

Um algoritmo simheurístico baseado em *Simulated Annealing* para a otimização da produção de um circuito de britagem

João Paulo Estêvão Morais¹, Luciano Perdigão Cota^{1,2}, Marcone Jamilson Freitas Souza^{1,3}

¹Programa de Pós-Graduação em Instr., Controle e Automação de Processos de Mineração
Instituto Tecnológico Vale e Universidade Federal de Ouro Preto, CEP: 35402-206, Ouro Preto,
MG, Brasil

²Instituto Tecnológico Vale
Campus Universitário, Morro do Cruzeiro, CEP: 35402-206, Ouro Preto, MG, Brasil

³Universidade Federal de Ouro Preto
Campus Universitário, Morro do Cruzeiro, CEP: 35402-136, Ouro Preto, MG, Brasil
joao.estevao@aluno.ufop.edu.br, luciano.p.cota@itv.org,
marcone@ufop.edu.br

RESUMO

A melhoria de processos na indústria é fundamental para aumentar a eficiência produtiva e reduzir os custos operacionais. Este trabalho propõe um algoritmo baseado em *Simulated Annealing* para maximizar a produção de um circuito de britagem de uma usina de minério de ferro. O algoritmo proposto integra um simulador do processo real da usina, permitindo uma análise mais precisa do desempenho operacional. Para validar o *Simulated Annealing* foram utilizadas seis instâncias da literatura que refletem cenários reais de operação de uma usina de minério de ferro. Os resultados do algoritmo desenvolvido foram comparados aos de um algoritmo *Iterated Local Search* da literatura proposto para o mesmo problema. O algoritmo *Simulated Annealing* foi capaz de encontrar todas as melhores soluções conhecidas com um menor tempo computacional e menor variabilidade. Portanto, estes resultados evidenciam a eficácia do algoritmo proposto na otimização do circuito de britagem.

PALAVRAS CHAVE. Circuito de britagem, *Simulated Annealing*, Simulação de processos, *Simheuristic*.

Tópicos: POI – PO na Indústria, OA – Outras Aplicações em PO.

ABSTRACT

Improving processes in industry is key to increasing production efficiency and reducing operating costs. This work proposes an algorithm based in *Simulated Annealing* to maximize the production of a crushing circuit in an iron ore plant. The proposed algorithm integrates a simulator of the plant's real process, allowing for a more accurate analysis of operational performance. In order to validate *Simulated Annealing*, six instances from the literature were used which reflect real operating scenarios in an iron ore plant. The results of the developed algorithm were compared to those of an *Iterated Local Search* algorithm from the literature proposed for the same problem. The *Simulated Annealing* algorithm was able to find all the best known solutions with less computational time and less variability. Therefore, these results show the effectiveness of the proposed algorithm in optimizing the crushing circuit.

KEYWORDS. Crushing circuit, *Simulated Annealing*, Process simulation, *Simheuristic*.

Paper topics: ORI – OR in Industry, OA – Others OR Applications.

1. Introdução

A mineração desempenha um papel fundamental no fornecimento de insumos essenciais para diversos setores da economia, desde a construção civil até a indústria de alta tecnologia. Os recursos minerais, após a extração, passam por processos de beneficiamento para garantir sua adequação às especificações industriais, reduzindo desperdícios e aumentando seu valor agregado. Nesse contexto, a busca por maior eficiência operacional torna-se essencial para a competitividade do setor. Dentre as etapas do beneficiamento mineral, a britagem é uma das mais relevantes, sendo responsável pela fragmentação do minério em diferentes estágios até alcançar a granulometria desejada para as fases subsequentes do processo. No entanto, garantir um alto desempenho nesse circuito é um grande desafio devido a fatores como a variabilidade do minério, o desgaste dos equipamentos, a necessidade de balanceamento de carga entre os estágios de britagem e o alto consumo energético. Pequenos desequilíbrios podem levar a gargalos produtivos, reduzindo a eficiência global da planta.

A otimização de circuitos de britagem busca aprimorar o arranjo dos equipamentos, definir configurações operacionais mais eficientes e adotar estratégias inteligentes de controle do processo. Os métodos tradicionais, baseados principalmente na experiência dos operadores, muitas vezes não exploram todo o potencial do sistema, resultando em desempenhos insatisfatórios. Nesse contexto, técnicas avançadas de otimização computacional surgem como ferramentas promissoras para melhorar a eficiência e a produtividade.

