

Otimização do Manejo de Irrigação por Pivô Central com Programação Matemática: Um Estudo de Caso na Fazenda Santa Paula, MG

Marcelo Edivan Freitas Santos¹, Maycon Erlan Freitas Santos², João Vinicius Corrêa Thompson³, Pedro Henrique González⁴, Pablo Luiz Araújo Munhoz¹

¹Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP

Campus Universitario Morro do Cruzeiro - CEP 35402-136 - Ouro Preto - MG, Brasil

²Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri - UFVJM

Campus JK - CEP 39100-000 - Diamantina - MG, Brasil

³Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca

Campus Petrópolis - CEP 25620-003 - Petrópolis - RJ

⁴Programa de Engenharia de Sistemas e Computação

Universidade Federal do Rio de Janeiro

marcelo.edivan@aluno.ufop.edu.br, maycon.santos@ufvjm.edu.br,

joao.thompson@cefet-rj.br, pegonzalez@cos.ufrj.br,

pablo.munhoz@ufop.edu.br

RESUMO

A irrigação agrícola desempenha papel essencial na produtividade e qualidade das culturas, mas enfrenta desafios de consumo excessivo de água e energia. Este trabalho propõe a otimização do manejo da irrigação por pivô central por meio de um modelo de programação linear inteira mista, com o objetivo de planejar o cronograma de irrigações durante o ciclo do cultivo e minimizar os custos operacionais. A metodologia envolveu a análise diária do balanço hídrico, otimizando o fornecimento de água com base em dados da Fazenda Experimental Santa Paula, em Unaí-MG. Os resultados mostraram redução de 53,5% nos custos operacionais (R\$ 5.941,80 para R\$ 2.767,76), aumento da produtividade (5.790 kg/ha frente a 5.676 kg/ha) e uso mais eficiente da água (232 mm contra 240 mm). A abordagem demonstrou maior eficiência hídrica, redução do estresse hídrico e potencial de aplicação a outras culturas agrícolas.

PALAVRAS CHAVE. Irrigação agrícola, Manejo hídrico, Programação linear inteira mista.

Tópicos: AG&MA – PO na Agricultura, Meio Ambiente e Sustentabilidade, OA – Outras Aplicações em PO

ABSTRACT

Agricultural irrigation plays a key role in crop productivity and quality but faces challenges related to excessive water and energy consumption. This study proposes the optimization of irrigation management in center pivot systems through a mixed-integer linear programming model, aiming to schedule irrigation throughout the crop cycle while minimizing operational costs. The methodology involved daily analysis of the water balance, optimizing water supply based on data from the Santa Paula Experimental Farm, located in Unaí, Minas Gerais, Brazil. Results showed a 53.5% reduction in operational costs (from R\$ 5,941.80 to R\$ 2,767.76), an increase in productivity (5,790 kg/ha compared to 5,676 kg/ha), and more efficient water use (232 mm versus 240 mm). The proposed approach demonstrated greater water efficiency, reduced plant water stress, and potential for application to other agricultural crops.

KEYWORDS. Agricultural irrigation. Water management. Mixed integer programming.

Paper topics: AG&MA – OR in Agriculture, Environment and Sustainability , OA - Other Applications in OR

1. Introdução

A agricultura irrigada desempenha um papel vital no suprimento de água às culturas, permitindo o atendimento de suas necessidades hídricas ao longo do ciclo de crescimento. Essa prática não apenas viabiliza altas produtividades, como também contribui para a obtenção de produtos agrícolas de qualidade. A demanda hídrica das culturas é influenciada por diversos fatores, incluindo espécie cultivada, produtividade esperada, localização geográfica, estágio fenológico, tipo de solo e época de plantio.

Segundo Postel et al. [2000], a agricultura irrigada responde por cerca de 40% da produção global, possibilitando produtividade até quatro vezes maior em relação à agricultura de sequeiro. De forma complementar, Sojka et al. [2002] afirmam que, para igualar os resultados obtidos por áreas irrigadas, seria necessário expandir a agricultura de sequeiro em 250 milhões de hectares.

No entanto, essa prática enfrenta desafios significativos. A irrigação é responsável por até 70% da retirada de água doce em algumas regiões e chega a 90% em países em desenvolvimento tardio, gerando possíveis conflitos relacionados à escassez hídrica [Food, 2008]. No Brasil, a irrigação tem papel essencial, especialmente em regiões e períodos com precipitação insuficiente, contribuindo para a manutenção da umidade do solo e o suprimento das exigências hídricas das plantas [Guimaraes e Landau, 2014].

