57º SBPO
SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL
Gramado • RS
DE 5 A 9 DE OUTUBRO DE 2025

DIMENSIONAMENTO DE LOTES EM AMBIENTE *FLOW SHOP*: MODELO E MIP-HEURÍSTICAS

Diego Mello da Silva
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais - Campus Formiga
Rua São Luiz Gonzaga, s/nº, São Luiz, Formiga - MG. CEP: 35.577-010
diego.silva@ifmg.edu.br

Geraldo Robson Mateus
Departamento de Ciência da Computação - Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha, Belo Horizonte - MG. CEP: 31270-901
mateus@dcc.ufmg.br

RESUMO

Este trabalho propõe uma formulação de programação inteira mista para o problema integrado de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção em ambientes *flow shop* híbridos com múltiplos estágios. O modelo, denominado CLSP-HFS, considera máquinas paralelas com elegibilidade restrita, capacidades limitadas, tempos de preparação dependentes da sequência e fluxo fechado entre os estágios. Para resolver o problema, são implementadas heurísticas do tipo *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*. Resultados computacionais mostram que a formulação CLSP-HFS é competitiva frente a alguns modelos da literatura de estágio único, e que as heurísticas potencializam seu uso em ambientes multiestágio. Em especial, as heurísticas baseadas em *fix-and-optimize* se destacam pela qualidade das soluções obtidas e eficiência computacional.

PALAVRAS CHAVE. ***Lot-sizing*, *Flow Shop* Híbrido, MIP-Heurísticas.**

Tópicos: AD&GP – Pesquisa Operacional na Administração e Gestão da Produção, POI – PO na Indústria

ABSTRACT

This work proposes a mixed-integer programming formulation for the integrated lot-sizing and scheduling problem in multi-stage hybrid flow shop environments. The proposed model, referred to as CLSP-HFS, accounts for parallel machines with restricted eligibility, limited capacities, sequence-dependent setup times, and closed transfer between stages. To solve the problem, relax-and-fix and fix-and-optimize heuristics are implemented. Computational results show that the CLSP-HFS formulation is competitive with some well-known single-stage models from the literature, and that the heuristics enhance its applicability in multi-stage settings. In particular, heuristics based on the fix-and-optimize strategy stand out for the quality of the solutions obtained and their computational efficiency.

KEYWORDS. Lot-sizing. Hybrid Flow Shop. MIP-heuristics.

Paper topics: AD&GP – OR in Administration and Production Management, OA - Other Applications in OR

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212397
https://proceedings.science/p/212397?lang=pt-br

1. Introdução

Otimizar o planejamento e o sequenciamento da produção é essencial para empresas que precisam dimensionar lotes ao longo de um horizonte finito, atendendo à demanda por período. O dimensionamento define a *quantidade a produzir* de cada item por período, enquanto o sequenciamento determina *quando* e *em qual máquina* produzir. Quando máquinas são compartilhadas entre produtos, operações de preparação (*setup*) são necessárias, incorrendo em custos e consumindo capacidade produtiva devido à limpeza, ajustes, troca de ferramentas, entre outros ([Jans e Degraeve, 2008]), podendo depender da sequência de produção. A integração dessas decisões equilibra preparação, estoques e capacidade, evitando soluções inviáveis e reduzindo os custos totais [Zhu e Wilhelm, 2006; Copil et al., 2017].

As abordagens iniciais para modelar decisões de preparação no dimensionamento de lotes surgem nos modelos *small-bucket*, que utilizam toda a capacidade da máquina para produzir apenas um produto por vez (premissa do *"tudo ou nada"*) ou permitem a produção de dois produtos por período, separados por uma única preparação. Alguns desses modelos preservam o estado da preparação durante o tempo em que a máquina permanece ociosa. Embora a princípio tratem o dimensionamento de lotes com sequenciamento, apresentam limitações quanto ao número de produtos que podem ser produzidos por período [Fleischmann, 1990; Drexl e Haase, 1995].

Para superar essas limitações, modelos *large-bucket* foram propostos. O *capacitated lot-sizing problem* (CLSP) [Manne, 1958; Karimi et al., 2003] é um problema $\mathcal{NP}$-Difícil que modela a ocorrência de múltiplas preparações e produções dentro de um único período. Entretanto, não trata do sequenciamento dos lotes, apenas de seu dimensionamento com base na capacidade das máquinas disponíveis. Posteriormente, [Trigeiro et al., 1989] estenderam o CLSP para suportar tempos de preparação dependentes da sequência. Segundo [Copil et al., 2017], o sequenciamento foi efetivamente introduzido no *capacitated lot-sizing with sequence-dependent setup costs* (CLSD), de [Haase, 1996], e no *general lot sizing and scheduling problem* (GLSP), de [Fleischmann e Meyr, 1997]. Em particular, o GLSP e suas variantes dividem macroperíodos em microperíodos menores de duração variável para decidir a preparação de cada produto. Ele também generaliza os problemas *small-bucket* a partir da escolha arbitrária de seus parâmetros [Copil et al., 2017].