Além disso, a simulação do processo de britagem permite uma análise detalhada do fluxo de materiais, facilitando a identificação de gargalos e ineficiências operacionais. Essa capacidade de diagnóstico em tempo real é essencial para tomadas de decisão mais ágeis e fundamentadas. Através da simulação, também é possível testar diferentes cenários — como mudanças na granulometria do material ou a introdução de novos equipamentos — sem a necessidade de interromper a operação da planta.

Este artigo propõe a aplicação de uma *simheuristic* que alia a meta-heurística *Simulated Annealing* (SA) a um simulador, desenvolvido por Santos et al. [2020], que representa o processo de britagem na usina de Conceição II, da empresa Vale S.A. A abordagem busca maximizar a produção em um turno de seis horas, garantindo ainda uma melhor alocação dos recursos disponíveis e reduzindo desperdícios energéticos. A utilização de meta-heurísticas permite explorar de maneira eficiente o espaço de soluções, superando desafios presentes nos métodos convencionais de otimização.

A escolha do *Simulated Annealing* como meta-heurística baseia-se em sua capacidade de escapar de ótimos locais, seu bom desempenho em espaços discretos e sua simplicidade de implementação. Como trabalhos anteriores utilizaram o *Iterated Local Search* para este problema [Santos et al., 2020; Moura et al., 2022], propõe-se aqui investigar se o SA pode obter resultados mais eficientes para o mesmo circuito, com menor custo computacional e sem perda de qualidade na solução. Experimentos computacionais foram realizados utilizando seis instâncias da literatura de Santos et al. [2020] que retratam cenários reais de produção da usina de Conceição II.

A seguir, o artigo está estruturado da seguinte forma: na Seção 2, apresenta-se uma revisão bibliográfica que aborda trabalhos relacionados à aplicação de *simheuristics* nos mais diversos segmentos, incluindo o processo de britagem. A Seção 3 trata da caracterização do problema a ser estudado. Na Seção 4, apresenta-se o algoritmo proposto. A Seção 5 apresenta os experimentos computacionais realizados, bem como a análise e discussão dos resultados obtidos. Por fim, a Seção 6 trata das conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2. Revisão bibliográfica

As *simheuristics* combinam métodos de simulação estocástica com heurísticas de otimização, permitindo a resolução eficiente de problemas de otimização complexos e sujeitos a

incertezas. Sua aplicação tem se expandido significativamente nos últimos anos, abrangendo áreas como logística, saúde e engenharia. Essa abordagem auxilia na tomada de decisões mais precisas, reduzindo custos operacionais e aumentando a eficiência dos sistemas. Nos últimos anos, diversos trabalhos têm sido publicados sobre o tema em problemas como roteamento de veículos capacitado [Juan et al., 2011], roteamento de inventário com múltiplos centros de varejo e um depósito de distribuição [Juan et al., 2014], localização de instalações não capacitadas [de Armas et al., 2017], roteamento de arcos capacitado [Gonzalez-Martin et al., 2018], seleção de portfólio de projetos [Panadero et al., 2018], sequenciamento de máquinas paralelas [Abu-Marrul et al., 2022] e de máquina única [BITTENCOURT, 2024].

A aplicação de *simheuristics* a circuitos de britagem se restringe, até o momento, a apenas dois trabalhos na literatura. Em ambos, o circuito estudado foi o mesmo.

Santos et al. [2020] propuseram uma *simheuristic* para otimizar o circuito de britagem da usina de Conceição II da Vale S.A., com o objetivo de maximizar a produção. O algoritmo desenvolvido, denominado SILS-SIM, combinou a meta-heurística *Iterated Local Search* com um simulador do circuito de britagem, utilizando a busca local *Best Improvement* aplicada a duas soluções iniciais: uma randômica (número aleatório de equipamentos ativos no circuito) e uma gulosa (todos os equipamentos disponíveis e ativos). Foram analisadas seis instâncias representativas de cenários reais, variando parâmetros como taxa de alimentação e número de equipamentos disponíveis. O algoritmo proposto superou as soluções baseadas na experiência dos operadores e na configuração com todos os equipamentos em operação, conseguindo aumentar a produção em 9% ao mês e reduzir o consumo de energia em 59% em uma das seis instâncias estudadas, quando metade dos equipamentos estava em operação.

Moura et al. [2022] desenvolveram um algoritmo de otimização baseado na meta-heurística *Iterated Local Search*, com o objetivo de minimizar o consumo de energia do circuito de britagem da usina de Conceição II, mantendo uma meta de produção pré-estabelecida e retornada em uma configuração onde todos os equipamentos do circuito estivessem operando. O algoritmo gerou um conjunto de soluções avaliadas por meio do simulador desenvolvido por Santos et al. [2020]. Para otimizar o tempo de processamento, devido ao alto custo computacional envolvido em *simheuristics*, foram construídos metamodelos baseados em regressões matemáticas, focando em cenários promissores. O metamodelo reduziu a necessidade de uso do simulador em 68,33%, permitindo a avaliação de mais soluções e diminuindo o tempo de processamento. Em três instâncias distintas, o algoritmo proposto reduziu, em média, 28% no consumo de energia do circuito, o que corresponde a uma economia de 197.295,60 *kWh* ao mês, quando comparado à solução gulosa.