A região Sudeste do Brasil tem se destacado nesse cenário, registrando um aumento expressivo em sua área irrigada. Conforme Silva e Freitas [2023], entre 1996 e 2017, a área irrigada na região cresceu 10%, consolidando-a como a maior do país. A adoção de sistemas como o pivô central tem permitido a realização de até três cultivos irrigados por ano agrícola em determinadas regiões [SILVEIRA, 2011]. Essa prática, quando realizada de maneira eficiente, potencializa a produtividade agrícola, melhora o aproveitamento da janela de plantio e reduz a necessidade de expansão das áreas cultivadas.

Apesar da sua relevância, a eficiência da irrigação ainda é limitada. A média global é de aproximadamente 37%, sinalizando amplo espaço para melhorias. No Brasil, esse índice gira em torno de 60% [Coelho et al., 2005]. Aumentar a eficiência no uso da água pode reduzir significativamente os volumes aplicados, o consumo energético e os impactos ambientais, como a contaminação de aquíferos e a salinização do solo resultante da evaporação e concentração de sais [Christofidis, 2013].

Nesse contexto, a tomada de decisão na gestão da irrigação torna-se uma tarefa complexa, influenciada por variabilidades nas condições climáticas, características do solo e necessidades específicas das culturas. Segundo Coelho et al. [2005], mesmo sistemas tecnicamente eficientes podem apresentar baixo desempenho caso o manejo da irrigação seja inadequado. Erros de manejo, como a aplicação insuficiente ou excessiva de água, comprometem a produtividade, aumentam os custos operacionais e acarretam perdas ambientais por percolação e encharcamento.

Além disso, avaliar experimentalmente os efeitos isolados de cada fator envolvido no desempenho da irrigação é uma tarefa dispendiosa e muitas vezes impraticável. Como apontado por Moreira et al. [2013], há uma demanda crescente por abordagens integradas e multidisciplinares que combinem aspectos agronômicos, administrativos, econômicos e ambientais.

Diante disso, modelos computacionais surgem como ferramentas valiosas para apoiar a gestão da irrigação. Em especial, os modelos de programação matemática oferecem uma estrutura robusta para a otimização do uso de recursos hídricos, permitindo a análise de diferentes estratégias e a escolha da mais eficiente. Esses modelos possibilitam a alocação otimizada de insumos como água, terra e mão de obra, respeitando restrições operacionais e de mercado, além de contribuir para o desenvolvimento de uma agricultura mais sustentável e tecnicamente embasada.

2. Trabalhos relacionados

Diversas pesquisas têm abordado a aplicação de modelos de otimização em sistemas de irrigação, oferecendo bases teóricas e empíricas que fundamentam o desenvolvimento de soluções mais eficientes e sustentáveis. Essas contribuições permitem estabelecer um terreno sólido para justificar a originalidade do presente trabalho, ao mesmo tempo em que evidenciam tendências, limitações e lacunas ainda presentes na literatura.

No contexto do dimensionamento de sistemas de irrigação por pivô central, Medeiros [2010] investigaram a otimização desses sistemas a partir de uma análise abrangente de variáveis que afetam sua eficiência energética e econômica. A pesquisa envolveu a escolha estratégica de tubulações, motores e conjuntos motobomba, além da incorporação de inversores de frequência, comparando um sistema existente com um novo projeto. Os resultados indicaram economias significativas no consumo de energia elétrica, chegando a 25% com a seleção adequada do diâmetro das tubulações, além de taxas de retorno atrativas a longo prazo. O estudo ainda ressaltou a viabilidade econômica da modernização dos sistemas, com retornos anuais de 6,52% e 9,48% para os sistemas analisados, apesar de tais valores estarem abaixo da taxa básica de juros da época.

Outros trabalhos voltaram-se à otimização da rotação de culturas e uso da água. da Costa Brito et al. [2018], por exemplo, utilizaram Programação Linear (método SIMPLEX) para planejar a irrigação em uma propriedade da Parafba, visando à maximização do lucro e à minimização do consumo de água. Os resultados mostraram que a substituição de culturas tradicionais por abacaxi e cana-de-açúcar poderia gerar um lucro de até R\$ 199.091,70 por ano, com uma economia hídrica de 70,78%. A análise apontou, ainda, a viabilidade de expandir a produção sem exceder os limites de outorga, destacando o papel da otimização na sustentabilidade agrícola.

dos Santos et al. [2009] também aplicaram programação linear com o objetivo de melhorar o uso da água no Projeto de Irrigação Baixo Acaraú, no Ceará. O modelo permitiu a substituição de culturas e a redefinição de áreas de cultivo em lotes de 8 hectares, maximizando a renda líquida dos produtores. A combinação de gravioleira e meloeiro se mostrou a mais lucrativa, com retorno de R\$ 5.250,00 por hectare ao ano. A substituição parcial ou total dessas culturas resultou em reduções significativas na rentabilidade, mostrando a sensibilidade do sistema às decisões de cultivo.

