

Um algoritmo *matheuristic* baseado em *Iterated Local Search* para o problema de blendagem e alocação de equipamentos de carga na mineração

Natanael Salgado Coutinho¹, Ângelo Cesar Bosada Júnior², Gustavo Pessin²,
Marccone Jamilson Freitas Souza^{1,3}, Luciano Perdigão Cota^{1,2}

¹Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação
Universidade Federal de Ouro Preto, CEP: 35402-206, Ouro Preto, MG, Brasil

²Instituto Tecnológico Vale
Campus Universitário, Morro do Cruzeiro, CEP: 35402-206, Ouro Preto, MG, Brasil

³Universidade Federal de Ouro Preto
Campus Universitário, Morro do Cruzeiro, CEP: 35402-136, Ouro Preto, MG, Brasil

natanael.salgado@aluno.ufop.edu.br, angelo.bosada@pq.itv.org,
gustavo.pessin@itv.org, marccone@ufop.edu.br,
luciano.p.cota@itv.org

RESUMO

Este trabalho trata o problema de planejamento de blendagem de minério e alocação verde de escavadeiras em minas de cobre a céu aberto, visando minimizar desvios de produção, de qualidade e o consumo de combustível. Para tratá-lo, foi proposto um algoritmo nomeado Math-ILS que combina um *Iterated Local Search* com uma *Matheuristic*, utilizando uma formulação matemática para o subproblema de alocação de escavadeiras. Para gerar uma boa solução inicial, foi proposto um algoritmo construtivo baseado no ranking das pilhas e frentes de lavra. Para explorar o espaço de busca, foram propostas cinco estruturas de vizinhança. Para evitar que fique preso em ótimos locais, foi proposto um algoritmo de perturbação que remove minério de uma pilha ou frente de lavra e insere em outra, aleatoriamente. Para avaliá-lo, foram utilizadas 10 instâncias reais e os resultados mostraram que o Math-ILS encontrou soluções próximas das ótimas em todas instâncias.

PALAVRAS CHAVE. Blendagem, Cobre, Escavadeiras, *Matheuristic*, *Iterated Local Search*.

Tópicos: POI - PO na Indústria, OA – Outras Aplicações em PO

ABSTRACT

This study addresses the ore blending planning and green shovel allocation problem in an open-pit copper mine, to minimize deviations in production, quality, and fuel consumption. To deal with it, an algorithm called Math-ILS was proposed, which combines an *Iterated Local Search* with a *Matheuristic*, using a mathematical formulation for the shovel allocation sub-problem. To generate a good initial solution, a constructive algorithm was proposed based on the ranking of the stockpiles and mining fronts. Five neighborhood structures were proposed to explore the search space. To avoid getting stuck in local optima, a perturbation algorithm was proposed that randomly removes ore from one stockpile or mining front and inserts it into another. To evaluate it, 10 real instances were used and the results showed that Math-ILS found solutions close to the optima in all instances.

KEYWORDS. Blending. Cooper. Shovels. *Matheuristic*. *Iterated Local Search*.

Paper topics: ORI - OR in Industry, OA – Others OR Applications

1. Introdução

Em minas de cobre a céu aberto, o minério é extraído nas frentes de lavra. O minério extraído pode ser armazenado em pilhas ou transportado diretamente para a planta de processamento. O minério das pilhas ou frentes de lavra possui uma composição mineral, como a porcentagem de cobre, níquel e flúor, que é definida em laboratório por meio de testes físico-químicos.

Uma das etapas mais críticas é o planejamento de blendagem de minério para alimentar as plantas de processamento. Esse planejamento consiste em determinar a quantidade de minério a ser retomada das pilhas e frentes de lavra que deve ser combinada para atender às metas de produção e qualidade em um turno de operação da planta. Os parâmetros das metas de qualidade do minério são definidos de acordo com os requisitos dos clientes. Neste plano, as escavadeiras devem ser alocadas às pilhas e frentes de lavra para retomar o minério buscando minimizar o consumo de combustível desses equipamentos e, assim, reduzir o impacto ambiental da atividade mineradora. Posteriormente, o planejamento de blendagem de minério é inserido no sistema de despacho da mina que realiza o planejamento em tempo real das viagens dos caminhões.

O problema de planejamento de blendagem de minério e alocação verde de escavadeiras (OBPGSAP, da sigla em inglês *Ore Blending Planning and Green Shovel Allocation Problem*) foi introduzido por Coutinho et al. [2023]. Os autores desenvolveram uma formulação de programação linear inteira mista (MILP, da sigla em inglês *mixed-integer linear programming*) para o OBPGSAP. Essa formulação visa minimizar desvios na produção e na qualidade do minério, ao mesmo tempo em que reduz o consumo de combustível dos equipamentos e as emissões de CO₂ em uma mina de cobre. Esses esforços contribuem para práticas mineradoras mais sustentáveis.

No presente trabalho, foi proposto um aprimoramento da formulação MILP de Coutinho et al. [2023], incluindo um limite superior mais adequado para o consumo total de combustível das escavadeiras. Além disso, no estudo de Coutinho et al. [2023] não foram exploradas técnicas heurísticas para o OBPGSAP. O uso destas técnicas permite encontrar soluções de boa qualidade em baixo tempo computacional, além de permitir explorar características estocásticas do problema. Diante disso, o presente trabalho também propõe um algoritmo nomeado Math-ILS que combina um *Iterated Local Search* (ILS) [Lourenço et al., 2019] com a estratégia *Matheuristic* para o OBPGSAP. No *Matheuristic*, utiliza-se uma formulação MILP para o subproblema de alocação de escavadeiras. Para gerar uma solução inicial de boa qualidade para o Math-ILS, foi proposto um algoritmo heurístico construtivo guloso que prioriza as pilhas e frentes de lavra com menor desvio de qualidade do minério, baseado em um ranking. Para explorar o espaço de busca, foram propostas cinco estruturas de vizinhança para o problema. Além disso, para evitar que o Math-ILS fique preso em ótimos locais, foi proposto um algoritmo de perturbação que remove uma quantidade de minério de uma pilha ou frente de lavra e insere em outra pilha ou frente de lavra, aleatoriamente. Para avaliar o algoritmo proposto, foram utilizadas 10 instâncias reais de uma mina de cobre a céu aberto.