Considerando a necessidade de ampliar os estudos de *simheuristics* na etapa de britagem para possibilitar um processo produtivo cada vez mais eficiente e auxiliar na tomada de decisões em campo, e levando em conta que os dois trabalhos anteriores sobre o tema utilizaram a meta-heurística ILS, o presente trabalho propõe aplicar a meta-heurística SA ao mesmo circuito, utilizando o simulador desenvolvido por Santos et al. [2020], a fim de entregar um algoritmo mais eficiente, maximizando a produção da britagem.

3. Caracterização do problema

Este estudo aplica-se ao circuito de britagem da usina de Conceição II, da Vale S.A., em Itabira, Minas Gerais.. A Figura 1 apresenta o sistema, que conta com 15 britadores cônicos, 33 alimentadores e 15 peneiras. O circuito visa reduzir as partículas de minério de ferro para granulometria inferior a 12 mm.

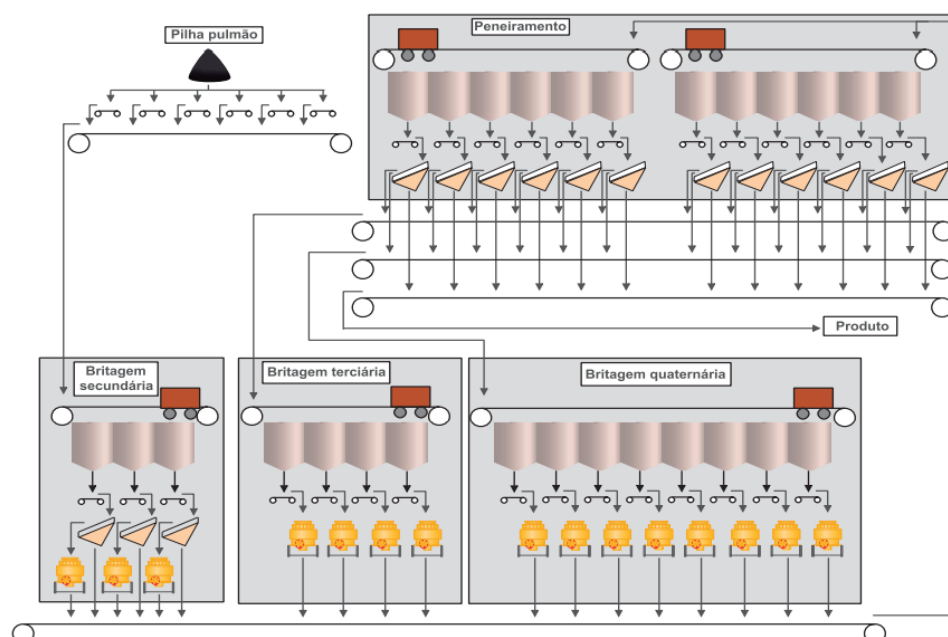


Figura 1: Circuito de britagem da usina de Conceição II. Fonte: Santos et al. [2020]

Após o desmonte, grandes rochas são removidas da mina por escavadeiras e carregadas em caminhões foras de estrada, que as transportam até o britador primário, próximo à mina. Na usina de Conceição II, a britagem primária é realizada por um britador giratório, que reduz blocos de 1 metro para uma granulometria inferior a 150 mm. O material britado segue por correias transportadoras até a pilha reguladora. Com volume aproximado de 56.000 m³, a pilha pulmão assegura a continuidade das etapas subsequentes: britagem secundária, terciária, quaternária e peneiramento. Sua alta capacidade permite que o circuito siga operando mesmo diante de falhas no britador primário, como quebras, entupimentos ou falhas no sistema de controle.

Na área de britagem secundária, existem três linhas de britagem que operam de forma independente, embora compartilhem um transportador de correia comum para os produtos provenientes das três linhas. Cada linha é composta por uma divisão do silo de alimentação, um alimentador de correia, uma peneira vibratória inclinada e um britador cônico padrão. O alimentador de correia retira o minério do silo com velocidade controlada, garantindo uma carga estável no britador. No entanto, a quantidade de material que chega ao britador pode variar, uma vez que o alimentador descarrega o material na peneira antes do processo de britagem. O *oversize* da peneira é enviado ao britador, enquanto o *undersize* é transportado, juntamente com o produto do britador secundário, para o silo de alimentação da área de peneiramento. Semelhante à britagem secundária, as áreas de britagem terciária e quaternária possuem, respectivamente, quatro e oito linhas de britagem, operando de forma independente e compartilhando um transportador de correia comum para os materiais britados.