No tocante à alocação de recursos hídricos, Pilar [1998] desenvolveram modelos de planejamento aplicados à bacia do rio Paracatu, considerando demandas múltiplas como irrigação, abastecimento humano, dessedentação animal e vazão ecológica. A programação linear foi aplicada em cenários determinísticos e incertos, com horizonte de 30 anos, utilizando dados históricos de 55 anos. A metodologia permitiu estabelecer políticas robustas para diferentes níveis de uso consuntivo, consolidando o modelo como uma ferramenta eficaz para a gestão integrada de bacias hidrográficas.

A eficiência econômica da irrigação também foi explorada por Paz et al. [2002], que avaliaram os impactos da uniformidade da aplicação de água na receita líquida. O estudo revelou que culturas de alto valor toleram maiores lâminas de irrigação sem perdas econômicas significativas, e que a otimização da lâmina de água depende fortemente do custo da água e da uniformidade do sistema. A pesquisa reforçou a importância de um manejo preciso para maximizar a receita líquida e a eficiência hídrica.

No artigo de Carvalho et al. [2009], o modelo IrrigaLS foi apresentado como uma ferramenta computacional para a análise da alocação de água em sistemas de irrigação. Incorporando variáveis como volumes armazenados no solo e em reservatórios, o modelo utiliza redes de fluxo para garantir o fornecimento hídrico mesmo em períodos de estiagem. Essa abordagem, implementada na plataforma AcquaNet, considera as interações entre solo, clima e planta, contribuindo para uma irrigação mais precisa e eficiente.

Por sua vez, Figueiredo et al. [2007] abordaram a irrigação do feijão, cultura altamente sensível a variações hídricas, propondo um modelo que relaciona lâmina aplicada, receita líquida e risco. A análise evidenciou que, embora maiores lâminas aumentem a produtividade e o retorno esperado, também elevam o risco, indicando a existência de um ponto ótimo técnico-econômico para a irrigação.

Apesar dos avanços, desafios persistem na aplicação prática da otimização em ambientes agrícolas. A abordagem baseada em blocos mensais, comumente utilizada em modelos acadêmicos, não oferece respostas suficientemente detalhadas para as decisões cotidianas dos produtores. A falta de alinhamento entre a pesquisa e as realidades operacionais do campo exige soluções mais adaptadas, sensíveis às necessidades específicas de cada cultura, propriedade e produtor. Modelos que forneçam recomendações operacionais diárias, considerando os limites físicos e operacionais dos sistemas de irrigação, são ainda escassos na literatura. Essa lacuna motiva o presente trabalho, que busca contribuir para a redução dessa distância entre teoria e prática, promovendo decisões mais precisas, economicamente viáveis e sustentáveis no manejo da irrigação agrícola.

3. Descrição do Problema

A gestão eficiente da irrigação é um desafio central na agricultura moderna, exigindo o equilíbrio entre o fornecimento adequado de água para as plantas e a minimização de custos operacionais, especialmente os relacionados ao consumo de energia elétrica. O problema tratado neste trabalho consiste em planejar, ao longo de todo o ciclo da cultura, a aplicação de água via irrigação por pivô central de forma otimizada, considerando aspectos agrônômicos, do solo, do clima e também econômicos. A abordagem busca definir um cronograma de irrigação que atenda às exigências hídricas da cultura, respeitando os limites operacionais do sistema e maximizando a eficiência do uso dos recursos.

O sistema de irrigação adotado é o pivô central, amplamente utilizado em áreas agrícolas de médio e grande porte. Esse sistema caracteriza-se por uma linha lateral equipada com emissores que gira em torno de um ponto central, cobrindo uma área circular. Sua operação é altamente dependente do consumo energético e da programação de funcionamento ao longo do dia, uma vez que a tarifa elétrica varia entre os períodos de ponta, fora de ponta e horário reservado. Assim, o uso do pivô central impõe um desafio adicional de planejamento, já que operar durante os horários de tarifa elevada pode comprometer a viabilidade econômica da produção.

A construção do problema considera uma série de parâmetros relacionados à cultura, como a evapotranspiração de referência, coeficientes culturais, ciclo e fases fenológicas da planta, além de características do sistema radicular. Esses elementos definem a demanda hídrica diária da cultura ao longo do tempo. Por outro lado, características do solo, como a umidade na capacidade de campo, ponto de murcha permanente e densidade aparente, determinam a quantidade de água que pode ser armazenada e disponibilizada para as plantas.

O modelo considera ainda o balanço hídrico sequencial, que permite monitorar diariamente as entradas e saídas de água no solo, levando em conta a precipitação, evapotranspiração e irrigação. Esse acompanhamento contínuo fornece suporte à tomada de decisão, indicando os momentos em que a umidade do solo atinge níveis críticos e é necessária a reposição de água para evitar o estresse hídrico nas plantas. A operação do sistema de irrigação, por sua vez, está sujeita a restrições de tempo, capacidade e custo, exigindo uma programação cuidadosa que leve em consideração tanto a quantidade ideal de água a ser aplicada quanto o melhor momento para isso.