As principais contribuições deste trabalho são: 1) um algoritmo heurístico construtivo para gerar soluções iniciais de boa qualidade para o problema; 2) cinco estruturas de vizinhança para explorar o espaço de busca do problema; 3) um algoritmo Math-ILS especializado para o problema, que combina um ILS com a estratégia *Matheuristic*; 4) validação do algoritmo proposto utilizando instâncias reais de uma mina de cobre.

O restante do artigo é organizado da seguinte forma. A Seção 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre o tema. A Seção 3 apresenta uma formulação matemática para o OBPGSAP. A Seção 4 descreve o algoritmo Math-ILS especializado para o problema. A Seção 5 detalha os experimentos computacionais realizados. Por fim, a Seção 6 apresenta as conclusões deste trabalho.

2. Revisão bibliográfica

Esta seção apresenta uma revisão da literatura sobre a blendagem de minério e alocação de equipamentos de carga e transporte em minas a céu aberto. O problema de blendagem de minério

envolve combinar minérios de diferentes teores de forma planejada, de acordo com os recursos existentes e a capacidade de produção. O objetivo é tornar as propriedades do minério blendado mais convenientes para a produção, melhorando a eficiência e reduzindo custos. Diversos indicadores, como teor do minério e granulometria, são considerados para garantir que o padrão de qualidade final atenda às demandas. Melhorias na qualidade do minério podem elevar o preço padrão e o lucro da mineração.

Diversos métodos têm sido propostos para resolver o problema de blendagem de minério. Williams e Haley [1959] apresentaram a primeira aplicação desse problema na indústria de mineração de carvão, blendando pilhas de carvão para fornecer minério da qualidade desejada. Chanda e Dagdelen [1995] propuseram um modelo de programação linear baseado em metas para resolver problemas de blendagem de minério em minas de carvão, com foco na redução de desvios em relação às metas de qualidade e produção, além de maximizar um critério econômico. O problema também surge como um subproblema no planejamento de curto e longo prazos, de acordo com estudos realizados por Silva et al. [2022], Upadhyay et al. [2021], Haonan et al. [2021], Mohtasham et al. [2021], Manríquez et al. [2023], Silva-Júnior et al. [2023].

Na Tabela 1, compara-se o presente trabalho com estudos recentes da literatura. As funções objetivo consideradas são as seguintes: [1] Minimizar o desvio em relação à meta final de produção de minério; [2] Minimizar os desvios nos parâmetros de controle de qualidade; [3] Minimizar o consumo de combustível dos equipamentos de mineração; [4] Minimizar o desvio na produção dos equipamentos de carga em comparação com suas capacidades; [5] Minimizar os tempos de movimentação dos equipamentos de carga; [6] Maximizar a produtividade ao longo do horizonte de planejamento; [7] Maximizar a recuperação metalúrgica do minério; [8] Minimizar o número de pilhas de minério; [9] Minimizar o desvio entre a quantidade de resíduos retomada e sua meta; [10] Minimizar a distância total percorrida; [11] Minimizar o número de equipamentos de mineração; [12] Minimizar a distância entre dois blocos minerados consecutivos; [13] Maximizar as receitas obtidas a partir do processamento de atributos valiosos para venda no mercado; [14] Minimizar os custos para produzi-los; [15] Minimizar os custos de recuperação por unidade de área de terreno recuperada nas instalações de resíduos.

Tabela 1: Resumo das principais características da nossa proposta em comparação com a literatura.

Trabalhos	Funções objetivo															Métodos de solução		
	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]	[11]	[12]	[13]	[14]	[15]	Exato	Metaheuristic	Matheuristic
Upadhyay et al. [2021]	✓	✓	-	✓	✓	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	✓	-	-
Haonan et al. [2021]	-	✓	-	-	-	✓	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	✓	-
Mohtasham et al. [2021]	✓	✓	✓	✓	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	✓	-	-
Liu et al. [2021]	-	✓	-	-	-	-	✓	-	-	-	-	-	-	-	-	-	✓	-
Silva et al. [2022]	✓	✓	-	-	-	-	-	✓	-	-	-	-	-	-	-	✓	-	-
Chen et al. [2022]	-	✓	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	✓	-
Manríquez et al. [2023]	✓	✓	-	-	-	-	-	-	✓	✓	-	-	-	-	-	✓	-	-
Silva-Júnior et al. [2023]	✓	✓	-	-	-	-	-	-	-	-	✓	-	-	-	-	✓	-	-
Coutinho et al. [2023]	✓	✓	✓	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	✓	-	-
Li et al. [2024]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	✓	-	-	-	-	-	-	✓	-
Campos et al. [2024]	-	-	-	-	-	-	✓	-	-	-	-	✓	-	-	-	-	✓	-
Levinson et al. [2024]	✓	✓	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	✓	✓	✓	✓	✓	-
Our proposal	✓	✓	✓	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	✓	✓	✓

Pode-se observar que, embora o problema de blendagem na área minerária seja tratado na literatura em vários estudos recentes, o uso de *matheuristic* ainda é pouco explorado. Além disso, apenas o trabalho de Coutinho et al. [2023] trata um problema com as mesmas restrições do presente estudo.

3. Formulação MILP para o problema

Esta seção apresenta uma MILP, adaptada de Coutinho et al. [2023], para representar o OBPGSAP. Essa formulação corrige o terceiro termo da função objetivo, que visa minimizar o consumo de combustível das escavadeiras. A correção envolve o uso de um limite superior mais apropriado para o consumo máximo do que aquele utilizado por Coutinho et al. [2023]. O restante da seção é organizada da seguinte forma. A Seção 3.1 descreve os conjuntos, parâmetros e variáveis utilizados na modelagem do problema. A Seção 3.2 apresenta a formulação MILP.