Cada linha de britagem conta com uma divisão específica do silo, um alimentador de correia e, no caso da britagem terciária, um britador cônico padrão, enquanto na britagem quaternária é utilizado um britador de cabeça curta. O produto gerado pelos britadores terciário e quaternário é então direcionado para o silo de alimentação da área de peneiramento. Na área de peneiramento, existem doze linhas operando de forma independente. Cada linha é composta por uma divisão do

silo, um alimentador de correia e uma peneira vibratória inclinada com dois *decks*. O *oversize* do *deck* superior é redirecionado para a britagem terciária, enquanto o *oversize* do *deck* inferior é encaminhado para a britagem quaternária. O *undersize* segue para a área do pátio de moagem. O minério é então transportado por correias até uma empilhadeira, que transfere o material para a pilha de homogeneização. Essa pilha tem a função de equilibrar as operações de britagem e moagem por meio de um desvio no fluxo. Os alimentadores vibratórios localizados abaixo da pilha de homogeneização extraem o minério e o encaminham para transportadores de correia, direcionando-o para o processo de moagem.

Tendo em vista que, no cenário atual, a decisão sobre quais equipamentos operar é feita de forma subjetiva pelo operador, o presente artigo propõe a implementação da meta-heurística SA aliada a um simulador do processo de britagem da usina de Conceição II. O objetivo é definir de maneira mais assertiva o número de equipamentos no circuito, visando maximizar a produção dessa etapa do processo produtivo.

4. Algoritmo proposto

O algoritmo desenvolvido, denominado SA-SIM, envolve a meta-heurística *Simulated Annealing* integrada a um simulador de Santos et al. [2020] do processo de britagem da usina de Conceição II validado com dados operacionais reais. Este simulador, além de representar com precisão o comportamento do circuito, considera as incertezas operacionais do processo, o que contribui para soluções mais confiáveis e aplicáveis na prática industrial.

A função objetivo avalia diferentes configurações do circuito, considerando a produtividade do sistema e respeitando as restrições operacionais. O algoritmo explora diversas combinações de equipamentos ativos, taxas de alimentação e variações na granulometria para identificar a melhor solução possível.

4.1. Representação e avaliação de uma solução

Uma solução para o problema é representada por um vetor de seis posições, no qual os cinco primeiros elementos indicam a quantidade de equipamentos ativos em cada etapa do processo, e o último representa a taxa de alimentação do circuito. A configuração desse vetor é a seguinte: a primeira posição refere-se à pilha pulmão, enquanto a segunda, terceira, quarta e quinta correspondem, respectivamente, às etapas de britagem secundária, terciária, quaternária e peneiramento. A sexta posição simboliza a taxa de alimentação do circuito, expressa em toneladas por hora. A Figura 2 ilustra um exemplo de solução para o problema.

3	3	2	6	10	4000
Equipamentos Pilha Pulmão	Equipamentos Britagem Sec.	Equipamentos Britagem Terc.	Equipamentos Britagem Quat.	Equipamentos Peneiramento	Taxa de Alim. Circuito

Figura 2: Representação de uma solução para o problema.

É importante ressaltar que os equipamentos (britadores, alimentadores e peneiras) em cada etapa do processo foram tratados como idênticos, dispensando a necessidade de representá-los de forma individual. O objetivo é definir o número total de equipamentos necessários, sem a preocupação de identificar cada equipamento específico. Todos esses equipamentos foram cuidadosamente especificados e modelados no simulador, levando em consideração sua capacidade, além de fatores como taxa de transbordo e esvaziamento, garantindo uma representação fiel à realidade.

A avaliação da solução é realizada pelo algoritmo desenvolvido, após receber o valor da função objetivo (produção) do simulador. Ademais, cada solução deve respeitar as restrições operacionais do circuito de britagem estudado.

4.2. Restrições do Problema

O circuito de britagem analisado apresenta algumas restrições. É necessário que pelo menos uma unidade de cada equipamento seja utilizada, e que a capacidade de cada unidade respeite os limites máximos previamente definidos, conforme a Tabela 1. Outras duas variáveis importantes para o problema são a taxa de alimentação, que deve variar entre 0 e 4015 toneladas por hora, e a duração do turno, que é de 6 horas. A produção total é calculada com base nesse período.

