

CONTROLE ÓTIMO IMPULSIVO DE PRAGAS COM BUSCA LOCAL PELO ALGORITMO SIMULATED BINARY CROSSOVER

Jônathas D. S. de Oliveira

Departamento de Matemática/CEFET-MG
Belo Horizonte, MG
jonathasoliveira@cefetmg.br

Dênis E. C. Vargas

Departamento de Matemática/CEFET-MG
Belo Horizonte, MG
denis.vargas@cefetmg.br

RESUMO

O problema de controle ótimo impulsivo de pragas consiste na aplicação do controle de forma discreta no tempo, enquanto a dinâmica de crescimento da praga permanece contínua entre os intervalos de aplicação. Recentemente, esse problema foi abordado por meio do algoritmo de Evolução Diferencial (ED), uma técnica evolutiva capaz de fornecer soluções de alta qualidade, ainda que não necessariamente ótimas. Neste trabalho, o algoritmo Simulated Binary Crossover (SBX) foi utilizado como estratégia de busca local aplicada na vizinhança da solução previamente obtida por ED, com o objetivo de refinar os resultados. As melhorias alcançadas evidenciam a eficácia do método, resultando em soluções mais precisas, superando resultados da literatura.

PALAVRAS CHAVE. Controle Ótimo Impulsivo, Evolução Diferencial, Simulated Binary Crossover.

AG&MA – PO na Agricultura, Meio Ambiente e Sustentabilidade; MH – Metaheurísticas; OC – Otimização Contínua; OD – Otimização Discreta; SIM – Simulação; OA – Outras Aplicações em PO.

ABSTRACT

The impulsive optimal pest control problem involves applying control measures at discrete time points, while the pest population dynamics evolve continuously between applications. Recently, this problem has been addressed using the Differential Evolution (DE) algorithm, an evolutionary technique capable of producing high-quality, though not necessarily optimal, solutions. In this work, the Simulated Binary Crossover (SBX) algorithm was employed as a local search strategy applied in the neighborhood of the solution previously obtained by DE, with the aim of refining the results. The improvements achieved highlight the effectiveness of the method, resulting in more accurate solutions, surpassing those reported in the literature.

KEYWORDS. Impulsive optimal control, Differential evolution, Simulated binary crossover.

AG&MA – OR in Agriculture, Environment, and Sustainability; MH – Metaheuristics; OC – Continuous Optimization; OD – Discrete Optimization; SIM – Simulation; OA – Other Applications in OR.

1. Introdução

O problema do controle de pragas é um desafio significativo na agricultura, pois as pragas podem causar danos substanciais às lavouras, resultando em prejuízos econômicos consideráveis. Existem dois tipos principais de controle de pragas: o químico, que envolve o uso de inseticidas, e o biológico, que, de acordo com Cuminato e Ruas [2014], o controle biológico consiste na regulação populacional, seja de plantas ou animais, por inimigos naturais, que são os agentes bióticos.

Em Savio e Pinotti [2008], os autores apontam uma vantagem significativa do controle biológico em relação ao uso de inseticidas químicos:

”O uso de inseticidas químicos, além de ser prejudicial ao meio ambiente e ao homem, é, na maioria das vezes, de alto custo para o agricultor. O controle biológico de pragas utilizando microorganismos é, portanto, uma alternativa mais sustentável ao uso de inseticidas químicos. Uma das principais vantagens do uso de inseticidas biológicos ou bioinseticidas é sua alta especificidade em relação à praga alvo, o que significa que eles não afetam outros insetos, plantas ou animais, contribuindo para a preservação da biodiversidade e a redução de danos ao ecossistema. (Savio e Pinotti [2008], p. 3)”

No presente trabalho abordaremos a modelagem da inserção de inimigos naturais na população de predadores (controle biológico), visando manter a população de uma determinada praga abaixo de um limiar não danoso à lavoura. De modo geral, as interações entre as pragas $x(t)$ e seus inimigos naturais $y(t)$ em uma lavoura podem ser representadas por um modelo do tipo presa-predador (Bassanezi e Junior [1988]):

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax - \frac{a}{K}x^2 - \alpha xy \\ \frac{dy}{dt} &= -by + \beta xy\end{aligned}\quad (1)$$

onde a representa a taxa de crescimento intrínseco da presa x na ausência de predação, K representa a capacidade de suporte do ambiente para a presa x , α representa a intensidade da predação de y sobre x , b representa a taxa de mortalidade intrínseca do predador y na ausência de presas e β representa a intensidade da interação entre as espécies x e y .