3.1. Conjuntos, parâmetros e variáveis

Os conjuntos, índices, parâmetros e variáveis auxiliares e de decisão utilizados na formulação são apresentados abaixo.

Tabela 2: Conjuntos, parâmetros de entrada e variáveis de decisão.

Conjuntos	Descrição
$\mathcal{P}$	conjunto de pilhas de minério, indexado por i
$\mathcal{F}$	conjunto de frentes de minério, indexado por i
$\mathcal{M}$	$\mathcal{P} \cup \mathcal{F}$, indexado por i
$\mathcal{Q}$	conjunto de parâmetros de qualidade, indexado por j
$\mathcal{S}$	conjunto de escavadeiras, indexado por k
$\mathcal{P}'$	conjunto de pilhas de minério de uso obrigatório ($\mathcal{P}' \subseteq \mathcal{P}$), indexado por i
$\mathcal{F}'$	conjunto de frentes de minério de uso obrigatório ($\mathcal{F}' \subseteq \mathcal{F}$), indexado por i
Parâmetro de entrada	Descrição
$PMin_i, FMin_i$	ritmo mínimo e máximo de produção a ser retomado do conjunto de pilhas de minério de uso obrigatório $i \in \mathcal{P}'$ (t/h)
Min_i, Max_i	ritmo mínimo e máximo de produção a ser retomado de cada pilha ou frente $i \in \mathcal{M}$ (t/h)
$MaxNu_i$	número máximo de escavadeira que podem ser alocadas a cada pilha ou frente $i \in \mathcal{M}$
Pr	meta final de ritmo de produção (t/h)
Pl, Pu	ritmo de produção mínimo e máximo (t/h)
G_{ij}	teor do parâmetro de controle de qualidade $j \in \mathcal{Q}$ na pilha ou frente $i \in \mathcal{M}$ (%)
Gr_j	meta de teor do parâmetro de controle de qualidade $j \in \mathcal{Q}$ no blend (%)
G_{lj}, G_{uj}	teor mínimo e máximo estabelecido para o parâmetro de controle de qualidade $j \in \mathcal{Q}$ no blend (%)
SC_k	capacidade produtiva da escavadeira $k \in \mathcal{S}$ (t/h)
SPl_k	produtividade mínima estabelecida para a escavadeira $k \in \mathcal{S}$ (t/h)
SRL_k	taxa de uso mínima estabelecida para a escavadeira $k \in \mathcal{S}$ (%)
SNu_k	número máximo de pilhas ou frentes nas quais a escavadeira $k \in \mathcal{S}$ pode ser alocado
SFC_k	consumo de combustível da escavadeira $k \in \mathcal{S}$ (l/h)
SA_k	1, se a escavadeira estiver disponível e 0, caso contrário
CSM_{ki}	1, se a escavadeira $k \in \mathcal{S}$ é compatível com a pilha ou frente $i \in \mathcal{M}$ e 0, caso contrário
WS	turno de trabalho (h)
$MSFC$	consumo máximo de combustível das escavadeiras (l/h)
TNS	número total de escavadeiras
$\bar{\alpha}, \alpha^-, \alpha^+$	penalidades para o primeiro termo da função objetivo
$\bar{\beta}, \beta_j^-, \beta_j^+$	penalidades para o segundo termo da função objetivo
γ	penalidade para o consumo total de combustível, terceiro termo da função objetivo
Variáveis	Descrição
x_i	ritmo de produção na pilha ou frente $i \in \mathcal{M}$ (t/h)
dp^-, dp^+	desvios negativo e positivo em relação à meta do ritmo de produção final (t/h)
dg_j^-, dg_j^+	desvios negativo e positivo em relação à meta do teor do parâmetro do controle de qualidade j no blend (t/h)
r_{ik}	ritmo de produção da escavadeira $k \in \mathcal{S}$ na pilha ou frente $i \in \mathcal{M}$ (t/h)
p_k	ritmo de produção total da escavadeira $k \in \mathcal{S}$ (t/h)
f_k	consumo total de combustível da escavadeira $k \in \mathcal{S}$ (l)
y_i	1, se a pilha ou frente $i \in \mathcal{M}$ for utilizada e 0, caso contrário
z_{ik}	1, se a escavadeira k opera na pilha/frente $i \in \mathcal{M}$ e 0, caso contrário

3.2. Formulação MILP

A formulação MILP que representa o problema é apresentada pelas equações (1) e (5)–(33). A equação (1) representa a função objetivo a ser minimizada, a qual pode ser dividida em três parcelas. Como cada parcela possui uma medida de escala diferente, elas foram normalizadas. A primeira parcela tem como objetivo minimizar o consumo de combustível das escavadeiras. A segunda parcela busca minimizar o desvio em relação à meta de produção de minério. A última parcela trata da minimização dos desvios nos parâmetros de controle de qualidade.

$$\min \gamma \left(\sum_{k \in \mathcal{S}} \frac{f_k}{MSFC \times WS \times TNS} \right) + \bar{\alpha} \left(\alpha^- \frac{dp^-}{Pr - Pl} + \alpha^+ \frac{dp^+}{Pu - Pr} \right) + \bar{\beta} \left(\sum_{j \in \mathcal{Q}} \beta_j^+ \frac{dg_j^+}{Gu_j Pu - Gr_j Pr} + \sum_{j \in \mathcal{Q}} \beta_j^- \frac{dg_j^-}{Gr_j Pr - Gl_j Pl} \right) \quad (1)$$