Estudos subsequentes incluíram novas características nesses dois modelos. [Almada-Lobo et al., 2007] adaptaram o CLSP para suportar tempos e custos de preparação dependentes da sequência em ambiente de máquina única, conservando o estado da preparação entre períodos consecutivos. Em seguida, [James e Almada-Lobo, 2011] generalizaram os trabalhos de [Almada-Lobo et al., 2007] e [Haase, 1996], propondo um modelo que admite máquinas paralelas não relacionadas, denominado CLSD-PM. Mais recentemente, [Araujo et al., 2023] estenderam o GLSP para considerar máquinas paralelas não relacionadas, elegibilidade de máquinas, limites de estoque e *backordering*, denominando-o GLSP-PL.

Recentemente, alguns estudos também abordaram o dimensionamento de lotes e o sequenciamento em ambientes mais complexos envolvendo a produção em múltiplos estágios organizados em sistemas *job-shop* e *flow-shop* (ver [Zhu e Wilhelm, 2006] e [Copil et al., 2017] para detalhes). [Quadt e Kuhn, 2005] observam que ambientes híbridos do tipo *flow shop* são comuns em certas indústrias como as dos setores automotivo, químico, cosmético, eletrônico, alimentício, de embalagens, papel, farmacêutico, gráfico, têxtil, de madeira e semicondutores. Nesses contextos, as linhas de produção são organizadas como *flow shop* flexíveis, nos quais os produtos passam por todos os estágios, cada um com uma ou mais máquinas em paralelo.

[Copil et al., 2017] destacam que muitos estudos práticos se inspiram neste tipo de sistema, mas geralmente consideram apenas um estágio crítico de produção, mesmo quando o problema real possui múltiplos estágios. Em alguns casos, modelar um segundo estágio como um

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212397
https://proceedings.science/p/212397?lang=pt-br

recurso com capacidade agregada é suficiente, como documentado por [Wörbelauer et al., 2019]. Nota-se, entretanto, um número crescente de novos estudos que abordam a integração entre o dimensionamento de lotes no ambiente *flow shop* que consideram explicitamente o sequenciamento ao longo todos os estágios considerados ([Mohammadi, 2010; Mohammadi e Fatemi, 2010; Mohammadi e Jafari, 2011; Mahdieh et al., 2011; Ramezanian et al., 2013; Fadaki e Bijari, 2016; Ramezanian et al., 2017; Rehman et al., 2021]).

Seguindo esta última linha, este trabalho propõe, como alternativa, uma nova formulação MIP multi-produto, multi-período e multi-estágio com elegibilidade de máquinas, baseada em fluxo em redes, que resolve um problema integrado de dimensionamento de lotes capacitados (CLSP) com o sequenciamento em ambientes *flow shop* híbrido (HFS) [Ruiz e Vázquez-Rodríguez, 2010], com premissas inspiradas no processo produtivo de emulsões químicas descrito por [Saravia, 2016]. Além disso, heurísticas *relax-and-fix* (R&F) [Pochet e Wolsey, 2006] e *fix-and-optimize* (F&O) [Sahling et al., 2009] são apresentadas para resolver o problema. Na Seção 2, descreve-se o processo de produção de emulsões químicas, que inspira a formulação CLSP-HFS. A Seção 3 apresenta o modelo de programação inteira mista proposto. As heurísticas R&F e F&O são detalhadas na Seção 4. A Seção 5 relata experimentos comparativos entre a formulação CLSP-HFS e modelos de estágio único com máquinas paralelas (CLSD-PM de [James e Almada-Lobo, 2011] e GLSP-L de [Araujo et al., 2023]), além de experimentos com CLSP-HFS em cenários multi-estágio. Por fim, a Seção 6 apresenta as considerações finais.

2. Processo de Produção de Emulsões Químicas

O problema industrial que motivou este estudo baseia-se nas características de uma empresa real de produção de emulsões químicas, conforme analisado por Saravia [2016]. Essas emulsões, utilizadas como insumos em indústrias de tintas, vernizes, têxteis e mineração, são obtidas pela combinação de líquidos inicialmente imiscíveis, gerando uma solução com partículas suspensas do líquido disperso. A produção ocorre de forma contínua em estágios sequenciais. Os estágios incluem: (i) *inicialização*, (ii) *reação*, (iii) *mistura*, (iv) *filtragem* e (v) *embalagem*. Os estágios de *reação* e *mistura* são críticos e possuem máquinas paralelas não relacionadas (reatores), sendo o tempo de processamento ajustado conforme a velocidade relativa de cada máquina.

Admite-se capacidade ilimitada de estoque intermediário e tempos de preparação dependentes da máquina e da sequência. A transferência entre estágios é fechada: um lote só inicia no estágio seguinte após ser concluído no anterior. Em cada período, lotes de um mesmo produto têm tamanho idêntico em todos os estágios, evitando estoques intermediários em processamento (*WIP*), apenas finais. Assume-se que, no início de cada período, as máquinas já estão preparadas.