Do ponto de vista econômico, o problema envolve a minimização dos custos de irrigação, com ênfase no consumo de energia elétrica. Considerando que os sistemas de pivô central geralmente operam por até 21 horas diárias para evitar o horário de ponta, torna-se essencial identificar os períodos mais vantajosos para irrigar. O modelo contempla essa limitação, distribuindo a irrigação

ao longo do dia de forma compatível com as janelas tarifárias estabelecidas, visando reduzir o impacto financeiro e garantir a operação eficiente do sistema.

Além disso, o problema reconhece a presença de incertezas inerentes às condições climáticas e à variabilidade dos parâmetros de solo e cultura, o que torna o planejamento da irrigação ainda mais complexo. Apesar do uso de modelos e dados históricos para prever a demanda hídrica, a decisão final sobre a lâmina de irrigação ainda depende da experiência do irrigante e do monitoramento em tempo real, reforçando o papel da otimização como uma ferramenta de apoio à decisão, e não como um substituto absoluto do julgamento humano.

Dessa forma, o presente trabalho propõe a formulação e aplicação de um modelo de otimização para o manejo da irrigação por pivô central, considerando o ciclo completo da cultura, as variações climáticas, as características do solo e os custos operacionais, com o objetivo de minimizar os custos de energia elétrica, garantir o fornecimento hídrico adequado e aumentar a eficiência no uso da água ao longo da safra.

4. Metodologia

Com base nos dados previamente processados, foi desenvolvido um modelo de Programação Linear Inteira Mista (MILP) com o objetivo de otimizar a gestão da irrigação ao longo de um ciclo agrícola completo. A proposta consiste em determinar, para cada dia do cultivo, a melhor combinação de estratégias de irrigação por meio de diferentes percentímetros, de modo a minimizar os custos operacionais com energia elétrica e aplicação de água, ao mesmo tempo em que se garante que a quantidade de água no solo permaneça dentro de limites adequados para o pleno desenvolvimento da cultura. Cada percentímetro define um nível discreto de aplicação de água, e o modelo considera as restrições impostas pelas necessidades hídricas da planta, pela capacidade de retenção do solo e pelos limites críticos abaixo dos quais ocorre estresse hídrico. A irrigação é realizada por meio de sistema de pivô central, cuja operação requer atenção especial aos horários de aplicação e ao controle da lâmina de água, dada sua influência direta sobre o consumo de energia elétrica e a uniformidade da aplicação.

Os dados de entrada utilizados no modelo abrangem diversos parâmetros relacionados ao clima, solo e cultura, organizados ao longo de um conjunto de dias denominado *Ciclo*, que representa a totalidade do período de cultivo. O conjunto de estratégias possíveis de irrigação está representado por *Perc*, correspondendo aos diferentes percentímetros disponíveis no sistema. Para cada percentímetro $p \in Perc$, define-se um custo de operação $custo_p$, em reais, que representa os custos variáveis associados ao seu uso, e uma lâmina de irrigação lam_p , em milímetros, que corresponde ao volume de água aplicado quando o percentímetro é ativado.

Para cada dia $c \in Ciclo$, considera-se a precipitação esperada $prec_c$, em milímetros, como a contribuição natural para a reposição hídrica do solo, e a evapotranspiração da cultura etc_c , também em milímetros, que representa a perda de água por evaporação e transpiração, devendo ser compensada para evitar déficit hídrico. A capacidade de água disponível no solo é representada por cad_c , que define o limite superior da umidade que pode ser retida sem percolação excessiva, enquanto o limite inferior é dado por uc_c , abaixo do qual a planta começa a apresentar sinais de estresse hídrico.

Esses parâmetros alimentam o modelo de otimização, fornecendo os limites e condições necessárias para a tomada de decisão sobre a aplicação de irrigação ao longo de cada dia do ciclo. A combinação adequada de lam_p e $custo_p$ com as necessidades hídricas diárias etc_c e $prec_c$ permite ao modelo identificar a melhor estratégia para manter a umidade do solo entre uc_c e cad_c , respeitando as condições operacionais do pivô central e otimizando os custos de irrigação.

4.1. Variáveis de Decisão

As variáveis de decisão do modelo são responsáveis por representar, de forma operacional, as ações de irrigação e o comportamento do solo ao longo do ciclo agrícola. A variável x_{pc} é binária

e assume valor 1 se o percentímetro $p \in Perc$ for utilizado no dia $c \in Ciclo$, e 0 caso contrário; ela representa, portanto, a escolha do nível de irrigação aplicado em cada dia. A variável adi_c corresponde à quantidade de água disponível no solo no início do dia $c \in Ciclo$, em milímetros, sendo utilizada para calcular a necessidade de reposição hídrica. Já a variável adf_c representa a quantidade de água disponível no solo ao final do dia $c \in Ciclo$, também em milímetros, refletindo o balanço hídrico diário após as perdas por evapotranspiração e os ganhos por precipitação e irrigação.