$$\bar{\alpha} + \bar{\beta} + \gamma = 1 \quad (2)$$

$$\alpha^- + \alpha^+ = 1 \quad (3)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{Q}} (\beta_j^- + \beta_j^+) = 1 \quad (4)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{M}} (G_{ij} - Gu_j) x_i \leq 0 \quad \forall j \in \mathcal{Q} \quad (5)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{M}} (G_{ij} - Gl_j) x_i \geq 0 \quad \forall j \in \mathcal{Q} \quad (6)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{M}} (G_{ij} - Gr_j) x_i + dg_j^- - dg_j^+ = 0 \quad \forall j \in \mathcal{Q} \quad (7)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{M}} x_i \leq Pu \quad (8)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{M}} x_i \geq Pl \quad (9)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{M}} x_i - Pr + dp^- - dp^+ = 0 \quad (10)$$

$$x_i - Mu_i \leq 0 \quad \forall i \in \mathcal{M} \quad (11)$$

$$\frac{x_i}{Mu_i} \leq y_i \quad \forall i \in \mathcal{M} \quad (12)$$

$$y_i Ml_i \leq x_i \quad \forall i \in \mathcal{M} \quad (13)$$

$$x_i \geq Pml_i \quad \forall i \in \mathcal{P}' \quad (14)$$

$$x_i \geq Fml_i \quad \forall i \in \mathcal{F}' \quad (15)$$

$$z_{ik} \leq CSM_{ik} \quad \forall i \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{S} \quad (16)$$

$$z_{ik} = 0 \quad \forall i \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{S} \mid SA_k = 0 \quad (17)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{S}} z_{ik} \leq MNu_i \quad \forall i \in \mathcal{M} \quad (18)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{M}} z_{ik} \leq SNu_k \quad \forall k \in \mathcal{S} \quad (19)$$

$$z_{ik} \geq \frac{r_{ik}}{SC_k} \quad \forall i \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{S} \quad (20)$$

$$r_{ik} \geq z_{ik} SPl_k \quad \forall i \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{S} \quad (21)$$

$$x_i = \sum_{k \in \mathcal{C}} r_{ik} \quad \forall i \in \mathcal{M} \quad (22)$$

$$p_k = \sum_{i \in \mathcal{M}} r_{ik} \quad \forall k \in \mathcal{S} \quad (23)$$

$$SC_k SRI_k z_{ik} \leq p_k \quad \forall i \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{S} \quad (24)$$

$$SC_k \geq p_k \quad \forall k \in \mathcal{S} \quad (25)$$

$$f_k = \frac{p_k WS}{SC_k} SFC_k \quad \forall k \in \mathcal{S} \quad (26)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{M} \quad (27)$$

$$y_i \in 0, 1 \quad \forall i \in \mathcal{M} \quad (28)$$

$$z_{ik} \in 0, 1 \quad \forall i \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{S} \quad (29)$$

$$dg_j^+, dg_j^- \geq 0 \quad \forall j \in \mathcal{Q} \quad (30)$$

$$dp^+, dp^- \geq 0 \quad (31)$$

$$p_k, f_k \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{S} \quad (32)$$

$$r_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{S} \quad (33)$$

Os pesos das penalidades devem satisfazer as seguintes equações (2)–(4). As restrições

(5) e (6) garantem que os limites máximo e mínimo dos parâmetros de qualidade sejam respeitados. As restrições (7) calculam os desvios negativos e positivos em relação às metas dos parâmetros de controle de qualidade. As restrições (8) e (9) garantem que o ritmo de produção atenda aos seus limites máximo e mínimo, respectivamente. A restrição (10) calcula os desvios em relação à meta de produção. As restrições (11) garantem que o ritmo de produção em cada pilha ou frente não exceda seu ritmo máximo de produção. As restrições (12) definem quais pilhas ou frentes estão ativas. Em aplicações reais, manter um ritmo de produção baixo em uma pilha ou frente de mineração não é economicamente viável. Portanto, as restrições (13) asseguram que o ritmo mínimo de produção em uma pilha ou frente seja respeitado. As restrições (14) e (15) garantem a retomada de minério a um ritmo que ultrapasse o mínimo pré-estabelecido para pilhas ou frentes obrigatórias, respectivamente. As restrições relacionadas à alocação de escavadeiras são descritas a seguir. Os conjuntos de restrições (16) e (17) garantem a compatibilidade entre escavadeiras e pilhas ou frentes, e a disponibilidade de escavadeiras durante um turno de trabalho. As restrições (18) e (19) tratam do número de escavadeiras operando na mesma localidade e o número de lugares onde uma única escavadeira pode ser utilizada durante um turno de trabalho específico. Por razões de segurança operacional, as restrições (18) definem o número máximo de escavadeiras que podem operar em uma pilha ou frente durante um turno de trabalho. As restrições (19) asseguram que o limite do número de pilhas ou frentes em que cada escavadeira pode operar durante um turno de trabalho seja respeitado. As restrições (20) definem quais escavadeiras estão em operação. O ritmo mínimo de produção para cada escavadeira em cada pilha ou frente é garantido pela restrição (21). As restrições (22) asseguram que o ritmo de retomada de material de uma pilha ou frente seja determinado pela soma dos ritmos de retomada de minério de cada escavadeira alocada a essa pilha ou frente. As restrições (23) calculam o ritmo total de produção de cada escavadeira. As restrições (24) garantem o ritmo mínimo de produção de cada escavadeira, relativo à capacidade produtiva e à taxa mínima de uso estabelecida. O conjunto de restrições (25) impede que o ritmo de remoção de minério por uma escavadeira específica exceda sua capacidade produtiva. A formulação matemática proposta retorna o valor do ritmo de produção de cada escavadeira (p_k) necessário para atender à quantidade de minério requerida para o blend. No entanto, na prática, é comum optar por operar a escavadeira em sua capacidade produtiva (SC_k) por um período inferior ao turno de trabalho. Dessa forma, o consumo total de combustível de cada escavadeira pode ser calculado considerando o tempo real de operação e o consumo de combustível, conforme as restrições (26). Entre as restrições (27) e (33), são definidos os domínios das variáveis auxiliares e de decisão.