Para facilitar a resolução numérica do problema, é comum realizar a adimensionalização do modelo, com o objetivo de reduzir o número de parâmetros e simplificar as equações. Para isso, introduzimos as seguintes variáveis adimensionais:

$$t = \frac{1}{a}T, \quad x = KX, \quad y = \frac{a}{\alpha}Y, \quad u = \frac{a^2}{d}U.$$

A aplicação dessas transformações conduz ao seguinte modelo adimensional:

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dT} &= X(1 - X - Y) \\ \frac{dY}{dT} &= -\frac{b}{a}Y + \frac{\beta K}{a}XY\end{aligned}\quad (2)$$

Oliveira et al. [2017], Monteiro et al. [2023] e Bueno et al. [2015] investigaram o problema de controle ótimo de pragas considerando a aplicação contínua do controle. Uma alternativa

a essa abordagem é o controle impulsivo, no qual as variáveis de estado sofrem modificações instantâneas em instantes discretos de tempo. Diferentemente do controle contínuo, no qual as ações são aplicadas de forma permanente ao longo do tempo, o controle impulsivo realiza intervenções pontuais. Essa estratégia é amplamente adotada na prática por se adequar melhor às restrições operacionais e às características de sistemas reais. Nesse contexto, o controle é exercido em momentos específicos, enquanto a dinâmica das populações, modelada por equações diferenciais, evolui de maneira contínua entre as intervenções.

Para iniciar a ideia do controle impulsivo (Cardoso [2008]), divide-se o intervalo de otimização $[0, t_f]$, em N estágios isométricos separados pelo conjunto de pontos $\Gamma = \{\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_n\}$ correspondentes aos instantes da inserção de inimigos naturais. Seja $\{u[0], u[1], \dots, u[n-1]\}$ o controle aplicado em cada instante τ_k e τ_k^+ o instante de tempo imediatamente após a aplicação do controle, e consequentemente, $x(\tau_k^+)$ são funções da ação do controle $u[k]$ e do valor final do subproblema $x[\tau_k]$. As condições iniciais $x(0) = x_0$ e $y(0) = y_0$ são dadas. Assim, o sistema dinâmico a ser resolvido em cada estágio é dado por

$$\begin{cases} x'(t) = f_1(t, x) \\ x(\tau_k^+) = x(\tau_k) + f_2(u[k]) \\ t \in [\tau_k^+, \tau_{k+1}] \end{cases} \quad (3)$$

com $x : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$, $f_1 : [a, b] \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ e $f_2 : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.

Note que o PVI da Equação 3 é resolvido após a ação impulsiva do controle e a dinâmica do sistema é dada através do sistema de equações diferenciais $x'(t) = f_1(t, x)$, com condição inicial dada pela equação $x(\tau_k^+) = x(\tau_k) + f_2(u[k])$. Portanto, para cada estado inicial, tem-se N subproblemas de valor inicial a serem resolvidos.

É importante observar também que τ_k e τ_k^+ referem-se ao mesmo instante de tempo; o que difere são os valores das variáveis de estado antes e após a aplicação do controle. Enquanto $x(\tau_k)$ representa a condição final do sistema imediatamente antes da intervenção, $x(\tau_k^+)$ corresponde à nova condição inicial logo após a aplicação do controle impulsivo $u[k]$ no estágio k .

Recentemente, de Oliveira e Vargas [2023] abordaram esse problema utilizando algoritmos evolutivos, entre os quais a Evolução Diferencial (ED, proposta por Storn e Price [1997], apresentou o melhor resultado. Esses métodos são amplamente utilizados na otimização devido à sua capacidade de explorar eficientemente o espaço de busca e encontrar soluções de alta qualidade. No entanto, os algoritmos evolutivos estão sujeitos à convergência prematura e, embora forneçam soluções de boa qualidade, eles podem ficar estagnados, impossibilitando a descoberta de soluções ainda melhores.