3. Formulação MILP para o CLSP-HFS

Sejam P o conjunto de produtos, T de períodos, K de estágios e M^k de máquinas disponíveis no k-ésimo estágio. Seja 0 um produto fictício com custos e tempos de produção e preparação nulos, que delimita o primeiro e o último produto na sequência de cada máquina. Define-se $P^0 = P \cup \{0\}$, e $P_{mk} \subseteq P$ como os produtos processáveis na máquina m do estágio k, estendido por $P^0_{mk} = P_{mk} \cup \{0\}$. Analogamente, $M^k_p \subseteq M^k$ são as máquinas do estágio k que processam o produto p. O objetivo é, sem preempção, determinar as quantidades de cada $p \in P$ a produzir ao longo de $|T|$ períodos em ambiente *flow shop* com $|K|$ estágios sequenciais. Cada estágio k dispõe de $|M^k|$ máquinas paralelas por período t, cada uma com capacidade limitada w^{mk}_t (em tempo), usada para produção e preparação. Produzir uma unidade de p na máquina m do estágio k consome e^{mk}_p unidades de tempo. Lotes não podem se estender entre períodos: cada um deve ser concluído no período em que inicia. O tempo total por máquina m no estágio k e período t não pode exceder w^{mk}_t. A troca de produtos distintos p e p' na mesma máquina implica tempo de preparação $es^{mk}_{pp'}$. Devido ao fluxo sequencial, o produto só inicia no estágio k após terminar no estágio $(k-1)$.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212397
https://proceedings.science/p/212397?lang=pt-br

A formulação considera decisões de estoque, permitindo antecipar a produção para reduzir custos futuros. O armazenamento do produto p no período t acarreta custo unitário cs_{pt}, limitado pela capacidade máxima S_t. O custo unitário de produção no período t é cf_{pt}. Preparações de máquina implicam custo proporcional ao tempo: $(cu^m_{pp'} \cdot es^{mk}_{pp'})$, com $cu^m_{pp'}$ sendo o custo de oportunidade da transição $p \to p'$. A variável z^m_{pt} representa a quantidade de p produzida na máquina m no período t, e s_{pt} o excedente estocado ao final do período. Alocação e sequenciamento são capturados por $y^{mk}_{pp't}$, que vale 1 se p precede p' na máquina m do estágio k no período t. O tempo de término do lote p no estágio k no período t é c^k_{pt}. $\mathcal{M}$ é uma constante suficientemente grande.

$$\min \sum_{p\in P}\sum_{t\in T}\sum_{k\in K}\sum_{m\in M^k_p} cf^m_{pt}\cdot z^m_{pt} + \sum_{t\in T}\sum_{k\in K}\sum_{m\in M^k}\sum_{p\in P_{mk}}\sum_{\substack{p'\in P^0_{mk}\\ p'\neq p}} \left(cu^m_{pp'}\cdot es^{mk}_{pp'}\right)\cdot y^{mk}_{pp't} + \sum_{p\in P}\sum_{t\in T} cs_{pt}\cdot s_{pt} \tag{1}$$

$$s_{p(t-1)} - s_{pt} + \sum_{m\in M^k_p} z^m_{pt} = d_{pt} \qquad \forall p,t,k \tag{2}$$

$$s_{p0} = S^p_0 \qquad \forall p \tag{3}$$

$$\sum_{p\in P} s_{pt} \le S_t \qquad \forall t \tag{4}$$

$$e^{mk}_p \cdot z^m_{pt} - \sum_{\substack{p'\in P^0_{mk}\\ p'\neq p}} w^{mk}_t \cdot y^{mk}_{p'pt} \le 0 \qquad \forall p,t,k,m\in M^k_p \tag{5}$$

$$\sum_{p\in P_{mk}} e^{mk}_p\cdot z^m_{pt} + \sum_{p\in P_{mk}}\sum_{\substack{p'\in P^0_{mk}\\ p'\neq p}} es^{mk}_{pp'}\cdot y^{mk}_{pp't} \le w^{mk}_t \qquad \forall t,k,m\in M^k \tag{6}$$

$$\sum_{m\in M^k_{p'}}\sum_{\substack{p\in P^0_{mk}\\ p\neq p'}} y^{mk}_{pp't} \le 1 \qquad \forall p',t,k \tag{7}$$

$$\sum_{m\in M^k_p}\sum_{\substack{p'\in P^0_{mk}\\ p'\neq p}} y^{mk}_{pp't} \le 1 \qquad \forall p,t,k \tag{8}$$

$$\sum_{p\in P_{mk}} y^{mk}_{0pt} \le 1 \qquad \forall t,k,m\in M^k \tag{9}$$

$$\sum_{\substack{p'\in P^0_{mk}\\ p'\neq p}} y^{mk}_{pp't} - \sum_{\substack{p''\in P^0_{mk}\\ p''\neq p}} y^{mk}_{p''pt} = 0 \qquad \forall p,t,k,m\in M^k_p \tag{10}$$