Tabela 1: Unidades de processo e suas faixas de operação.

Unidade de Processo	Faixa de Valores
Pilha Pulmão	1 – 6
Britagem Secundária	1 – 3
Britagem Terciária	1 – 4
Britagem Quaternária	1 – 8
Peneiramento	1 – 12
Taxa de Alimentação (t/h)	0 – 4.015

4.3. Estrutura de vizinhança

Para explorar o espaço de soluções do problema, utilizamos um movimento que consiste em alterar o valor de uma célula do vetor solução. Nas cinco primeiras posições, que representam as quantidades de equipamentos ativos nas diferentes etapas do processo, este movimento consiste em adicionar ou subtrair uma unidade no valor da célula, sempre respeitando os limites mínimo e máximo estabelecidos na Tabela 1. Na sexta posição, que representa a taxa de alimentação do circuito, o valor é ajustado conforme um incremento pré-definido, denominado *PREF*.

As figuras 3a) e 3b) ilustram dois vizinhos da solução apresentada na Figura 2 obtidos pela alteração de número de equipamentos ativos na pilha pulmão. Na Figura 3a), o número de equipamentos ativos foi aumentado em uma unidade, enquanto na Figura 3b), esse número de equipamentos é decrescido em uma unidade.

3	3	2	6	10	4000
↓					
4	4	2	6	10	4000
a) Adição de uma unidade					

3	3	2	6	10	4000
↓					
2	4	2	6	10	4000
b) Subtração de uma unidade					

Figura 3: Exemplos de vizinhos para o problema, considerando a solução da Figura 2.

4.4. Algoritmo *Simulated Annealing*

A meta-heurística *Simulated Annealing* é um método de busca local probabilística que se baseia em uma analogia com a termodinâmica, ao simular o resfriamento de um grupo de átomos aquecidos, processo conhecido como recozimento [Souza, 2024].

O Algoritmo 1 apresenta o pseudocódigo do *Simulated Annealing* proposto para o problema de maximização da produção da britagem.

Algoritmo 1: Simulated Annealing (SA)

```

Input:  $f(\cdot), N(\cdot), \alpha, SA_{max}, T_0, T_{final}, s$ 
Output: Melhor solução  $s^*$ 

1  $s^* \leftarrow s$ ;
2  $IterT \leftarrow 0$ ;
3  $T \leftarrow T_0$ ;
4 while  $T > T_{final}$  do
5     while  $IterT < SA_{max}$  do
6          $IterT \leftarrow IterT + 1$ ;
7         Gere um vizinho qualquer  $s' \in N(s)$ ;
8          $\Delta \leftarrow f(s') - f(s)$ ;
9         if  $\Delta > 0$  then
10              $s \leftarrow s'$ ;
11             if  $f(s') > f(s^*)$  then
12                  $s^* \leftarrow s'$ ;
13             end
14         end
15         else
16             Tome  $x \in [0, 1]$ ;
17             if  $x < e^{\Delta/T}$  then
18                  $s \leftarrow s'$ ;
19             end
20         end
21     end
22      $T \leftarrow \alpha \cdot T$ ;
23      $IterT \leftarrow 0$ ;
24 end
25  $s \leftarrow s^*$ ;
26 return  $s$ ;

```

Na linha 1 do algoritmo, uma solução s^* é construída aleatoriamente, respeitando as restrições do problema com relação ao número de equipamentos em cada fase do circuito e os limites da taxa de alimentação. Seguindo, o contador $IterT$, responsável por contar o número de iterações em dada temperatura T , é iniciado em 0 (linha 2). Na linha 3, T recebe o valor de T_0 , valor da temperatura inicial calculado por meio de simulação, conforme Algoritmo 2. Com isso, entra-se em dois *loops* do algoritmo. O externo (linha 4) controla a temperatura. O interno (linha 5), conhecido como Algoritmo de Metrópolis, procura o equilíbrio térmico em uma dada temperatura. No final do processo de resfriamento (linha 25), s recebe s^* (a melhor solução encontrada), sendo esta, no contexto deste trabalho, a configuração de equipamentos em cada etapa do processo de britagem que gera o maior valor de produção. A melhor solução será retornada pelo algoritmo *Simulated Annealing* (linha 26).

Para o cálculo da temperatura inicial utilizada no *Simulated Annealing*, foi utilizado o Algoritmo 2, descrito em Souza [2024].