Assim, técnicas de busca local podem ser aplicadas na vizinhança da melhor solução encontrada, permitindo um refinamento, aprimorando a solução já conhecida, explorando regiões próximas no espaço de busca para encontrar alternativas potencialmente superiores. Dessa forma, a combinação de algoritmos evolutivos com estratégias de busca local pode aumentar significativamente a qualidade das soluções obtidas, reduzindo a estagnação e melhorando a precisão dos resultados.

Neste trabalho, utilizamos o bem conhecido algoritmo Simulated Binary Crossover (SBX), proposto em Deb et al. [1995], com o objetivo de realizar uma busca local na vizinhança da melhor solução obtida para o problema em de Oliveira e Vargas [2023], com o intuito de explorar e refinar as soluções e obter soluções ainda melhores. Essa abordagem visa refinar e aprimorar os resultados exibidos em de Oliveira e Vargas [2023], já que o algoritmo SBX é bastante eficiente na busca de soluções ótimas Vargas [2018]. O restante do trabalho é organizado como segue: a Seção 2 apresenta a modelagem do problema de controle ótimo impulsivo de pragas. Já a Seção 3 descreve em

detalhes o algoritmo SBX e analisa os resultados obtidos. Por fim, a Seção 4 traz as considerações finais do trabalho.

2. Modelagem do problema

O objetivo da modelagem é, simultaneamente, minimizar a quantidade de controle aplicado (consequentemente o custo para o produtor), e manter, ao longo de toda a dinâmica, a densidade populacional da praga o mais próxima possível (ou inferior) ao limiar que não causa danos à lavoura. Para este estudo, esse limite foi fixado em 20 lagartas grandes por metro quadrado, o que equivale a 0,125 no modelo adimensionalizado (considerando $K = 160$).

Dessa forma, podemos formular o problema de controle ótimo impulsivo como:

$$\min_{U[0], \dots, U[k-1]} J(u) = c_1 \sum_{k=0}^{N-1} \int_{\tau_k^+}^{\tau_{k+1}} (X(T) - X_d)^2 dt + c_2 \sum_{k=0}^{N-1} U[k]^2 + c_3 \sum_{k=0}^{N-1} \int_{\tau_k^+}^{\tau_{k+1}} X(T) dt \quad (4)$$

s.a

$$\begin{cases} \frac{dX}{dT} = X(1 - X - Y) \\ \frac{dY}{dT} = \frac{1}{a}Y(-b + \beta KX) \\ t \in [\tau_k, \tau_{k+1}] \\ X(\tau_k^+) = X(\tau_k) \leq X_{max} \\ Y(\tau_k^+) = Y(\tau_k) + U[k] \\ k = 0, 1, \dots, N-1 \\ X(0) = X_0 \\ Y(0) = Y_0 \\ 0 \leq U[k] \leq U_{max} \end{cases}$$

O funcional objetivo apresentado na equação (4) visa, principalmente, dois objetivos: (1) garantir que a quantidade de pragas permaneça sempre abaixo do limiar que causaria danos à lavoura, e (2) minimizar a quantidade de controle aplicada ao longo do tempo. O termo adicional foi inserido para reforçar o objetivo de controlar as pragas, levando em consideração que, sem ele, o primeiro termo poderia penalizar de forma igual o controle de pragas acima do limite e abaixo dele. Isso poderia levar a uma aplicação excessiva de controle, sem considerar a necessidade de manter a quantidade de pragas abaixo do valor crítico para o produtor.

- **Primeiro termo:**

$$c_1 \sum_{k=0}^{N-1} \int_{\tau_k^+}^{\tau_{k+1}} (X(T) - X_d)^2 dt$$

Este termo penaliza a diferença entre o número de pragas $X(T)$ e o valor desejado X_d , que é o limiar seguro abaixo do qual não ocorrem danos. A penalização quadrática busca manter o número de pragas o mais próximo possível de X_d , minimizando riscos para a lavoura.