$$c^k_{pt} \ge c^k_{p't} + es^{mk}_{p'p} + e^{mk}_p\cdot z^m_{pt} - \mathcal{M}\cdot\left(1 - y^{mk}_{p'pt}\right) \qquad \forall p\in P, p'\in P^0_{mk}, p\neq p', t,k,m\in M^k_p \tag{11}$$

$$c^k_{pt} \ge c^{(k-1)}_{pt} + e^{mk}_p\cdot z^m_{pt} + \sum_{\substack{p'\in P^0_{mk}\\ p'\neq p}} es^{mk}_{pp'}\cdot y^{mk}_{pp't} - \mathcal{M}\cdot\left(1 - \sum_{\substack{p'\in P^0_{mk}\\ p'\neq p}} y^{mk}_{pp't}\right) \qquad \forall p,t,k\neq 1, m\in M^k_p \tag{12}$$

$$c^k_{pt} \ge e^{mk}_p\cdot z^m_{pt} - \mathcal{M}\cdot\left(1 - y^{mk}_{0pt}\right) \qquad \forall p,t,k,m\in M^k_p \tag{13}$$

$$c^k_{0t} = 0 \qquad \forall t,k \tag{14}$$

$$c^{|K|}_{pt} \le w^{m|K|}_t \qquad \forall p,t,m\in M^{|K|}_p \tag{15}$$

$$z^m_{pt}, s_{pt}, c^k_{pt} \ge 0; \quad y^{mk}_{pp't}\in\{0,1\} \qquad \forall p,p'\in P^0, p\neq p', t,k,m\in M^k_p \tag{16}$$

A função objetivo (1) minimiza os custos de produção, estoque e preparação das máquinas ao longo do horizonte de planejamento. As restrições (2) asseguram o atendimento da demanda via produção ou estoque. Restrições (3) definem o estoque inicial, enquanto que (4) limitam o estoque

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212397
https://proceedings.science/p/212397?lang=pt-br

total à capacidade do armazém. As restrições (5) e (6) vinculam produção e *setup* à capacidade das máquinas. Restrições (7) e (8) garantem que cada produto sequenciado possui apenas um predecessor e um sucessor. Em (9) determina-se que cada máquina tenha no máximo um produto não-*dumy* como primeiro da sequência. As restrições (10) garantem a conservação de fluxo no sequenciamento de cada máquina. Restrições (11) e (12) asseguram a precedência dentro e entre estágios. Restrições (13) definem o tempo mínimo de conclusão do primeiro produto, enquanto que (14) fixam o término do *dummy* em zero. Restrições (15) impedem que a conclusão dos sequenciamentos de cada máquina ultrapassem a capacidade do estágio e período.

4. MIP-Heurísticas R&F e F&O

O problema de dimensionamento de lotes com preparação dependente da sequência é $\mathcal{NP}$-Difícil [Trigeiro et al., 1989], e sua complexidade aumenta com a presença de máquinas paralelas, que exigem decisões adicionais de alocação [James e Almada-Lobo, 2011]. Em ambientes mais complexos, como o *flow shop* híbrido, essas decisões (produção, estoque e sequenciamento) devem ser tomadas em cada estágio, tornando o problema ainda mais desafiador.

Para potencializar a resolução de instâncias maiores, uma abordagem promissora é a hibridização de heurísticas com modelos exatos, com destaque para as MIP-heurísticas *relax-and-fix* (R&F) [Pochet e Wolsey, 2006] e *fix-and-optimize* (F&O) [Sahling et al., 2009], que têm sido aplicadas com êxito em diferentes problemas de planejamento e sequenciamento (ver [Sahling et al., 2009; Mohammadi e Fatemi, 2010; Helber e Sahling, 2010; Lang e Shen, 2011; Goren et al., 2012; Toledo et al., 2015; Boas et al., 2021; Carvalho e Nascimento, 2022; Araujo et al., 2023]).

As heurísticas R&F e F&O decompõem as variáveis binárias $v \in \{0,1\}$ de um MIP em Ω subconjuntos disjuntos, resolvendo iterativamente Ω subproblemas (SUBMIPs) com menos variáveis livres até obter uma solução heurística. Chamaremos Q^ω o conjunto das variáveis que serão otimizadas na iteração ω (com $\omega = 1, \ldots, \Omega$). Neste trabalho, a decomposição segue os períodos do horizonte de planejamento: cada subconjunto Q^ω inclui variáveis de dois períodos consecutivos com sobreposição: Q^1 inclui período $\{1\}$, Q^2 inclui períodos $\{1,2\}$, Q^3 inclui períodos $\{2,3\}$, $\ldots$, Q^Ω inclui períodos $\{|T|-1, |T|\}$. Para detalhes, consultar seção A.