A determinação da temperatura inicial é baseada em uma adaptação da meta-heurística *Simulated Annealing*. A principal diferença está no fato de que, durante esse procedimento, não ocorre a atualização da solução corrente. Em vez disso, contabiliza-se o número de soluções aceitas (sejam elas de melhora ou de piora) para definir se esse número é suficientemente alto. Se ele não for, a temperatura é acrescida. O método termina quando a temperatura é suficientemente alta, resultando em um número elevado de soluções aceitas.

5. Experimentos computacionais

O algoritmo SA-SIM foi implementado na IDE MATLAB® da *MathWorks*, versão R2024a. Os resultados do SA-SIM foram comparados aos do SILS-SIM de Santos et al. [2020]. Os experimentos computacionais envolvendo o SA-SIM e SILS-SIM foram realizados em um computador com processador *Intel(R) Core(TM) i7-1165G7*, 2,80GHz. 8GB de memória RAM e Sistema Operacional *Windows 11 Home Single Language 64 bits*.

Algoritmo 2: TemperaturaInicial($f(\cdot)$, $N(\cdot)$, β , γ , $SAmax$, T_0 , s)

Input: $f(\cdot)$, $N(\cdot)$, β , γ , $SAmax$, T_0 , s
Output: Temperatura inicial para o SA-SIM

```

1  $T \leftarrow T_0$ ;
2  $Continua \leftarrow \text{TRUE}$ ;
3 while  $Continua$  do
4    $Aceitos \leftarrow 0$ ;
5   for  $IterT = 1$  to  $SAmax$  do
6     Gere um vizinho qualquer  $s' \in N(s)$ ;
7      $\Delta \leftarrow f(s') - f(s)$ ;
8     if  $\Delta > 0$  then
9        $Aceitos \leftarrow Aceitos + 1$ ;
10    end
11    else
12      Escolha um número aleatório  $x \in [0,1]$ ;
13      if  $x < e^{\Delta/T}$  then
14         $Aceitos \leftarrow Aceitos + 1$ ;
15      end
16    end
17  end
18  if  $Aceitos \geq \gamma \times SAmax$  then
19     $Continua \leftarrow \text{FALSE}$ ;
20  end
21  else
22     $T \leftarrow \beta \times T$ ;
23  end
24 end
25 return  $T$ ;

```

A Subseção 5.1 apresenta as instâncias utilizadas nos testes e descreve suas características. A Subseção 5.2 detalha o procedimento de calibração dos parâmetros do SA-SIM, enquanto a Subseção 5.3 compara os resultados do SA-SIM e os do SILS-SIM.

5.1. Descrição das instâncias

Os algoritmos foram executados nas instâncias de Santos et al. [2020], cujas características estão apresentadas na Tabela 2. Cada instância é definida pela granulometria do material de alimentação, pelas taxas mínima e máxima de entrada em toneladas por hora (t/h) e pela disponibilidade de equipamentos em cada etapa do circuito de britagem.

Tabela 2: Características das instâncias.

Inst.	Granul.	Tx. Min. (t/h)	Tx. Max. (t/h)	# Equipamentos				Peneiramento
				Pilha Pulmão	Brit. Sec.	Brit. Terc.	Brit. Quater.	
1	Padrão	3000	4015	6	3	4	8	12
2	Menor	3000	4015	6	3	4	8	12
3	Maior	3000	4015	6	3	4	8	12
4	Padrão	2000	3000	6	3	4	8	12
5	Padrão	3000	4015	4	2	3	7	10
6	Padrão	3000	4015	6	3	4	8	6

5.2. Calibração de parâmetros

Os parâmetros do algoritmo SA-SIM são os seguintes: temperatura inicial (T_0), temperatura final (T_{final}), fator de resfriamento (α) e o número máximo de iterações em uma dada temperatura ($SAmax$). A temperatura inicial foi calculada de forma autoadaptativa, considerando uma taxa de aceitação $\gamma = 95\%$, conforme apresentado no Algoritmo 2. A temperatura final foi definida como 1, um valor consideravelmente baixo, adaptado ao problema estudado.

Para calibrar os demais parâmetros do SA-SIM, foram criadas três instâncias representativas do conjunto de instâncias definidas na Tabela 2. Foram testados os seguintes valores: $\alpha \in \{0,9; 0,95; 0,99\}$, $SAmax = \{6; 12; 18\}$. A calibração foi conduzida para identificar a melhor combinação dos valores desses parâmetros, considerando o valor médio de produção para cinco execuções do algoritmo e a eficiência computacional.