- **Segundo termo:**

$$c_2 \sum_{k=0}^{N-1} U[k]^2$$

O segundo termo penaliza o esforço de controle $U[k]$, ou seja, a quantidade de controle aplicada. Através da penalização de $U[k]^2$, o modelo busca minimizar o custo de controle;

• **Terceiro termo:**

$$c_3 \sum_{k=0}^{N-1} \int_{\tau_k^+}^{\tau_{k+1}} X(T) dt$$

Este terceiro termo foi introduzido para garantir que o número de pragas se mantenha sempre abaixo do limiar que causaria danos à lavoura. Ao incluir esse termo, o modelo favorece uma dinâmica onde a quantidade de pragas é mantida o mais baixa possível, sem ultrapassar o limite de segurança. Caso contrário, o primeiro termo sozinho trataria de maneira equânime, por exemplo, a população de 15 pragas por m^2 e 25 pragas por m^2 , sendo que um desses valores pode ser prejudicial a lavoura.

Cardoso [2008] realizou a análise de uma versão desse problema utilizando Algoritmo Genético (AG) (Holland [1975]), com o objetivo de eliminar completamente as pragas e considerando a restrição $X_{TF} \leq 20$, em vez de manter a população de pragas próxima ao nível ideal durante todo o processo, como recomendado pela EMBRAPA (Àvila e Grigolli [2014]). Já em de Oliveira [2018], também foi utilizado o AG, porém, não foi realizado nenhum estudo estatístico sobre seu desempenho no problema abordado, uma vez que a intenção do autor foi apenas encontrar uma solução satisfatória. Recentemente, de Oliveira e Vargas [2023] utilizou ED e apresentou o melhor resultado para esse problema. Nesse trabalho utilizamos o SBX para realizar uma busca local na vizinhança nessa melhor solução obtida em de Oliveira e Vargas [2023] através de DE, visando refinar e aprimorar os resultados.

3. Resultados e Discussão

O SBX cria cada entrada i dos filhos 1 e 2 (designados por **Filho₁** e **Filho₂**) a partir da entrada i de dois indivíduos selecionados como pais (designados por **Pai₁** e **Pai₂**) através do seguinte procedimento: um número aleatório $\mu \in [0, 1]$ é gerado. Seja a função de distribuição de probabilidade

$$f(\beta_i) = \begin{cases} 0,5(\eta_c + 1)\beta_i^{\eta_c}, & \text{se } \beta_i < 1 \\ \frac{0,5(\eta_c + 1)}{\beta_i^{\eta_c + 2}}, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5)$$

onde η_c é um número real não negativo definido pelo usuário (denominado índice de distribuição). O valor de β_i é determinado de modo que a área sob a curva de zero até β_i seja μ , dado por

$$\beta_i = \begin{cases} (2\mu)^{1/(\eta_c + 1)}, & \text{se } \mu \leq 0,5 \\ \left(\frac{1}{2(1-\mu)}\right)^{1/(\eta_c + 1)}, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (6)$$

As entradas i dos filhos são respectivamente **Filho₁**(i) = $0,5[(1 + \beta_i)\mathbf{Pai}_1(i) + (1 - \beta_i)\mathbf{Pai}_2(i)]$ e **Filho₂**(i) = $0,5[(1 - \beta_i)\mathbf{Pai}_1(i) + (1 + \beta_i)\mathbf{Pai}_2(i)]$.

Se ocorrer mutação da j -ésima entrada x_j do indivíduo $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, ela será obtida da seguinte forma: um novo número aleatório $\mu \in [0, 1]$ é gerado e a entrada x_j do indivíduo é mutada para $x_j + \delta_j$, onde

$$\delta_j = \begin{cases} (2\mu)^{1/(\eta_m + 1)} - 1, & \text{se } \mu < 0,5 \\ 1 - 2(1 - \mu)^{1/(\eta_m + 1)}, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (7)$$

sendo η_m um número real não negativo definido pelo usuário (denominado índice de mutação).