4.2. Função Objetivo

A Função Objetivo 1 minimiza o custo total de irrigação ao longo do ciclo da cultura.

$$\text{Min} \sum_{p \in Perc} \sum_{c \in Ciclo} \text{custo}_p x_{pc} \quad (1)$$

Essa função representa o custo total associado à escolha de cada percentímetro p em cada dia c , somando os custos ao longo de todo o ciclo.

4.3. Restrições

O modelo deve respeitar várias restrições para garantir que as condições adequadas para o crescimento da cultura sejam atendidas:

- **Restrição de seleção de percentímetro:** Apenas um percentímetro pode ser escolhido por dia para realizar a irrigação.

$$\sum_{p \in Perc} x_{pc} = 1 \quad \forall c \in Ciclo \quad (2)$$

- **Água disponível no solo no primeiro dia:** A quantidade de água disponível no início do primeiro dia é igual à capacidade de água disponível no solo (CAD) no primeiro dia.

$$adi_1 = cad_1 \quad (3)$$

- **Água disponível ao início dos demais dias:** A quantidade de água disponível no solo no início de cada dia, a partir do segundo, é igual à quantidade de água disponível ao final do dia anterior.

$$adi_c = adf_{c-1} \quad \forall c \in Ciclo : c > 1 \quad (4)$$

- **Água disponível ao final do dia:** A água disponível no solo ao final de cada dia é dada pela quantidade de água disponível no início do dia, descontada pela evapotranspiração, somada à precipitação, e à quantidade de água aplicada pela irrigação escolhida.

$$adf_c = adi_c - etc_c + prec_c + \sum_{p \in Perc} lam_p x_{pc} \quad \forall c \in Ciclo \quad (5)$$

- **Respeito ao limite crítico:** A quantidade de água disponível no solo ao final de cada dia deve ser maior ou igual ao limite crítico para garantir que a cultura não sofra estresse hídrico.

$$adf_c \geq uc_c \quad \forall c \in Ciclo \quad (6)$$

- **Domínios das variáveis:** As variáveis de decisão devem satisfazer os seguintes domínios:

$$x_{pc} \in \{0, 1\} \quad \forall p \in Perc, c \in Ciclo \quad (7)$$

$$adi_c \geq 0 \quad \forall c \in Ciclo \quad (8)$$

$$adf_c \geq 0 \quad \forall c \in Ciclo \quad (9)$$

5. Resultados

Esta seção apresenta os resultados obtidos com a aplicação do modelo de otimização proposto, desenvolvido para o manejo da irrigação por pivô central ao longo do ciclo da cultura da soja. Inicialmente, são descritas a área de estudo e as características agronômicas da cultura analisada. Em seguida, discute-se a metodologia utilizada para validar os resultados do modelo, utilizando o software AquaCrop como ferramenta de comparação. Por fim, são apresentados e analisados os resultados computacionais, destacando as diferenças entre o manejo tradicional e o manejo otimizado com base na modelagem matemática.

A abordagem adotada busca não apenas validar a consistência do modelo proposto, mas também evidenciar seu potencial de aplicação em contextos reais, considerando variáveis agronômicas, climáticas e operacionais. A comparação entre os métodos convencionais e a estratégia de irrigação otimizada visa quantificar os benefícios em termos de eficiência hídrica, custos operacionais e produtividade agrícola.

5.1. Área de Estudo

A área selecionada para a aplicação do modelo foi a Fazenda Experimental Santa Paula (FESP), pertencente ao Instituto de Ciências Agrárias (ICA) da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM). Localizada no município de Unaí, Minas Gerais, nas coordenadas geográficas 16,436109° de latitude sul e 46,897691° de longitude oeste, a FESP é um espaço dedicado à pesquisa aplicada em sistemas de produção agrícola, sendo um ambiente adequado para estudos relacionados ao manejo da irrigação.

A região apresenta clima tropical, com características favoráveis ao desenvolvimento de culturas agrícolas irrigadas. O solo predominante é do tipo Latossolo Vermelho-Amarelo, típico do Cerrado, apresentando boa drenagem e elevada capacidade de retenção de água. Entre os parâmetros físico-hídricos relevantes da área destacam-se a umidade na capacidade de campo de 25%, a umidade no ponto de murcha permanente de 12,9% (ambas em base de massa) e uma densidade média do solo de 1,32 g/cm³. Esses valores foram incorporados ao modelo como base para o cálculo da capacidade de água disponível e da água facilmente disponível no solo, fundamentais para a definição do momento ideal de irrigação ao longo do ciclo da cultura.