Os resultados da calibração estão descritos na Tabela 3. A primeira coluna apresenta o índice da instância, enquanto a segunda e a terceira colunas apresentam os valores avaliados para os parâmetros α e $SAmax$, respectivamente. A quarta coluna apresenta o valor da melhor solução conhecida (BKV, da expressão *Best Known Value*). As quinta e sexta colunas apresentam a produção máxima e média obtidas, em toneladas por hora. A sétima coluna define o RPD (do termo *Relative Percentage Deviation*), calculado conforme a Equação 1. A oitava e última coluna apresenta o tempo médio computacional consumido, em segundos.

$$RPD_{avg} = \frac{BKV - avgValue^{alg}}{BKV} \quad (1)$$

O termo $avgValue^{alg}$ denota a solução média obtida pelo algoritmo alg , ao passo que o BKV representa a melhor solução conhecida.

Tabela 3: Resultados da calibração dos parâmetros α e $SAmax$.

Inst.	α	$SAmax$	BKV	Produção (t/h)		RPD (%)	Tempo (s)
				Prod. Max.	Prod. Med.		
1	0,9	6	21698,670	21698,670	21698,670	0,000	147,00
		12		21698,670	21698,670	0,000	233,42
		18		21698,670	21698,670	0,000	398,58
	0,95	6		21698,670	21698,670	0,000	174,77
		12		21698,670	21698,670	0,000	709,79
		18		21698,670	21698,670	0,000	902,30
	0,99	6		21698,670	21698,670	0,000	1243,34
		12		21698,670	21698,670	0,000	3124,40
		18		21698,670	21698,670	0,000	6022,37
2	0,9	6	23358,480	23358,480	23358,480	0,001	164,39
		12		23358,480	23358,480	0,000	225,71
		18		23358,480	23358,480	0,000	587,66
	0,95	6		23358,480	23358,480	0,000	306,50
		12		23358,480	23358,480	0,000	505,19
		18		23358,480	23358,480	0,000	969,59
	0,99	6		23358,480	23358,480	0,000	1076,95
		12		23358,480	23358,480	0,000	2285,52
		18		23358,480	23358,480	0,000	4409,48
3	0,9	6	20322,860	20322,860	20322,860	0,000	198,00
		12		20322,860	20322,860	0,000	326,16
		18		20322,860	20322,860	0,000	658,95
	0,95	6		20322,860	20322,860	0,000	323,60
		12		20322,860	20322,860	0,000	521,36
		18		20322,860	20322,860	0,000	1063,57
	0,99	6		20322,860	20322,860	0,000	1607,13
		12		20322,860	20322,860	0,000	3823,45
		18		20322,860	20322,860	0,000	4516,05

Com base nos resultados obtidos, os valores escolhidos para o SA-SIM foram $\alpha = 0,9$ e $SAmax = 12$, pois essa combinação de valores de parâmetros apresentou $RPD = 0$ e o critério de desempate foi o menor tempo computacional médio de execução.

5.3. Comparação entre o SA-SIM e o SILS-SIM

Para cada uma das seis instâncias apresentadas na Tabela 2, os algoritmos SA-SIM e SILS-SIM foram executados cinco vezes, com o objetivo de comparar sua eficiência e a produção média

obtida. Para o SA-SIM, adotou-se uma solução inicial aleatória, que foi utilizada na calibração dos parâmetros do algoritmo. No caso do SILS-SIM, foram analisados duas configurações distintas, conforme proposto em Santos et al. [2020]: SILS-SIM-A, em que a solução inicial também é aleatória e SILS-G em que a solução inicial é construída de maneira gulosa, ou seja, todos os equipamentos do circuito iniciam ligados. Os resultados são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4: Comparação de resultados dos algoritmos SA-SIM e SILS-SIM.

Inst.	BKV	SA-SIM				SILS-SIM-A				SILS-SIM-G			
		Melhor	Média	RPD (%)	Tempo (s)	Melhor	Média	RPD (%)	Tempo (s)	Melhor	Média	RPD (%)	Tempo (s)
1	22.579,61	22.579,61	22.579,61	0,000	309	22.540,76	22.540,76	0,002	596	22.385,35	22.385,35	0,860	597
2	24.037,31	24.037,31	24.037,31	0,000	346	24.037,31	24.037,31	0,000	598	24.037,31	24.037,31	0,000	598
3	21.091,98	21.091,98	21.091,98	0,000	396	21.038,04	21.038,04	0,003	597	20.822,29	20.822,29	1,279	598
4	17.963,05	17.963,05	17.963,05	0,000	259	17.962,24	17.962,24	0,000	590	17.958,63	17.958,63	0,025	587
5	22.422,31	22.422,31	22.422,31	0,000	247	22.422,31	22.422,31	0,000	281	22.422,31	22.422,31	0,000	280
6	15.145,41	15.145,41	15.145,41	0,000	270	15.052,68	15.052,68	0,006	281	14.681,77	14.681,77	3,061	280

Observa-se que em quatro das seis instâncias, o SA-SIM superou as duas configurações do SILS-SIM (SILS-SIM-A e SILS-SIM-G) em termos de produção média, evidenciando sua robustez e a capacidade de explorar mais eficientemente o espaço de soluções. Além disso, houve redução do custo computacional em todas as instâncias, destacando que o SA-SIM precisou de menor tempo computacional para alcançar o BKV.

