir para cada uma das três repetições.

Tabela 2. Flecha máxima dos painéis [mm] em função do carregamento aplicado por repetição e o respectivo módulo de elasticidade aparente [GPa].

Repetição	*F=10kN*	*F=20kN*	*F=30kN*	*F=40kN*	*E_{Painel} [GPa]*
1	*0,35*	*0,70*	*1,05*	*1,41*	*11,576*
2	*0,38*	*0,77*	*1,15*	*1,54*	*10,584*
3	*0,37*	*0,75*	*1,13*	*1,50*	*10,834*

Os valores encontrados na simulação em elementos finitos para o módulo de elasticidade do painel CLT de cinco camadas são comparados aos valores teóricos calculados conforme KARACABEYLI; DESJARDINS, (2011) para cada uma das repetições.

Tabela 3. Comparação dos módulos de elasticidade [GPa] obtidos em função das repetições.

Repetição	*E**	*E*	*Desvio Médio*
1	*8,54*	*11,57*	
2	*8,52*	*10,58*	
3	*8,21*	*10,83*	
Média	*8,42*	*10,99*	*28,5%*
Desvio Padrão [GPa]	*0,15*	*0,42*	

E* - Valores determinados de forma teórica a partir de KARACABEYLI; DESJARDINS, (2011)

4. CONCLUSÕES

Os resultados encontrados nas simulações em elementos finitos dos painéis compostos com tábuas de *Pinus taeda* com propriedades variadas, apresentaram

valores próximos de módulos de elasticidade. Demonstrando a condição de homogeneização do módulo de elasticidade apesar das diferenças de propriedades das tábuas utilizadas. Isto se deve ao modo construtivo do sistema CLT, que ameniza as diferenças entre as propriedades mecânicas anisotrópicas e defeitos das tábuas montadas em cada camada.

Os valores simulados apresentaram em média valores de módulos de elasticidade superiores em 28% aos calculados de forma teórica conforme KARACABEYLI; DESJARDINS, (2011). O modelo em elementos finitos apresentado, considerou para a determinação das propriedades mecânicas valores referentes a umidade 12% e a temperatura de 20 graus Celcius para cada uma das tábuas; Desta forma, as propriedades mecânicas foram diretamente proporcionais a densidade aparente.

Os ensaios experimentais dos painéis a serem confeccionados e comercializados, mostra-se importante no sentido de determinar os coeficientes de segurança e permitirá classificar os painéis em função de sua resistência. Mesmo demorados e com custo elevados, estes ensaios permitirão analisar os efeitos de defeitos na madeira, umidade e temperatura.

Simulações futuras podem ser efetuadas considerando-se o cisalhamento, a adesão e delaminação entre as camadas dos painéis CLT, a resistência do adesivo estrutural, as condições de temperatura e umidade dos componentes. Espera-se com estas considerações, aproximar mais os resultados simulados dos valores teóricos. Podem ser efetuadas ainda, análises com classes de qualidade e resistências diferentes, analisando o comportamento do painel com distribuições aleatórias de tábuas. Outras simulações podem incluir a análise de carregamentos compressivos e análises térmicas do desempenho dos painéis.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Capes pelo apoio prestado ao desenvolvimento deste trabalho.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASTM INTERNATIONAL, W. C. Standard Test Methods of Static Tests of Lumber in Structural Sizes. American Society for Testing and Materials - ASTM, v. D198, p. 14, 2015.

BAÑO, V.; GODOY, D.; VEGA, A. Experimental and Numerical Evaluation of Cross-Laminated Timber (CLT) Panels Produced with Pine Timber from Thinnings in Uruguay. World Conference on Timber Engineering 2016: WCTE 2016, August 22-25, 2016. Anais...2016

BENAROYA, H.; REHAK, M. Finite element methods in probabilistic structural analysis: a selective review. Applied Mechanics Reviews, v. 41, n. 5, p. 201, 1988.

BODIG, J.; JAYNE, B. A. Mechanics of Wood and Wood Composites. Reprint Ed ed. New York: Krieger Publising Company, Malabar, Florida, 1982.

BRANCHERIAU, L.; BAILLERES, H.; GUITARD, D. Comparison between modulus of elasticity values calculated using 3 and 4 point bending tests on wooden samples. Wood Science and Technology, v. 36, n. 5, p. 367–383, 2002.

CHEN, Y.; LAM, F. Bending performance of box-based cross-laminated timber systems. Journal of Structural Engineering, v. 139, n. 2011, p. 1–12, 2013.

CHÚLÁIN, C. U.; SIKORA, K.; HARTE, A. M. Influence of connection systems on serviceability response of CLT timber flooring. World Conference on Timber Engineering 2016: WCTE 2016, August 22-25, 2016. Anais...2016

GUITARD, D.; AMRI, F. EL. Mòdeles prévisionnels de comportement élastique tridimensionnel pour les bois feuillus et les bois résineux. Annales des sciences forestières. Anais...1987

HUGHES, T. J. R. Generalization of selective integration procedures to anisotropic and nonlinear media. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 15, n. 9, p. 1413–1418, 1980.

KARACABEYLI, E.; DESJARDINS, R. CLT Handbook: Cross-laminated timber. Special pu ed. Vancouver, BC, Canada: FPInnovations, 2011. v. 53

MALLO, M. F. L.; ESPINOZA, O. Awareness, perceptions and willingness to adopt cross-laminated timber by the architecture community in the United States. Journal of Cleaner Production, v. 94, n. 5, p. 198–210, 2015.

PEREIRA, J. et al. Assessing wood quality by spatial variation of elastic properties within the stem: Case study of Pinus pinaster in the transverse plane 1. Canadian Journal of Forest Research, v. 44, n. 2, p. 107–117, 2014.

POCHAI, N. et al. A mathematical model of water pollution control using the finite element method. Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics, v. 6, n. 1, p. 755–756, 2006.

VAN DE KUILEN, J. W. G. et al. Very tall wooden buildings with cross laminated timber. Procedia Engineering, v. 14, p. 1621–1628, 2011.

XIE, Y. M.; STEVEN, G. P. A simple evolutionary procedure for structural optimization. Computers & Structures, v. 49, n. 5, p. 885–896, 1993.

YOSHIHARA, H.; KUBOJIMA, Y.; ISHIMOTO, T. Several examinations on the static bending test methods of wood using Todomatsu (Japanese fir). Forest Products Journal, v. 53, n. 2, p. 39–44, 2003.