No caso do R&F, a cada iteração ω, um subproblema $\text{SUBMIP}_{RF}^{(\omega)}$ é construído com todas as restrições do modelo original e as suas variáveis binárias v são tratadas da seguinte forma: mantidas inteiras para otimização se $v \in Q^\omega$; relaxadas entre 0 e 1 se $v \in Q^{(\omega+1)} \cup \cdots \cup Q^\Omega$; ou fixadas com o valor incumbente $\hat{v}$ da iteração anterior se $v \in Q^1 \cup \cdots \cup Q^{(\omega-1)}$. Ao fim das Ω iterações, constrói-se uma solução completa, não necessariamente viável. Como a solução é construída iterativamente, R&F é considerada uma heurística construtiva. A Figura 1(a) ilustra esse processo. A heurística F&O segue lógica semelhante, mas parte de uma solução inicial $\dot{v}$ (possivelmente obtida por R&F) e não relaxa conjuntos de variáveis. Na iteração ω, resolve-se $\text{SUBMIP}_{FO}^{(\omega)}$, otimizando apenas as variáveis $v \in Q^\omega$ e fixando o restante com base em $\hat{v}$ da solução incumbente computada nas iterações anteriores caso $v \in Q^1 \cup \cdots \cup Q^{(\omega-1)}$, ou com base em $\dot{v}$ da solução inicial caso $v \in Q^{(\omega+1)} \cup \cdots \cup Q^\Omega$. A Figura 1(b) ilustra o funcionamento da F&O com $\Omega = 4$.

Subproblem	$\forall\, v \in Q^{(1)}$	$\forall\, v \in Q^{(2)}$	$\forall\, v \in Q^{(3)}$	$\forall\, v \in Q^{(4)}$
$\text{SUBMIP}_{RF}^{(\omega=1)}$	$v \in \{0,1\}$	$0 \le v \le 1$	$0 \le v \le 1$	$0 \le v \le 1$
$\text{SUBMIP}_{RF}^{(\omega=2)}$	$v \leftarrow \hat{v}$	$v \in \{0,1\}$	$0 \le v \le 1$	$0 \le v \le 1$
$\text{SUBMIP}_{RF}^{(\omega=3)}$	$v \leftarrow \hat{v}$	$v \leftarrow \hat{v}$	$v \in \{0,1\}$	$0 \le v \le 1$
$\text{SUBMIP}_{RF}^{(\omega=4)}$	$v \leftarrow \hat{v}$	$v \leftarrow \hat{v}$	$v \leftarrow \hat{v}$	$v \in \{0,1\}$

(a)

Subproblem	$\forall\, v \in Q^{(1)}$	$\forall\, v \in Q^{(2)}$	$\forall\, v \in Q^{(3)}$	$\forall\, v \in Q^{(4)}$
$\text{SUBMIP}_{FO}^{(\omega=1)}$	$v \in \{0,1\}$	$v \leftarrow \dot{v}$	$v \leftarrow \dot{v}$	$v \leftarrow \dot{v}$
$\text{SUBMIP}_{FO}^{(\omega=2)}$	$v \leftarrow \hat{v}$	$v \in \{0,1\}$	$v \leftarrow \dot{v}$	$v \leftarrow \dot{v}$
$\text{SUBMIP}_{FO}^{(\omega=3)}$	$v \leftarrow \hat{v}$	$v \leftarrow \hat{v}$	$v \in \{0,1\}$	$v \leftarrow \dot{v}$
$\text{SUBMIP}_{FO}^{(\omega=4)}$	$v \leftarrow \hat{v}$	$v \leftarrow \hat{v}$	$v \leftarrow \hat{v}$	$v \in \{0,1\}$

(b)

Figura 1: Execução de 4 iterações ($\Omega = 4$ subproblemas) das heurísticas R&F (a) e F&O (b)

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212397
https://proceedings.science/p/212397?lang=pt-br

5. Experimentos Numéricos

Os experimentos foram realizados em máquinas Intel i7-8565U 1.8 GHz com 8 GB de RAM. As formulações testadas foram implementadas em Python 3 com o pacote **`gurobipy`** do *solver* Gurobi 9.0.1. As instâncias foram resolvidas em até 3.600 segundos com o B&C, R&F e F&O (neste caso, utilizou ¼ do tempo para sacar uma solução inicial via R&F, e os ¾ restantes para aprimoramento via F&O). As métricas avaliadas foram: valor médio da função objetivo obtido pelo *branch-and-cut* (B&C) do Gurobi; *gap* de dualidade (%) entre a solução incumbente (B&C, R&F ou F&O) e o limitante inferior do B&C; tempo de execução (*runtime*) em segundos; e desvio percentual (%) entre o valor da função objetivo do B&C e das soluções incumbentes das heurísticas R&F e F&O (valores negativos indicam melhora em relação ao B&C com mesmo limite de tempo).