O problema da Equação 4 foi resolvido em de Oliveira e Vargas [2023] por ED, sendo a melhor solução apresentada na Tabela 1 e o valor da função objetivo desse melhor resultado é apresentada na Tabela 2.

Tabela 1: Melhor solução U^* obtida em de Oliveira e Vargas [2023].

1.1564	1.2292	1.3269	1.3212	1.2944	1.2280	1.3760	1.4289	1.0937
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Tabela 2: Valor ótimo do funcional da solução U^* exibida na Tabela 1.

$J(U^*)$
92.2999

O SBX fez uma busca local na vizinhança solução apresentada na Tabela 1 com os valores $\eta_c = 20$ e $\eta_m = 100$, onde os pais foram perturbações dessa solução. Foram realizadas 30 execuções independentes com $n = 500$ e $t_{max} = 100$. O melhor resultado das 30 execuções obtido pela busca local com o SBX está exibido na Tabela 3 e o valor da função objetivo desse melhor resultado é apresentado na Tabela 4. A média dos valores obtidos para as funções objetivos nas 30 execuções do algoritmo SBX foi de 92.2455, com desvio padrão de 0.0712. A Figura 1(a) apresenta o gráfico das populações presa/predador referentes à melhor solução obtida na busca local com o operador SBX (Tabela 3). Nessa figura, a curva vermelha representa a densidade populacional dos predadores, a curva azul corresponde à população da praga, e a curva verde indica a reta de controle $X_{max} = 0,125$, valor adotado como limite máximo tolerável da população de pragas. Esse valor corresponde ao limiar que, no modelo adimensionalizado, representa a densidade de pragas abaixo da qual não se causam danos significativos à lavoura. Observa-se que, ao longo de toda a dinâmica simulada, a população da praga permanece consistentemente abaixo desse limite, indicando a efetividade do controle proposto. Por outro lado, a Figura 1(b) exibe o boxplot dos valores obtidos para as funções objetivos nas 30 execuções da busca local com o SBX, onde a mediana foi igual a 92.296.

Tabela 3: Melhor solução U^* obtida pela busca local com o SBX.

1.1840	1.2415	1.3396	1.3619	1.3325	1.2171	1.4143	1.4561	1.1157
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Tabela 4: Valor ótimo do funcional da solução U^* exibida na Tabela 1.

$J(U^*)$
92.0664

Nota-se que, apesar da melhora no valor da função objetivo e do algoritmo ter cumprido o que foi proposto, o custo associado ao controle aumentou, passando de $\sum U^* = 11.4546$ para $\sum U^* = 11.6626$. Esse aumento se deve ao fato de que o problema multiobjetivo foi tratado como um problema monoobjetivo, por meio da soma ponderada dos objetivos. Sendo assim, destaca-se a importância de tratar o problema como uma verdadeira tarefa de otimização multiobjetivo, o que possibilitaria explorar o compromisso entre os objetivos conflitantes e, assim, obter soluções mais equilibradas quanto ao controle e à eficiência do sistema.

4. Considerações finais

Este trabalho utilizou o algoritmo Simulated Binary Crossover (SBX) na busca local aplicada na vizinhança da solução do problema de controle ótimo impulsivo de pragas previamente obtida por Evolução Diferencial (ED), com o objetivo de refinar os resultados. O SBX foi capaz de melhorar a solução, evidenciando sua eficácia. A análise estatística das soluções reforçou o potencial da abordagem de busca local no aprimoramento e refinamento dos resultados, superando

