

MODELO TSUNSBM: UM MODELO DE DEFINIÇÃO DE ALVOS PARA REDES NA ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

Camila Guimarães Monteiro de Freitas Alves

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro
Rua José Breves, 550, Centro, Pinheiral-RJ
camila_gmf@hotmail.com

Lídia Angulo Meza

Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria, 156, São Domingos, Niterói-RJ
lidia.angulo.meza@gmail.com

RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo de definição de alvos, denominado *Target Setting Using Network SBM* (TSUNSBM), para redes de dois estágios na Análise Envoltória de Dados (DEA). A partir da literatura de modelos de rede baseados em folga (SBM-NDEA) foram identificadas questões que carecem de estudos, como a não exclusividade das folgas e projeção de produtos intermediários. A formulação baseia-se no modelo do envelope e adota *free link*. O modelo permite derivar alvos específicos para cada unidade de decisão (DMU), possibilitando o planejamento de melhorias e a eliminação de ineficiências. Este modelo foi aplicado a um exemplo numérico, evidenciando que as DMUs projetadas atingem eficiência geral e em ambos os estágios. Para a determinação das eficiências foi utilizado o modelo UNSBM - *Unique Stage Efficiencies Network SBM Model*. Os resultados indicam que o modelo é uma ferramenta gerencial útil para estabelecer metas operacionais e estratégicas em organizações com processos em rede.

PALAVRAS CHAVE. Rede DEA. SBM-NDEA. Definição de alvos.

Tópicos. DEA

ABSTRACT

This study presents a target-setting model, named *Target Setting Using Network SBM* (TSUNSBM), for two-stage network structures in Data Envelopment Analysis (DEA). A literature review of slacks-based network models (SBM-NDEA) revealed several issues that require further investigation, such as non-uniqueness of slacks and the projection of intermediate products. The proposed formulation is based on the envelopment model and adopts the *free link* configuration. It allows for deriving specific targets for each Decision-Making Unit (DMU), enabling improvement planning and the elimination of inefficiencies. This model was applied to a numerical example, showing that the designed DMUs achieve overall efficiency and efficiency in both stages. To determine efficiency scores, the Unique Stage Efficiencies Network SBM Model (UNSBM) was employed. The results indicate that the model is a valuable managerial tool for setting operational and strategic goals in organizations with network-based processes.

KEYWORDS. Network DEA. SBM-NDEA. Targets.

Paper topics. DEA

1. Introdução

De forma a levar em conta a estrutura interna das DMUs (*Decision-Making Units*) na Análise Envoltória de Dados (DEA) [Charnes et al. 1978], várias propostas foram realizadas. Pode-se citar a rede DEA (*Network DEA* ou NDEA) [Färe e Grosskopf 1996], a qual possibilita avaliar a eficiência dos processos considerando a estrutura interna e o fluxo de medidas intermediárias entre as etapas, fundamental na avaliação da eficiência de uma DMU. Segundo [Lozano e Gutierrez 2014], a NDEA considera a existência de diversas etapas, sendo que cada uma consome seu conjunto de inputs e produz seu conjunto de outputs, além de consumir e produzir produtos intermediários. Modelos de NDEA indicam fontes de ineficiência que não são visíveis utilizando-se o modelo DEA clássico.

Dentre os modelos de NDEA, pode-se citar a medida de eficiência de rede baseada em folga - *Network Slacks-Based Measure* (SBM-NDEA), introduzido por [Tone e Tsutsui 2009]. De acordo com [Keskin 2021], o modelo SBM-NDEA é o mais comum com características desejáveis e tem maior poder discriminatório do que os modelos de medidas radiais. Além disso, este modelo fornece não apenas índices de eficiência para as DMUs, mas também informações sobre benchmarks e alvos. A definição de alvos possibilita que DMUs ineficientes definam planos de melhoria para se tornarem eficientes.

Entretanto, quanto aos modelos SBM-NDEA, foram identificadas questões que carecem de mais estudos, como a projeção na fronteira e a determinação das folgas e alvos.