Embora o **`CLSP-HFS`** se baseia em processo de produção química, não há dados disponíveis. Para compará-lo usou-se *benchmark* com 26 conjuntos de instâncias organizados em três grupos. O primeiro abrange instâncias aleatórias (**`A`**-**`E`**) e baseadas em dados reais (**`P`**) extraídas de [Araujo et al., 2023][1]. O segundo compreende instâncias *M-N-T-Cut-CutVar-θ-MProb-MBal*[2] propostas em [James e Almada-Lobo, 2011] para problemas com máquinas paralelas (**`F`**-**`O`**). Esses dois grupos são usados em experimentos comparativos com modelos **`CLSD-PM`** e **`GLSP-PL`** de estágio único (caso especial em que **`CLSP-HFS`** assume $|K| = 1$). O terceiro grupo inclui os conjuntos **`Q`** a **`Z`**, gerados artificialmente a partir do cenário com múltiplas máquinas e capacidade constante de [James e Almada-Lobo, 2011], estendidos para dois e três estágios, que respeitam as configurações *Cut*, *CutVar*, θ, *MProb* e *MBal*. A Tabela 1 resume as características dos conjuntos.

Tabela 1: *Benchmark*. Colunas Cut, $CutVar$, θ, $MProb$ e $MBal$ indicam parâmetros de elegibilidade e capacidade de máquinas. Marcação '—' indica conjuntos em que o controle de elegibilidade não se aplica.

		Tamanho do Problema				Características de Elegibilidade de Máquinas				
Dataset	Fonte	$\|P\|$	$\|T\|$	$\|K\|$	$\|M^k\|$	Cut	$CutVar$	θ	$MProb$	$MBal$
`A`	[Araujo et al., 2023]	5	16	1	2	—	—	—	—	—
`B`	[Araujo et al., 2023]	12	16	1	3	—	—	—	—	—
`C`	[Araujo et al., 2023]	16	16	1	4	—	—	—	—	—
`D`	[Araujo et al., 2023]	20	16	1	5	—	—	—	—	—
`E`	[Araujo et al., 2023]	28	16	1	7	—	—	—	—	—
`F`	[James e Almada-Lobo, 2011]	15	5	1	2	0.8	0.0	50	80	20
`G`	[James e Almada-Lobo, 2011]	15	10	1	2	0.8	0.0	50	80	20
`H`	[James e Almada-Lobo, 2011]	15	10	1	2	0.8	0.0	100	60	20
`I`	[James e Almada-Lobo, 2011]	15	10	1	2	0.8	0.0	100	80	10
`J`	[James e Almada-Lobo, 2011]	15	10	1	2	0.8	0.0	100	80	20
`K`	[James e Almada-Lobo, 2011]	20	10	1	2	0.8	0.0	100	80	20
`L`	[James e Almada-Lobo, 2011]	15	5	1	3	0.8	0.0	50	80	20
`M`	[James e Almada-Lobo, 2011]	15	10	1	3	0.6	0.0	100	60	20
`N`	[James e Almada-Lobo, 2011]	15	10	1	3	0.8	0.0	50	80	20
`O`	[James e Almada-Lobo, 2011]	15	10	1	3	0.8	0.0	100	60	20
`P`	[Araujo et al., 2023]	12, 13, 20	16	1	2, 3, 5	—	—	—	—	—
`Q`	Geradas aleatoriamente	15	5	2	2/2	0.8	0.0	50	80	20
`R`	Geradas aleatoriamente	15	10	2	2/2	0.8	0.0	50	80	20
`S`	Geradas aleatoriamente	15	10	2	2/2	0.8	0.0	100	60	20
`T`	Geradas aleatoriamente	15	10	2	2/2	0.8	0.0	100	80	10
`U`	Geradas aleatoriamente	20	10	2	2/2	0.8	0.0	100	80	20
`V`	Geradas aleatoriamente	15	10	3	3/3/3	0.6	0.0	100	60	20
`W`	Geradas aleatoriamente	15	10	3	3/3/3	0.8	0.0	100	60	20
`X`	Geradas aleatoriamente	15	10	3	3/3/3	0.8	0.0	50	80	20
`Y`	Geradas aleatoriamente	15	5	3	3/3/3	0.8	0.0	50	80	20
`Z`	Geradas aleatoriamente	15	10	3	7/5/6	0.8	0.0	100	60	20

Os experimentos foram conduzidos em duas frentes. Na primeira, avaliou-se a formulação

[1] Instâncias **`A2`**, **`A3`**, **`A4`**, **`A5`**; **`B1`**, **`B2`**, **`B4`**, **`B5`**; **`C1`**, **`C2`**, **`C3`**, **`C4`**, **`C5`**; **`D1`**, **`D2`**, **`D3`**, **`D4`**, **`D5`**; **`E1`**, **`E2`**, **`E5`**; **`P2`**, **`P4`**, e **`P5`**.