4. Algoritmo Math-ILS para o problema

Esta seção apresenta o algoritmo matheurístico proposto para lidar com instâncias de grande escala do OBP GSAP.

4.1. Representação de uma solução

Uma solução s é representada por um vetor, onde cada posição do vetor corresponde a uma pilha ou frente de lavra, e seu valor representa o ritmo de produção da pilha ou frente em t/h. Um exemplo de uma solução s com três pilhas de minério (P_1 , P_2 e P_3) e duas frentes de mineração (F_1 e F_2), conforme ilustrado na Figura 1:

200	500	0	250	0
P1	P2	P3	F1	F2

Figura 1: Representação da solução

Pode-se observar na Figura 1 que um ritmo de produção de 200 t/h foi planejado para a pilha P_1 , 500 t/h para a pilha P_2 , sem produção programada para a pilha P_3 , 250 t/h para a frente de mineração F_1 , e sem produção planejada para a frente de mineração F_2 .

4.2. Avaliação de uma solução

Esta seção apresenta dois algoritmos para a avaliação de uma solução (Algoritmos f_D e f_{D^*}). Os algoritmos diferem na estratégia utilizada para resolver o subproblema de alocação de shovels. No Algoritmo 1, o subproblema é resolvido de forma heurística, sem garantir a otimalidade. No Algoritmo 2, um solver é utilizado para resolver uma formulação MILP do subproblema de forma otimizada. A formulação MILP do subproblema de alocação de escavadeiras busca minimizar o consumo de combustível das escavadeiras, a primeira parcela da função objetivo, descrita na Eq.(1). As Eqs.(16) a (26) formam o conjunto de restrições, além do domínio das variáveis.

Algoritmo 1: f_D

```

input    : Solution  $s$ 
output   :  $cost$ 
1  $rec \leftarrow s$ 
2  $cost \leftarrow 0$ 
3  $SN, MN \leftarrow \emptyset$ 
4  $cap \leftarrow SC$ 
5  $M' \leftarrow$  Conjunto  $M$  ordenado de maneira crescente considerando o número de escavadeiras compatíveis
6  $M'' \leftarrow$  Conjunto  $M'$  reordenado com pilhas e frentes obrigatórias ocupando as primeiras posições
7 for cada pilha ou frente  $i \in M''$  do
8    $S' \leftarrow$  conjunto  $S$  ordenado de forma crescente considerando o consumo de combustível
9   for cada escavadeira  $k \in S'$  do
10    if  $cap_k > 0$  then
11      if  $CSM_{ki} = 1 \ \& \ SA_k = 1 \ \& \ SN_k < SN_{u_k} \ \& \ MN_i < MN_{u_i}$  then
12        if  $cap_k > rec_i \ \& \ rec_i \geq SPL_k \ \& \ rec_i \geq cap_k \times SRL_k$  then
13           $cost \leftarrow cost + ShovelAllocationCost(k, rec_i) \times \gamma$ 
14           $cap_k \leftarrow cap_k - rec_i$ 
15           $rec_i \leftarrow 0$ 
16           $SN_k \leftarrow SN_k + 1$ 
17           $MN_i \leftarrow MN_i + 1$ 
18        else
19          if  $rec_i - cap_k \geq Ml_i \ \& \ MN_{u_i} - MN_i > 1$  then
20             $cost \leftarrow cost + ShovelAllocationCost(k, cap_k) \times \gamma$ 
21             $rec_i \leftarrow rec_i - cap_k$ 
22             $cap_k \leftarrow 0$ 
23             $SN_k \leftarrow SN_k + 1$ 
24             $MN_i \leftarrow MN_i + 1$ 
25  $cost \leftarrow cost + ProductionCost(s) \times \bar{\alpha}$ 
26  $cost \leftarrow cost + ControlParametersCost(s) \times \bar{\beta}$ 
27 return  $cost$ 

```

O Algoritmo 1 recebe uma solução s como *input* e retorna um custo $cost$ associado a essa solução como *output*. Nas primeiras linhas do algoritmo, variáveis são declaradas e seus valores iniciais definidos. Em seguida, os conjuntos de M e S são reordenados conforme descrito nas próprias linhas. Restrições são impostas para alinhar o algoritmo às restrições da formulação MILP da Seção 3 e as escavadeiras são alocadas de duas formas diferentes: (i) a escavadeira retoma todo o minério que precisa ser extraído na pilha de estoque ou frente, tendo o custo de alocação calculado, penalizado e adicionado; ou (ii) a escavadeira retoma apenas o ritmo que sua capacidade permite, sendo necessário usar outra escavadeira para retomar o restante do minério posteriormente. Novamente, o custo de alocação é calculado, penalizado e adicionado. Por fim, o custo de desvio de produção e os custos dos desvios de todos os parâmetros de qualidade são calculados, penalizados e adicionados.

A seguir, o Algoritmo 2 apresenta o pseudocódigo do segundo algoritmo para a avaliação de uma solução, que utiliza um solver para resolver o subproblema de alocação de escavadeiras. Na linha 1, a função *ShovelAllocationCostMILP* executa a formulação MILP e, em seguida, multiplica o valor retornado por γ para adicioná-lo ao custo de alocação. Na linha 2, calcula-se o custo do

desvio de produção e o custo do desvio de qualidade é calculado na linha 3. Finalmente, retorna-se o custo total ótimo da função de avaliação f_{D^*} na linha 4.

Algoritmo 2: f_{D^*}

input : Solução s
output : $cost$
1 $cost \leftarrow ShovelAllocationCostMILP(s) \times \gamma$
2 $cost \leftarrow cost + ProductionCost(s) \times \bar{\alpha}$
3 $cost \leftarrow cost + ControlParametersCost(s) \times \bar{\beta}$
4 **return** $cost$

4.3. Algoritmo Math-ILS

O *Iterated Local Search* (ILS) é uma meta-heurística poderosa amplamente utilizada para resolver problemas combinatórios complexos. Esta seção é dedicada à apresentar o Algoritmo 3, desenvolvido especificamente para lidar com esses desafios. O ILS combina a eficiência da busca local, utilizando Pipe-RVND [Duarte et al., 2018], que refina soluções na busca de ótimos locais, com a perturbação, que capacita o algoritmo à escapar de ótimos locais e explorar novas regiões do espaço de soluções.