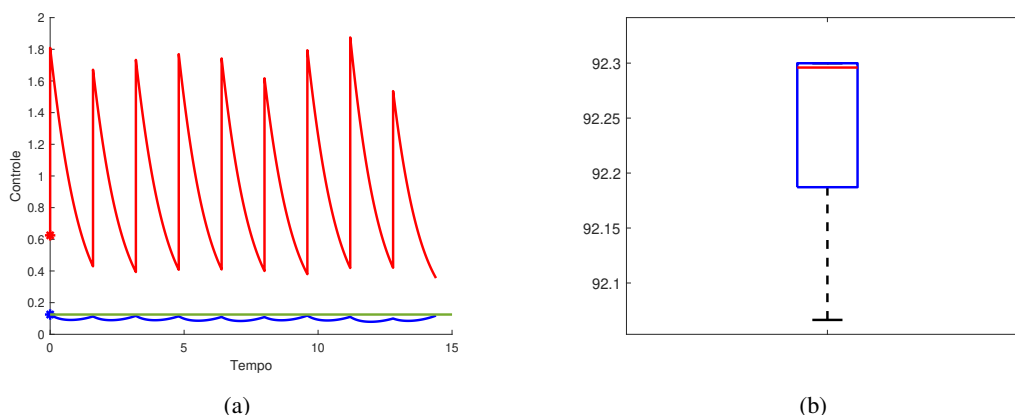


Figura 1: (a): Gráfico das populações presa/predador da melhor solução obtida na busca local.
 (b): Boxplot dos valores obtidos para as funções objetivos da busca local.

aqueles reportados na literatura. Como perspectiva para trabalhos futuros, pretende-se abordar a versão multiobjetivo do problema, considerando cada termo como uma função objetivo independente, podendo, inclusive, direcionar a busca em determinadas regiões da frente de Pareto, como feito em Vargas et al. [2024].

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CEFET-MG e a FAPEMIG pelo apoio.

Referências

- Bassanezi, R. C. e Junior, W. C. F. (1988). *Equações Diferenciais: com aplicações*. Harbra.
- Bueno, J. C. S., Molter, A., e Piovesan, L. R. (2015). Controle ótimo de sistemas não lineares com aplicação no cultivo do milho. *Ciência e Natura*, 37(3):877–888.
- Cardoso, R. T. N. (2008). *Ferramentas para programação dinâmica em malha aberta*. PhD thesis, Universidade Federal de Minas Gerais.
- Cuminato, J. A. e Ruas, V. (2014). Unification of distance inequalities for linear variational problems. *Computational and Applied Mathematics*, (34):1009–1033.
- de Oliveira, J. D. S. (2018). *Sobre Cálculo Variacional e Controle Ótimo Fuzzy com Aplicações*. PhD thesis, UNICAMP.
- de Oliveira, J. D. S. e Vargas, D. E. C. (2023). Evolução diferencial e algoritmo genético no controle ótimo impulsivo de pragas. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, 10(1):2–7.
- Deb, K., Agrawal, R. B., et al. (1995). Simulated binary crossover for continuous search space. *Complex systems*, 9(2):115–148.
- Holland, J. (1975). Adaptation in natural and artificial systems. *Ann Arbor*.

- Monteiro, D. R., de Moura, C. A., e da CA Meyer, J. F. (2023). Modelo de dinâmica populacional para controle de pragas da soja. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, 10(1):2–8.
- Oliveira, J. D., Bassanezi, R. C., e Gomes, L. T. (2017). Controle ótimo de pragas: Uma abordagem direta usando o pacote bvp4c do matlab c. *Biomatemática*, p. 57–70.
- Savio, G. M. e Pinotti, E. B. (2008). Controle biológico da lagarta-da-soja (*anticarsia gemmatalis*) por baculovirus *anticarsia*. *Rev Cienc Eletron Agron*, 13:7p.
- Storn, R. e Price, K. (1997). Differential evolution-a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of global optimization*, 11(4):341.
- Vargas, D. E. (2018). Um estudo dos parâmetros do algoritmo nsga-ii com o operador sbx em problemas de otimização estrutural multiobjetivo. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, 6(2).
- Vargas, D. E., Lemonge, A. C., Barbosa, H. J., e Bernardino, H. S. (2024). An interactive reference-point-based method for incorporating user preferences in multi-objective structural optimization problems. *Applied Soft Computing*, 165:112106.
- Àvila, C. J. e Grigolli, J. F. J. (2014). Pragas da soja e seu controle. In Lourenção, A., Grigolli, J., Melotto, A., Pitol, C., Gitti, D. d. C., e Roscoe, R., editors, *Tecnologia e produção: soja 2013/2014*, p. 109–168. Fundação MS, Maracaju. URL <http://www.fundacaoms.org.br/tecnologia-producao-soja-2013-2014>.