[2] *M*, *N* e *T* representam número de máquinas, produtos e períodos; *Cut* define a capacidade por período como proporção da demanda total $\sum d_{pt}/Cut$; *CutVar* limita variações em torno de *Cut*; θ é o custo de oportunidade da preparação; *MProb* define a elegibilidade máquina–produto; e *MBal* controla o desbalanceamento entre máquinas.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212397
https://proceedings.science/p/212397?lang=pt-br

CLSP−HFS no caso especial com um único estágio ($|K| = 1$), comparando-a via B&C, R&F e F&O com as formulações **CLSD−PM** James e Almada-Lobo [2011] e **GLSP−PL** Araujo et al. [2023] que suportam elegibilidade. Nesse cenário, o **CLSP−HFS** reduz-se, na prática, a um problema integrado de dimensionamento e sequenciamento em máquinas paralelas. As comparações foram feitas em pares, com ajustes nos dados ou modelos para permitir uma comparação justa (ver Tabela 2). Na segunda frente, testou-se o **CLSP−HFS** com dois e três estágios, e compararam-se os desvios percentuais de R&F e F&O em relação ao B&C. Também se avaliou uma variante do F&O, chamada F&O^{RT}, que repete o processo até o tempo limite ou até não haver mais melhorias após uma rodada completa com Ω iterações.

Tabela 2: Diferenças nas formulações de comparação em estágio único

Característica	**CLSD−PM**	**GLSP−PL**	**CLSP−HFS**	Solução adotada na comparação
Custo de produção	Não	Sim	Sim	Assumir custo de produção nulo
Lote mínimo	Não	Sim	Não	Nenhuma modificação aplicada
Custo de preparação	Custo	Custo	Custo × Tempo	Usar apenas custo na função objetivo
Backlogging	Não	Sim	Não	Assumir custo de *backlogging* $+\infty$
Estoque inicial	Nulo	Não-Nulo	Não-Nulo	Incluir estoque inicial no **CLSD−PM**
Backlog inicial	Não	Sim	Não	Assumir *backlog* inicial nulo
Estoque Capacitado	Não	Sim	Sim	Nenhuma modificação aplicada
Setup Carryover	Sim	Sim	Não	Nenhuma modificação aplicada

5.1. Comparação Estágio Único: CLSD−PM versus CLSP−HFS

O **CLSP−HFS** foi comparado com o modelo **CLSD−PM** em um cenário com apenas um estágio de produção, utilizando as mesmas instâncias e condições computacionais. Os resultados encontram-se reportados na Tabela 3. Em destaque, os melhores resultados comparados dois a dois.

Tabela 3: Média de função objetivo, desvio percentual e *runtime* para as formulações **CLSD−PM** e **CLSP−HFS** em instâncias de estágio único de produção para o B&C padrão do Gurobi, R&F e F&O

	B&C Função Objetivo		R&F Desvio (%)		F&O Desvio (%)		R&F *Runtime* (s)		F&O *Runtime* (s)	
Dataset	**CLSD PM**	**CLSP HFS**	**CLSD PM**	**CLSP HFS**	**CLSD PM**	**CLSP HFS**	**CLSD PM**	**CLSP HFS**	**CLSD PM**	**CLSP HFS**
A	24.130,9	**22.089,3**	29,91	**2,01**	5,14	**0,03**	**102**	996	**349**	471
B	**22.975,5**	25.864,8	29,86	**16,38**	7,39	**0,31**	**2.338**	2.369	**1.894**	2.428
C	**35.638,9**	36.961,7	20,96	**−0,45**	1,72	**−0,68**	**134**	2.295	**187**	1.169
D	**58.052,8**	60.562,2	22,75	**−0,22**	−0,19	**−0,27**	**615**	2.853	**410**	1.012
E	154.787,3	**152.503,8**	12,42	**3,31**	—	**0,16**	**1.037**	2.955	—	**724**
F	16.340,6	**16.128,4**	9,60	**0,27**	1,47	**0,16**	**38**	42	**44**	48
G	32.562,0	**31.680,8**	17,84	**0,33**	0,70	**−0,02**	303	**191**	**153**	202
H	57.586,6	**54.601,6**	22,61	**2,67**	1,62	**0,94**	**44**	195	**51**	222
I	56.636,6	**52.560,0**	25,50	**2,46**	0,59	**0,31**	**54**	561	**74**	360
J	56.396,2	**52.761,2**	30,54	**2,13**	1,23	**0,48**	**64**	436	**100**	462
K	**77.277,2**	78.435,7	25,23	**0,81**	**0,06**	0,07	**177**	1.777	**279**	894
L	15.649,0	**14.915,8**	36,75	**0,24**	−0,89	**−0,20**	**115**	1.706	**128**	1.248
M	49.536,8	**44.130,8**	23,24	**4,04**	2,34	**1,18**	**49**	251	**57**	205
N	31.222,6	**29.606,0**	32,46	**−0,19**	0,08	**−0,38**	**118**	2.760	**218**	1.111
O	54.189,6	**49.507,6**	38,19	**0,64**	1,73	**−0,98**	**62**	1.833	**118**	879
P	76.725,0	**75.384,2**	30,50	**5,67**	4,07	**0,76**	**1.814**	2.434	**30**	1.853