O Algorithm 3 apresentado a seguir, utiliza a meta-heurística mencionada e pode ser classificado como Math-ILS quando aplica-se a função de avaliação $f_{D^*}(s)$, na qual uma MILP é utilizada para a alocação ótima de shovels. Alternativamente, pode ser classificado como ILS quando aplica a função de avaliação $f_D(s)$.

Algoritmo 3: Math-ILS

input : $\emptyset$
output: Solution s
1 Permita N representar o conjunto de vizinhança
2 $s_0 \leftarrow Constructive()$
3 $s \leftarrow Pipe-RVND(s_0)$
4 $p \leftarrow 1$
5 **while** Critério de parada não satisfeito **do**
6 $s' \leftarrow Perturbation(s, p)$
7 $s'' \leftarrow Pipe-RVND(s')$
8 **if** $f_{D^*}(s'') < f_{D^*}(s)$ **then**
9 $s \leftarrow s''$
10 $p \leftarrow 1$
11 **else**
12 $p \leftarrow p + 1$
13 **return** s

Algorithm 3 não precisa de dados para *input* e retorna a melhor solução s . O conjunto de vizinhança N é declarada na primeira linha. Na linha 2, uma solução inicial s_0 é gerada por meio do Algoritmo construtivo (definido na Seção 4.4). Na linha 3, a solução s recebe a solução refinada pelo procedimento de busca local, Pipe-RVND. O nível de perturbação p é iniciada com o valor 1 na linha 4. Nas linhas 5 a 12, um laço se repete enquanto o critério de parada estipulado na Seção 5 não for satisfeito. Na linha 6, a solução s' é obtida mediante a perturbação da solução s . Na linha 7, a solução s'' recebe a solução resultante da busca local. Na linha 8, verifica-se se o custo da solução s'' é menor que o custo da solução s . Se essa condição for verdadeira, a solução s é atualizada com os valores da solução s'' na linha 9, e o nível de perturbação p é redefinido para 1 na linha 10. Caso contrário, na linha 12, o nível de perturbação p é incrementado em uma unidade. Na linha 13, a solução s é retornada.

O algoritmo de perturbação desenvolvido exerce essa função ao retirar um valor aleatório de ritmo de produção de uma pilha ou frente, também escolhida aleatoriamente, dentro da solução s , e acrescentar o mesmo valor a uma segunda pilha ou frente aleatória. As restrições relacionadas aos ritmos mínimo e máximo de produção das pilhas e frentes são respeitadas. À medida que o

nível de perturbação p aumenta, o número de pilhas ou frentes que terão seu ritmo de produção alterado também cresce na mesma proporção. Já o procedimento de busca local é realizado por um algoritmo baseado no Pipe-RVND, utilizando a estratégia *Fisrt Improvement* e cinco estruturas de vizinhança definidas na Seção 4.5.

4.4. Algoritmo construtivo

Nesta seção, um algoritmo é criado para que uma solução inicial seja gerada, visando atender às restrições estabelecidas na MILP e minimizar os desvios dos parâmetros de controle de qualidade. Consegue-se garantir que o desvio de produção da solução gerada seja nulo, garantindo que pelo menos uma parcela da função objetivo seja zerada. O algoritmo construtivo foi pensado para gerar uma solução inicial com um custo final baixo.

A seguir, descreve-se o processo de avaliação das pilhas ou frentes i , que resulta em um ranking baseado nos parâmetros de controle de qualidade j . Esse ranking é utilizado nos procedimentos de construção e refinamento das soluções, com o intuito de selecionar as pilhas ou frentes mais favoráveis para a extração de minério. O ranking é armazenado nas variáveis R_i para todas as pilhas ou frentes $i \in \mathcal{M}$. As Equações (34), (35), (36) e (37) calculam os desvios positivos sdg^+ e negativos sdg^- dos teores dos parâmetros de qualidades j de cada pilha ou frente i . É importante destacar que os parâmetros sdg^+ e sdg^- referem-se a desvios relacionados à porcentagem dos teores dos parâmetros de qualidade, diferenciando-se das variáveis de decisão dg^+ e dg^- que estão relacionadas aos desvios no ritmo de produção de cada parâmetro de qualidade j .

As Eqs. 34 e 35 são utilizadas quando o desvio em porcentagem do parâmetro de qualidade j for positivo, enquanto as Eqs. 36 e 37 são utilizadas quando esse desvio for negativo. A função R_i , dada pela Equação 38, é usada para guiar a escolha das pilhas i na construção da solução inicial.

$$sdg_{ij}^+ = G_{ij} - Gr_j \quad \forall i \in \mathcal{M}, j \in \mathcal{Q} \quad (34)$$

$$sdg_{ij}^- = 0 \quad \forall i \in \mathcal{M}, j \in \mathcal{Q} \quad (35)$$

$$sdg_{ij}^+ = 0 \quad \forall i \in \mathcal{M}, j \in \mathcal{Q} \quad (36)$$

$$sdg_{ij}^- = Gr_j - G_{ij} \quad \forall i \in \mathcal{M}, j \in \mathcal{Q} \quad (37)$$

$$R_i = \sum_{j \in \mathcal{Q}} \left(\frac{sdg_{ij}^+}{Gu_j - Gr_j} + \frac{sdg_{ij}^-}{Gr_j - Gl_j} \right) \quad (38)$$

A função R_i , dada pela Eq. 38, é usada para guiar a escolha das pilhas i na construção da solução inicial. O algoritmo construtivo proposto utiliza o ranking R_i para ordenar as pilhas e frentes, priorizando aquelas que minimizam o desvio nos parâmetros de controle de qualidade. O material é extraído seguindo a ordem do ranking até atingir a meta de produção. Ao final do processo, obtém-se uma solução inicial (s) que define o ritmo de produção de cada pilha ou frente. Em seguida, a alocação das escavadeiras é realizada de maneira ótima através da formulação MILP do subproblema de alocação. Se a formulação não retornar uma solução viável, é necessário refiná-la, dando prioridade para as pilhas ou frentes que possuem maior número de escavadeiras compatíveis, progressivamente. As restrições relacionadas aos ritmos mínimo e máximo de produção das pilhas e frentes são respeitadas.