5.2. Caracterização da Cultura

A cultura analisada neste estudo foi a soja, devido à sua expressiva representatividade na produção agrícola brasileira e à disponibilidade de parâmetros técnicos amplamente estudados na literatura. Foram considerados os estágios fenológicos da cultura, com respectivas durações, coeficientes de cultura (K_c), profundidade efetiva das raízes (Z_r) e fração de água disponível (f), conforme apresentados na Tabela 1. Essas informações foram essenciais para calcular a evapotranspiração da cultura (ET_c), a capacidade de água disponível (CAD) e os limites críticos para a irrigação.

O ciclo total da cultura foi estabelecido em 115 dias, iniciando-se em 01 de outubro de 2023 e encerrando-se em 23 de janeiro de 2024. Os dados climáticos utilizados, incluindo os valores diários de evapotranspiração de referência (ET_o) e de precipitação (P), foram obtidos junto

Fases Fenológicas	Duração (dias)	K _c	Z _r (mm)	f
Estabelecimento	15	0,40	150	0,5
Desenvolvimento vegetativo	25	0,80	300	0,5
Floração e frutificação	50	1,15	500	0,5
Maturação	25	0,50	600	0,5

Tabela 1: Parâmetros de cultivo nas diferentes fases. Fonte: adaptado de Allen et al. [1998].

ao Instituto Nacional de Meteorologia (INMET)¹, por meio da plataforma SISDAGRO, que permite gerar balanços hídricos sequenciais com base em diferentes condições de solo, estação meteorológica e período de análise.

Uma das formas utilizadas para validar os resultados do modelo proposto foi a comparação com os dados gerados pelo software AquaCrop, desenvolvido pela Organização das Nações Unidas para a Alimentação e Agricultura (FAO). Esse modelo tem sido amplamente utilizado na simulação do crescimento e produtividade de culturas em diferentes condições hídricas, sendo reconhecido por sua confiabilidade e facilidade de uso em cenários reais. Sua utilização neste estudo permitiu avaliar a coerência das lâminas de irrigação geradas pelo modelo matemático, assim como as projeções de produtividade resultantes de diferentes estratégias de manejo hídrico.

As simulações e a resolução das instâncias do modelo de programação inteira mista foram realizadas com o uso do software IBM CPLEX Optimizer, versão 20.1.0. Os testes foram conduzidos em um computador com processador AMD Ryzen 5 5500 3.6GHz, com 16GB de memória RAM e sistema operacional Windows 11 Home.

5.3. Resultados Computacionais

Para a aplicação do modelo proposto, foi considerada a restrição de uso exclusivo dos horários de tarifa reduzida, definidos com base nas faixas horárias da CEMIG — concessionária de energia elétrica de Minas Gerais. Segundo os dados disponibilizados pela empresa², a tarifa varia significativamente ao longo do dia, sendo classificada em três categorias: horário reservado (R\$ 0,31/kWh), horário fora de ponta (R\$ 0,84/kWh) e horário de ponta (R\$ 3,12/kWh), conforme detalhado na Tabela 2. Para reduzir os custos operacionais, o modelo foi configurado para que a irrigação ocorresse exclusivamente durante os horários reservado e fora de ponta, totalizando 21 horas disponíveis por dia.

Horário	Tarifa	Valor (R\$ / kWh)
21:00 até 06:00	Horário reservado	0,31
06:00 até 18:00	Horário fora de ponta	0,84
18:00 até 21:00	Horário de ponta	3,12

Tabela 2: Faixas de horário e valores médios de consumo de energia. Fonte: CEMIG (2024).

Com base nessas tarifas, os custos de irrigação associados a cada percentímetro ($custo_p \forall p \in Perc$) foram calculados a partir do tempo de operação necessário para aplicar uma determinada lâmina de água, em milímetros, multiplicado pelo custo horário de energia elétrica correspondente à janela tarifária. Para manter a compatibilidade com a ferramenta de validação utilizada, o modelo considerou apenas lâminas inteiras, uma vez que o software AquaCrop arredonda os valores de irrigação inseridos manualmente. A Tabela 3 apresenta os percentímetros utilizados, com seus respectivos tempos de funcionamento, lâminas aplicadas e custos estimados.

¹<https://sisdagro.inmet.gov.br/sisdagro/app/monitoramento/bhs>

²<https://www.cemig.com.br/atendimento/valores-de-tarifas-e-servicos/>

Percentímetro do Pivô	Volta (horas)	Lâmina (mm)	Custo por evento (R\$)
100%	5:15	3	35,79
75%	7:00	4	47,72
60%	8:45	5	68,54
50%	10:30	6	101,19
43%	12:15	7	133,84
37%	14:00	8	166,49
33%	15:45	9	199,14
30%	17:30	10	231,79
28%	19:15	11	264,44
25%	21:00	12	297,09
0%	0:00	0	0,00

Tabela 3: Dados de operação do sistema de irrigação por pivô central.