Segundo [Tone e Tsutsui 2009], embora a eficiência geral seja determinada exclusivamente pelo modelo Network SBM, as folgas não são necessariamente exclusivas, ou seja, únicas, e as eficiências dos estágios podem sofrer com o problema de não exclusividade. [Moreno e Lozano 2014] também destacaram que ao realizar a análise de alvos de produtos intermediários, deve-se levar em consideração que essas projeções de produtos intermediários não são exclusivas. Isto significa que pode haver mais de uma configuração dos produtos intermediários que levam aos mesmos alvos de inputs e outputs de todo o sistema. Neste caso, os alvos dos produtos intermediários não são únicos, o que dificulta o planejamento, a realização de planos de ação e o estabelecimento de metas para os estágios para que estes se tornem eficientes. Além disso, pode acontecer que determinada configuração de produtos intermediários leve a desperdícios. Assim, neste artigo apresenta-se um modelo para definição de alvos aplicado a um exemplo numérico e, para a determinação das eficiências, foi utilizado o modelo UNSBM - *Unique Stage Efficiencies Network SBM Model* [Alves e Angulo Meza 2024].

2. Modelo para definição de alvos

Tendo em vista a identificação da necessidade e a importância de estudos voltados para a definição de folgas e, consequentemente, de alvos, foi desenvolvido um modelo baseado no modelo do envelope a partir dos enfoques dos modelos aditivo [Charnes et al. 1985] e de [Despotis et al. 2016]. [Chen et al. 2013, 2016] recomendaram que, ao desenvolver um modelo NDEA usando conjuntos de possibilidades de produção, o modelo baseado em envelope seja usado para determinar as projeções de fronteira e a eficiência geral, enquanto o modelo dos multiplicadores seja usado para determinar as eficiências dos estágios. Quanto ao tipo de link, foi adotado o *free* link. De acordo com [Chen et al. 2016], este tipo de link pode produzir projeções de fronteira eficientes e resolver os conflitos potenciais entre os dois estágios. Os conflitos potenciais entre os dois estágios estão ligados ao primeiro estágio poder precisar aumentar seus outputs para melhorar sua eficiência, o que aumentaria os inputs do segundo estágio, reduzindo a eficiência deste. No caso contrário, o segundo estágio pode precisar diminuir seus inputs, o que diminuiria os outputs do primeiro estágio, reduzindo sua eficiência [Liang et al. 2008].

Assim, o modelo proposto, descrito em (1), possibilita derivar a fronteira eficiente em redes de dois estágios determinando os alvos individuais para as DMUs se tornarem eficientes.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max} \quad \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{x_{io}} + \frac{1}{D} \sum_{d=1}^D \frac{s_d^-}{z_{do}} + \frac{1}{D} \sum_{d=1}^D \frac{s_d^+}{z_{do}} + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{y_{ro}} \\
 & \text{sujeito a} \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 x_{ij} = x_{io} - s_i^-, i = 1, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 z_{dj} = z_{do} - s_d^-, d = 1, \dots, D \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{dj} = \tilde{z}_{do}, d = 1, \dots, D \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 z_{dj} = \tilde{z}_{do}, d = 1, \dots, D \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{dj} = z_{do} + s_d^+, d = 1, \dots, D \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 y_{rj} = y_{ro} + s_r^+, r = 1, \dots, s \\
 & s_i^-, s_r^+ \geq 0, i = 1, \dots, m; r = 1, \dots, s \\
 & \lambda_j^1, \lambda_j^2 \geq 0, j = 1, \dots, n \\
 & \tilde{z}_{do} \geq 0 \\
 & s_d^+, s_d^- \in \mathbb{R} d = 1, \dots, D;
 \end{aligned} \tag{1}$$

Denotam-se n DMUs, $j = 1, \dots, n$; x_i inputs; y_r outputs; m o número de inputs; s o número de outputs; D é o número de produtos intermediários; z_{do} são os produtos intermediários; λ_j^1 e λ_j^2 são as variáveis de intensidade dos estágios 1 e 2, respectivamente; s_i^- são as folgas de inputs; s_d^- são as folgas dos produtos intermediários considerados como inputs para o segundo estágio; s_d^+ são as folgas dos produtos intermediários considerados como outputs para o primeiro estágio; s_r^+ são as folgas dos outputs e $\tilde{z}_{do}$ é uma variável do modelo. As variáveis $\tilde{z}_{do}$ representam, como em [Chen et al. 2016], os alvos dos produtos intermediários e estes são livres para aumentarem ou diminuírem se comparados ao seu valor atual. No entanto, a quantidade produzida pelo estágio anterior deve ser igual à consumida pelo estágio posterior. Isto garante que não haja desperdícios de produtos intermediários.