4.5. Estruturas de vizinhança

Para explorar o espaço de soluções do problema são utilizados 5 movimentos, cada qual dando origem a uma estrutura de vizinhança descrita abaixo.

N^1 : Dada uma solução s , essa estrutura consiste em realocar toda a quantidade de minério a ser removido de uma pilha ou frente para outra.

N^2 : Dada uma solução s , essa estrutura consiste em realocar 50% da quantidade de minério a ser removido de uma pilha ou frente para outra, utilizando o Ranking R_i .

- N^3 : Dada uma solução s , essa estrutura consiste em realocar 1 tonelada por hora de minério de uma pilha ou frente para outra, desde que os ritmos máximos e mínimos de cada pilha ou frente sejam respeitados.
- N^4 : Dada uma solução s , essa estrutura consiste em trocar toda a quantidade de minério a ser removido de uma pilha ou frente com outra.
- N^5 : Dada uma solução s , essa estrutura consiste em zerar a quantidade de minério a ser removido de uma pilha ou frente e o minério que seria retomado é redistribuído para os outras pilhas e frentes, utilizando o Ranking R_i .

5. Experimentos computacionais

Nesta seção, foram realizados experimentos computacionais para validar os algoritmos propostos, ILS e Math-ILS. Compara-se os resultados do Math-ILS com aqueles do ILS e do solver Gurobi, versão 12.0. O algoritmo ILS é uma versão simplificada do Math-ILS que não utiliza programação matemática e emprega a função de avaliação heurística f_D . O critério de parada para os algoritmos ILS e Math-ILS foi de 10 mil avaliações da função objetivo. Os algoritmos foram implementados em Python utilizando o IDE Visual Studio Code, e os experimentos computacionais foram executados em um computador com um processador Intel Core i5-1135G7 de 11ª geração @ 2,40 GHz e 8 GB de RAM. Avaliamos os métodos utilizando 10 instâncias baseadas em dados da mina a céu aberto de Sossego, uma mina de cobre da Vale S.A. no Pará, Brasil. As instâncias utilizadas e suas características estão disponíveis em https://github.com/lucianocota/Optimization_MinePlanning_Blending.

Os resultados dos algoritmos ILS e Math-ILS foram comparados entre si e com aqueles obtidos pelo solver Gurobi, o qual fornece a solução ótima para o problema OBP GSAP. A Tabela 3 apresenta os resultados obtidos pelo solver Gurobi e pelo algoritmo ILS para as 10 instâncias previamente descritas. A Solução Ótima (SO) encontrada pelo solver Gurobi é apresentada na coluna 2. Os resultados do algoritmo ILS são mostrados nas colunas 3-5, enquanto os resultados do algoritmo Math-ILS são exibidos nas colunas 6-8. As colunas identificadas como Melhor, Média e RPD indicam, respectivamente, o melhor resultado, a média dos resultados e o desvio percentual relativo em relação à solução ótima para cada instância, calculado pela Eq. 39:

$$RPD = \frac{f_{Avg} - f_{Gurobi}}{f_{Gurobi}} \quad (39)$$

onde f_{Avg} indica o valor médio encontrado pelo algoritmo Avg e o f_{Gurobi} representa a solução ótima obtida pelo solver Gurobi.

Tabela 3: Comparação entre os algoritmos ILS e o Math-ILS considerando o resultado do RPD.

Inst.	Gurobi		ILS		Math-ILS		
	SO	Melhor	Média	RPD (%)	Melhor	Média	RPD (%)
01	0,03941	0,03961	0,04019	1,997	0,03953	0,03997	1,439
02	0,04091	0,04098	0,04432	8,333	0,04095	0,04198	2,615
03	0,11927	0,12286	0,12288	3,027	0,12275	0,12278	2,939
04	0,03934	0,03964	0,04003	1,741	0,03955	0,03983	1,231
05	0,03727	0,03779	0,03869	3,805	0,03760	0,03819	2,456
06	0,03748	0,03773	0,03812	1,699	0,03765	0,03796	1,270
07	0,03849	0,03874	0,03987	3,584	0,03849	0,03972	3,216
08	0,05785	0,05789	0,05789	0,068	0,05785	0,05785	0,000
09	0,07041	0,07048	0,07119	1,114	0,07041	0,07088	0,671
10	0,05617	0,05621	0,05621	0,073	0,05619	0,05624	0,116
Média	0,05366	0,05419	0,05494	2,544	0,05410	0,05454	1,595

Verifica-se que o algoritmo Math-ILS superou o ILS em 90% dos casos testados, graças às alocações ótimas efetuadas no subproblema de distribuição de pás. Além disso, o RPD do Math-ILS

demonstrou mínima variação, não excedendo 3% da solução ótima. Em seguida, aplicou-se testes estatísticos para verificar se há uma diferença significativa entre os resultados de ambos os algoritmos. Inicialmente, verificou-se que os dados não seguem uma distribuição normal usando o teste de Shapiro–Wilk ($p\text{-value}=2,2\times 10^{16}$). Assim, aplicou-se o teste não paramétrico de Wilcoxon emparelhado [Wilcoxon, 1945], com 95% de confiança, confirmando que há evidência ($p\text{-value} = 0,0113$) de que o Math-ILS supera estatisticamente o ILS para os experimentos realizados.