A fim de validar os resultados do modelo matemático proposto, sua performance foi comparada com duas abordagens distintas: a irrigação convencional e a simulação via software AquaCrop, utilizada como referência externa. A irrigação convencional, neste contexto, foi definida como o manejo baseado na aplicação de lâminas fixas em datas previamente estabelecidas, desconsiderando variações diárias nas condições climáticas e no balanço hídrico do solo. Essa prática, comum entre produtores que seguem calendários técnicos ou recomendações empíricas, tende a ser operacionalmente simples, mas menos eficiente na gestão de água e energia, podendo resultar em irrigações desnecessárias ou insuficientes. A Tabela 4 resume os principais indicadores obtidos nas três abordagens.

Métricas de Irrigação	AquaCrop	Irrigação Convencional	Irrigação Otimizada
Número de eventos	20	20	60
Irrigação total (mm)	240	240	232
Produtividade estimada (kg/ha)	5707	5676	5790
Custo total (R\$)	5941,80	5941,80	2767,76

Tabela 4: Resultados comparativos das diferentes abordagens de irrigação.

Os dados evidenciam que a irrigação otimizada proporcionou uma redução significativa no custo total — aproximadamente 53,5% em relação às abordagens convencionais — sem comprometer a produtividade. Ao contrário, a produtividade simulada com a irrigação otimizada foi superior, alcançando 5.790 kg/ha, contra 5.707 kg/ha na simulação com AquaCrop e 5.676 kg/ha na abordagem convencional.

Embora a irrigação convencional e a simulação realizada com o AquaCrop tenham utilizado os mesmos dados de precipitação e lâmina total de irrigação (240 mm), observou-se uma diferença na produtividade estimada: 5.707 kg/ha para o AquaCrop, contra 5.676 kg/ha na abordagem convencional. Essa discrepância pode ser atribuída à forma como o AquaCrop modela os processos fisiológicos da cultura, em especial o acúmulo de biomassa com base na transpiração real da planta e no índice de colheita. O AquaCrop considera, de forma dinâmica, a interação entre os fatores climáticos diários, as características do solo e o desenvolvimento fenológico da cultura, o que permite uma estimativa mais sensível às condições diárias do ambiente, mesmo que a lâmina total de irrigação seja a mesma. Já a abordagem convencional, baseada no balanço hídrico sequen-

cial, tende a assumir valores médios e decisões menos sensíveis a variações ao longo do ciclo ou microclimáticas, o que pode resultar em uma menor eficiência na conversão de água em produtividade. Assim, ainda que os volumes aplicados coincidam, a forma como a água interage com a cultura ao longo do tempo influencia diretamente a estimativa de produtividade final.

A redução do custo está diretamente associada à frequência aumentada de irrigações com lâminas menores, aplicadas em horários de menor tarifa. Embora o número de eventos tenha sido três vezes maior, a estratégia resultou em um uso mais eficiente da água e uma melhor manutenção da umidade do solo dentro dos limites críticos, reduzindo o risco de estresse hídrico. Esse aspecto é especialmente importante, considerando que em situações adversas (como falhas no equipamento), culturas com irrigação mais espaçada tendem a sofrer perdas mais severas.

Cabe destacar que, embora a realização de 60 eventos de irrigação possa representar um desafio para propriedades com limitações de mão de obra ou infraestrutura, a precisão no manejo hídrico e a economia gerada justificam a adoção de estratégias automatizadas baseadas em modelos matemáticos, sobretudo quando associadas a tecnologias de controle remoto e sensores de umidade.

6. Conclusão e Trabalhos futuros

O manejo inadequado da irrigação pode comprometer tanto a produtividade quanto a sustentabilidade financeira da atividade agrícola, seja por deficiência ou excesso de água. Neste contexto, a programação matemática se apresenta como uma ferramenta eficaz para apoiar a tomada de decisão no uso racional dos recursos hídricos, permitindo atender às necessidades da cultura com maior precisão e menor custo.

Este estudo propôs um modelo de otimização baseado em programação inteira mista, aplicado à irrigação por pivô central, com foco na definição diária das lâminas de irrigação ao longo do ciclo da soja. A modelagem incorporou dados climáticos, características do solo e parâmetros agrônômicos da cultura, considerando também os custos energéticos vinculados às faixas tarifárias de operação. Os resultados obtidos demonstraram uma redução significativa nos custos operacionais (cerca de 53,5%) e um leve aumento na produtividade, validando o modelo como uma alternativa eficiente frente ao manejo convencional.