Para uma DMU ser eficiente globalmente, todas as variáveis de folga devem ser iguais a zero. Assim, os alvos das unidades ineficientes podem ser expressos como em (2).

$$\begin{aligned}
 \hat{X}_o &= x_o - s^-* \\
 \hat{Y}_o &= y_o + s^+* \\
 \hat{Z}_o &= \tilde{z}_{do}^*
 \end{aligned} \tag{2}$$

3. Resultados e Discussões

Para aplicação do modelo proposto, foi utilizado um exemplo numérico com 2 inputs, 2 variáveis intermediárias e 2 outputs, em um sistema de rede de dois estágios. Após a análise das eficiências dos estágios, conforme modelo apresentado em [Alves e Angulo Meza 2024], para que os estágios ineficientes se tornem eficientes é necessário traçar os alvos para melhoria. Neste sentido, a partir do modelo (1) foram calculadas as folgas das variáveis de todas as DMUs. Em seguida, foram definidos os alvos, conforme descrito em (2).

As projeções de todas as DMUs foram diferentes dos seus valores originais para algumas ou todas as variáveis. A única exceção foi a DMU 5, que foi eficiente geral e, portanto, suas folgas foram iguais a zero e, consequentemente, não houve variação dos seus dados originais para suas projeções. Para verificar se as projeções são eficientes, os valores dos inputs exógenos, produtos intermediários e outputs finais de todas as DMUs foram substituídos por suas projeções e as eficiências foram novamente analisadas por meio do modelo em [Alves e Angulo Meza 2024]. As eficiências obtidas demonstraram que todas as unidades projetadas são eficientes em ambos os estágios, bem como são eficientes geral. Isto confirma que a modelagem desenvolvida propôs alvos de melhoria na fronteira eficiente.

4. Conclusões

O modelo proposto é um dos poucos estudos que propôs um modelo para definição de alvos, já que, a partir da revisão da literatura, observou-se que nos diferentes modelos SBM-

NDEA o foco encontra-se na mensuração dos índices de eficiência. Deste modo, o modelo proposto possibilita definir alvos que podem ser traduzidos em um conjunto de metas para cada estágio ineficiente de cada DMU. Assim, as organizações podem alinhar suas estratégias e definir planos de ação para garantir que seus estágios se tornem eficientes e, consequentemente, a empresa, aumentando sua competitividade no mercado. Com isso, o modelo pode ser utilizado como recurso gerencial, por auxiliar na tomada de decisão, desenvolvimento do planejamento e definição de estratégias por parte das organizações. Além disso, este modelo pode ser usado em conjunto com o UNSBM - *Unique Stage Efficiencies Network SBM Model* [Alves e Angulo Meza 2024], que determina as eficiências, ou de forma independente para redes em dois estágios com outros modelos de determinação de eficiências que tiverem as mesmas premissas.

Referências

Alves, C. G. M. F. e Meza, L. A. (2024). O modelo UNSBM: Um modelo para definição de eficiências geral e de estágio únicas na Análise Envoltória de Dados. Resumo expandido em conferência. In *Anais do LVI SBPO*, p. 1–4, Rio de Janeiro. SOBRAPO.

Charnes, A., Cooper, W. e Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2: 429-444.

Charnes, A., Cooper, W. W., Golany, B. e Seiford, L. (1985). Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions. *Journal of Econometrics*, 30: 91-107.

Chen, Y., Cook, W. D., Kao, C. e ZHU, J. (2013). Network DEA pitfalls: Divisional efficiency and frontier projection under general network structures. *European Journal of Operational Research*, 226: 507-515.

Chen, Y.; Li, Y.; Liang, L.; Salo, A. e Hu, H. (2016). Frontier projection and efficiency decomposition in two-stage processes with slacks-based measures. *European Journal of Operational Research*, 250: 543-554.

Despotis, D. K., Koronakos, G. e Sotiros, D. (2016). Composition versus decomposition in two-stage network DEA: a reverse approach. *Journal of Productivity Analysis*, 45: 71–87.

Färe, R.. e Grosskopf, S. (1996). Intertemporal production frontiers. Kluwer Academic Publishers, Boston.

Keskin, B. (2021). An efficiency analysis on social prosperity: OPEC case under network DEA slack-based measure approach. *Energy*, 231: 1-13.

Liang, L., Cook, W. D. e Zhu, J. (2008). DEA models for two-stage processes: game approach and efficiency decomposition. *Naval Research Logistics*, 55: 643–653.

Lozano, S. e Gutierrez, E. (2014). A slacks-based network DEA efficiency analysis of European airlines. *Transportation Planning and Technology*, 37: 623-637.

Moreno, P. e Lozano, S. (2014). A network DEA assessment of team efficiency in the NBA. *Annals of Operations Research*, 214: 99–124.

Tone, K. e Tsutsui, M. (2009). Network DEA: A slacks-based measure approach. *European Journal of Operational Research*, 197: 243–252.