6. Conclusões

Este trabalho tratou o OBPGSAP, com o objetivo de minimizar os desvios em relação à meta de produção e às metas dos parâmetros de controle de qualidade, além de reduzir o consumo de combustível das escavadeiras, promovendo práticas de mineração mais sustentáveis. Inicialmente, uma formulação MILP foi proposta para representar o problema. Este estudo também explorou técnicas heurísticas que permitem resolver instâncias de pequeno e grande porte em um tempo computacional adequado para a tomada de decisão. Além disso, o uso de técnicas heurísticas permite explorar características estocásticas do problema. O algoritmo desenvolvido foi baseado no ILS, e duas funções de avaliação foram elaboradas para avaliar o custo de uma solução. A primeira função de avaliação utilizou apenas uma heurística determinística. Já a segunda função de avaliação incorporou uma formulação MILP para o subproblema de alocação, permitindo a alocação ótima das escavadeiras e a redução do custo da solução analisada, tornando o algoritmo uma *matheuristic*, aqui denominado Math-ILS. Instâncias reais de uma mina de cobre a céu aberto foram utilizadas para validar o algoritmo Math-ILS e seus resultados foram comparados aos do ILS e de um resolvidor matemático. Os resultados indicaram que o algoritmo Math-ILS apresenta desempenho superior ao algoritmo ILS, sendo essa superioridade corroborada por testes estatísticos. Além disso, uma variação não superior a 3% em relação à solução ótima demonstra que o algoritmo Math-ILS é capaz de fornecer resultados próximos do ótimo rapidamente. Em trabalhos futuros, pretende-se explorar as incertezas inerentes aos parâmetros de entrada do problema, como por exemplo, os teores de qualidade das pilhas e frentes.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES, Finance Code 001), do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq, grants 311074/2023-5 e 302629/2023-8), da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG, grant PPM CEX 676/17), do Instituto Tecnológico Vale (ITV), da Vale S.A. e da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP).

Referências

- Campos, P. H. A., Costa, J. a. F. C. L., Koppe, V. C., Bassani, M. A. A., e Deutsch, C. V. (2024). Short-term schedule optimization with nonlinear blending models for improved metallurgical recovery in mining. *Mining, Metallurgy Exploration*, 41:1629–1643.
- Chanda, E. e Dagdelen, K. (1995). Optimal blending of mine production using goal programming and interactive graphics systems. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 9(4):203–208.
- Chen, L., Gu, Q., Wang, R., Feng, Z., e Zhang, C. (2022). Comprehensive utilization of mineral resources: Optimal blending of polymetallic ore using an improved nsga-iii algorithm. *Sustainability*, 14(17). ISSN 2071-1050.
- Coutinho, N. S., Beneteli, T. A. P., Pessin, G., e Cota, L. P. (2023). Ore blending planning and green shovel allocation in open-pit mines: a case study in a copper mine. *International Journal of Mining and Mineral Engineering*, 14(2):95–123.

- Duarte, A., Mladenovic, N., Sánchez-Oro, J., e Todosijević, R. (2018). Variable Neighborhood Descent. In *Handbook of Heuristics*, p. 341–367. Springer International Publishing. URL <https://uphf.hal.science/hal-03674503>.
- Haonan, Z., Samavati, M., e Hill, A. J. (2021). Heuristics for integrated blending optimisation in a mining supply chain. *Omega*, 102:102373. ISSN 0305-0483.
- Levinson, Z., Dimitrakopoulos, R., e Levinson, Z. (2024). Simultaneous stochastic optimisation of mining complexes: Integrating progressive reclamation and waste management with contextual bandits. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 38(9):701–721.
- Li, N., Wu, Y., Ye, H., Wang, L., Wang, Q., e Jia, M. (2024). Scheduling optimization of underground mine trackless transportation based on improved estimation of distribution algorithm. *Expert Systems with Applications*, 245:123025. ISSN 0957-4174.
- Liu, B., Zhang, D., e Gao, X. (2021). A method of ore blending based on the quality of beneficiation and its application in a concentrator. *Applied Sciences*, 11(11). ISSN 2076-3417.
- Lourenço, H. R., Martin, O. C., e Stützle, T. (2019). Iterated local search: Framework and applications. In Gendreau, M. e Potvin, J., editors, *Handbook of metaheuristics*, volume 272 of *International Series in Operations Research & Management Science*, chapter 5, p. 129–168. Springer, Cham.
- Manríquez, F., González, H., e Morales, N. (2023). Short-term open-pit production scheduling optimizing multiple objectives accounting for shovel allocation in stockpiles. *Optimization and Engineering*, 24:681–707.
- Mohtasham, M., Mirzaei-Nasirabad, H., Askari-Nasab, H., e Alizadeh, B. (2021). A multi-objective model for fleet allocation schedule in open-pit mines considering the impact of prioritising objectives on transportation system performance. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 35(10):709–727.
- Silva, A., Beneteli, T. A. P., Silva, L., Pessin, G., Euzébio, T. A. M., e Cota, L. P. (2022). A mixed-integer linear programming model for the stockpiles blending problem in a nickel mine. *International Journal of Mining and Mineral Engineering*, 13(2):93–118.
- Silva-Júnior, A. L., Martins, A. G., Pantuza-Jr, G., Cota, L. P., e Souza, M. J. F. (2023). Short-term planning of a work shift for open-pit mines: A case study. *Cogent Engineering*, 10(1):2168172.
- Upadhyay, S. P., Askari-Nasab, H., e Doucette, J. (2021). Short-term production scheduling in open-pit mines with shovel allocations over continuous time frames. *International Journal of Mining and Mineral Engineering*, 12(4):292–308.
- Wilcoxon, F. (1945). Some uses of statistics in plant pathology. *Biometrics Bulletin*, 1(4):41–45.
- Williams, K. B. e Haley, K. B. (1959). A practical application of linear programming in the mining industry. *Journal of the Operational Research Society*, 10(3):131–137.