A utilização de ferramentas como o IBM CPLEX e a validação com o software AquaCrop reforçam a confiabilidade da proposta, mostrando que a integração entre modelagem matemática e dados reais pode oferecer soluções concretas para os desafios enfrentados na agricultura irrigada.

Como desdobramentos possíveis, destaca-se a incorporação de diferentes estratégias de irrigação, como a utilização de lâminas fixas com períodos variáveis e vice-versa, o que ampliaria a flexibilidade e adaptabilidade do modelo. Também é recomendada a inclusão de restrições operacionais relacionadas à disponibilidade de energia e de água, refletindo melhor a realidade de muitas propriedades rurais.

Outra direção promissora é o desenvolvimento de um sistema computacional acessível ao produtor rural, que integre os dados climáticos e operacionais em uma interface prática, usando sensores IoT, e promovendo o uso diário do modelo como ferramenta de apoio à decisão. Isso permitiria o planejamento e execução da irrigação com maior eficiência, sustentabilidade e autonomia.

Referências

- Allen, R. G., Pereira, L. S., Raes, D., Smith, M., et al. (1998). Crop evapotranspiration-guidelines for computing crop water requirements-fao irrigation and drainage paper 56. *Fao, Rome*, 300(9).
- Carvalho, M. A. d., Mélló Júnior, A. V., Schardong, A., e Porto, R. L. (2009). Sistema de suporte à decisão para alocação de água em projetos de irrigação. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, 13:10–17.

- Christofidis, D. (2013). Água, irrigação e agropecuária sustentável. *Revista de Política Agrícola*, 22(1):115–127.
- Coelho, E. F., Coelho Filho, M. A., e Oliveira, S. d. (2005). Agricultura irrigada: eficiência de irrigação e de uso de água. *Bahia Agrícola*, 7(1):57–60.
- da Costa Brito, V., de Santana, C. F. D., de Medeiros, L. E. L., da Silva Santos, V., e Curi, W. F. (2018). Otimização do uso dos recursos hídricos na irrigação: estudo de caso no açude aracagi-paraíba. *Revista Ibero-Americana de Ciências Ambientais*, 9(7):52–61.
- dos Santos, M. A. L., Costa, R. N. T., Frizzone, J. A., dos Santos, C. G., e dos Santos, V. R. (2009). Modelo de programação linear para otimização econômica do projeto de irrigação baixo acaraú-ce. *Revista Caatinga*, 22(1).
- Figueiredo, M. G. d., Pitelli, M. M., Frizzone, J. A., e Rezende, R. (2007). Lâmina ótima de irrigação para o feijoeiro considerando restrição de terra e aversão ao risco. *Acta Scientiarum. Agronomy*, 29:593–598.
- Food, V. (2008). Agriculture organization.(fao)(2007). *Report on: Improving the nutritional quality of street foods to better meet the micronutrient needs of schoolchildren in urban areas*, p. 14–17.
- Guimaraes, D. e Landau, E. (2014). Levantamento da agricultura irrigada por pivôs centrais no brasil em 2013.
- Medeiros, A. d. M. (2010). *Otimização de sistema de irrigação por aspersão pivô central. 2010. 131 f.* PhD thesis, Doutorado em Agronomia: Solo e Água)-Escola de Agronomia e Engenharia.
- Moreira, J., Rodrigues, L., Zanatta, J., Torres, M., MOREIRA, J. M. M. A. P., TORRES, M. d. O., et al. (2013). Planejamento de irrigação em pivô central por meio de modelos matemáticos. *Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. Bento Gonçalves, Associação Brasileira de Recursos Hídricos, Proceedings*.
- Paz, V. P. d. S., Frizzone, J. A., Botrel, T. A., e Folegatti, M. V. (2002). Otimização do uso da água em sistemas de irrigação por aspersão optimization of water use in sprinkler irrigation systems. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental-Agriambi*.
- Pilar, J. V. (1998). Otimização de um sistema de recursos hídricos sem regularização: caso analisado: bacia do rio paracatu.
- Postel, S. et al. (2000). Redesigning irrigated agriculture. In *National irrigation symposium. Proceedings of the 4th Decennial Symposium, Phoenix, Arizona, USA, November 14-16, 2000.*, p. 1–12. American Society of Agricultural Engineers.
- Silva, I. e Freitas, L. (2023). A agricultura irrigada no brasil: Uma comparação entre os dados do censo agropecuário de 1996/1995, 2006 e 2017.(agronomia). *Repositório Institucional*, 2(1).
- SILVEIRA, J. d. C. (2011). A importância da agricultura irrigada na sub-bacia tambaú/verde, região nordeste paulista. *Pesquisa & Tecnologia*, 8(2).
- Sojka, R. E., Bjorneberg, D. L., e Entry, J. (2002). Irrigation: An historical perspective. *Encyclopedia of soil science*, 1(1070):745–749.