6. Conclusões

Este estudo tratou o problema de otimização do circuito de britagem com o objetivo de maximizar a produção total em um turno de trabalho de uma usina de minério de ferro. Para emular as incertezas presentes no circuito de britagem da usina foi utilizado um simulador proposto na literatura. Na literatura foram propostos algoritmos *simheuristic* baseados em *Iterated Local Search* para tratar este problema. No presente estudo foi proposto um novo algoritmo *simheuristic* baseado em *Simulated Annealing* com o objetivo de obter resultados mais eficientes para o problema. Para validar o algoritmo proposto foram utilizadas seis instâncias da literatura. Inicialmente, foi realizada a calibração de parâmetros do *Simulated Annealing*. Os resultados do *Simulated Annealing* foram comparados aos de outros dois algoritmos da literatura. Os resultados mostraram que o algoritmo manteve a melhor solução conhecida para cada instância com um menor tempo computacional e menor variabilidade na solução média, sugerindo que a estratégia é promissora para apoiar a tomada de decisão. Como trabalhos futuros, pretende-se adotar uma abordagem de otimização multi-objetivo, focando também na minimização do número de equipamentos, o que reduziria custos operacionais e consumo de energia. Além disso, outras meta-heurísticas poderão ser exploradas para aprimorar ainda mais as soluções obtidas.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES, Finance Code 001), do CNPq (processos 311074/2023-5 e 302629/2023-8), da FAPEMIG (processo CEX-PPM-676-17), do Instituto Tecnológico Vale (ITV) e da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP).

Referências

- Abu-Marrul, V., Martinelli, R., Hamacher, S., and Gribkovskaia, I. (2022). Simheuristic algorithm for a stochastic parallel machine scheduling problem with periodic re-planning assessment. *Annals of Operations Research*, 320.
- BITTENCOURT, M. L. (2024). Proposta simheurística para resolução de um problema de sequenciamento em máquina única com considerações ambientais e parâmetros estocásticos. Master's thesis, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil. URL <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/57939>. Acesso em: 3 fev. 2025.

- de Armas, J., Juan, A. A., Marquès, J. M., and Pedroso, J. P. (2017). Solving the deterministic and stochastic uncapacitated facility location problem: from a heuristic to a simheuristic. *Journal of the Operational Research Society*, 68(10):1161–1176.
- Gonzalez-Martin, S., Juan, A., Riera, D., Elizondo, M., and Ramos, J. (2018). A simheuristic algorithm for solving the arc routing problem with stochastic demands. *Journal of Simulation*, 12(1):53–66.
- Juan, A. A., Faulin, J., Jorba, J., Riera, D., Masip, D., and Barrios, B. (2011). On the use of monte carlo simulation, cache and splitting techniques to improve the clarke and wright savings heuristics. *Journal of the Operational Research Society*, 62(6):1085–1097.
- Juan, A. A., Grasman, S. E., Caceres-Cruz, J., and Bektaş, T. (2014). A simheuristic algorithm for the single-period stochastic inventory-routing problem with stock-outs. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 46:40–52.
- Moura, T. F. P., da Rocha Moreira, I., Martins, A. X., and de Oliveira, P. B. (2022). Otimização do consumo energético de um circuito de britagem de uma mineradora via sim-heuristic. In *Anais do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO)*, Brazil. URL <https://proceedings.science/p/157385?lang=pt-br>.
- Panadero, J., Doering, J., Kizys, R., Juan, A. A., and Fito, A. (2018). A variable neighborhood search simheuristic for project portfolio selection under uncertainty. *Journal of Heuristics*, p. 1–23.
- Santos, M. S., Pinto, T. V., Ênio Lopes Júnior, Cota, L. P., Souza, M. J., and Euzébio, T. A. (2020). Simheuristic-based decision support system for efficiency improvement of an iron ore crusher circuit. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 94:103789.
- Souza, M. J. F. (2024). Inteligência computacional para otimização: meta-heurísticas. Departamento de Computação, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Minas Gerais. Disponível em: <http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/Disciplinas/InteligenciaComputacional/InteligenciaComputacional.pdf>.