Em relação à qualidade das soluções, o modelo **CLSP−HFS** obteve, na maioria dos *datasets*, valores médios da função objetivo inferiores, possivelmente por não exigir a preservação

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212397
https://proceedings.science/p/212397?lang=pt-br

da preparação (*carryover*) entre períodos, o que favorece o sequenciamento. Em alguns grupos de instância destacam-se ganhos relevantes, com desvios negativos ou próximos de zero das heurísticas R&F e F&O em relação ao B&C. Já no **CLSD−PM**, os desvios médios são mais altos para o R&F, indicando maior dificuldade de convergência ou soluções de menor qualidade. Já para o F&O, o desvio foi, na média, próximo de zero, sendo negativo em alguns grupos, mas ainda assim maiores do que os correspondentes encontrados pelo **CLSP−HFS**. Apesar disso, o tempo de execução do **CLSP−HFS** é geralmente mais elevado que o do **CLSD−PM**, reflexo de sua maior complexidade estrutural e do uso de restrições *Big-*$\mathcal{M}$. Em contextos onde a preservação da preparação não é essencial, os ganhos em qualidade podem justificar esse custo computacional adicional, tornando o **CLSP−HFS** competitivo mesmo em problemas de estágio único, especialmente quando usado com a heurística F&O, que pode superar o B&C em tempo de execução.

5.2. Comparação Estágio Único: GLSP−PL versus CLSP−HFS

A formulação **CLSP−HFS** foi também comparada com o modelo **GLSP−PL** em instâncias de estágio único. Os resultados da Tabela 4 mostram que o **CLSP−HFS** obteve custos médios muito próximos ou inferiores ao **GLSP−PL** na maioria dos casos, superando-o em qualidade de solução.

Tabela 4: Média de função objetivo, desvio percentual e *runtime* para as formulações **GLSP−PL** e **CLSP−HFS** em instâncias de estágio único de produção para o B&C padrão do Gurobi, R&F e F&O

	B&C Função Objetivo		R&F Desvio (%)		F&O Desvio (%)		R&F *Runtime* (s)		F&O *Runtime* (s)	
Dataset	**GLSP PL**	**CLSP HFS**	**GLSP PL**	**CLSP HFS**	**GLSP PL**	**CLSP HFS**	**GLSP PL**	**CLSP HFS**	**GLSP PL**	**CLSP HFS**
A	25.367,8	**22.237,5**	**−4,56**	1,44	**−5,28**	−0,59	3.404	**145**	2.220	**150**
B	**24.084,3**	25.412,4	**0,39**	15,93	**−2,38**	2,99	3.600	**2.150**	3.600	**2.061**
C	**36.702,6**	37.024,8	0,33	**−0,67**	**−1,44**	−0,89	3.600	**1.772**	3.600	**1.117**
D	60.227,0	**60.181,5**	2,76	**0,17**	0,28	**−0,51**	3.600	**2.740**	3.600	**1.988**
E	158.995,7	**151.877,5**	2,78	**2,76**	**−1,61**	−0,57	3.600	**2.651**	3.600	**2.574**
F	17.419,3	**16.138,4**	1,41	**0,20**	**−0,07**	0,10	3.600	**51**	3.600	**58**
G	34.931,6	**31.642,4**	3,10	**0,45**	**0,00**	0,16	3.600	**183**	3.600	**168**
H	62.092,3	**54.458,2**	**0,24**	2,81	**−3,19**	1,02	3.600	**226**	3.600	**180**
I	61.257,6	**52.592,4**	**1,31**	2,40	**−1,98**	0,33	3.600	**418**	3.600	**315**
J	60.580,7	**52.749,0**	**2,07**	2,38	**−1,35**	0,39	3.600	**409**	3.600	**468**
K	87.768,1	**78.005,5**	9,60	**1,61**	3,18	**0,29**	3.600	**1.017**	3.600	**845**
L	16.617,7	**14.997,5**	4,24	**−0,03**	1,23	**−0,24**	3.600	**985**	3.600	**1.052**
M	53.056,7	**44.052,0**	**2,37**	4,15	**−2,07**	1,67	3.600	**236**	3.600	**192**
N	33.899,0	**29.607,0**	6,31	**−0,15**	0,36	**−0,64**	3.600	**1.118**	3.600	**984**
O	58.464,9	**48.651,0**	2,87	**0,60**	**−1,21**	−1,43	3.600	**798**	3.600	**800**
P	81.867,3	**74.633,4**	**−1,73**	3,03	**−3,68**	−1,11	3.600	**2.105**	3.260	**1.575**

As heurísticas R&F e F&O apresentaram desvios médios próximos aos do B&C em ambas as formulações. No entanto, destacam-se os desvios negativos para o **GLSP−PL**, indicando que as heurísticas podem melhorar a solução em relação ao B&C. Ainda assim, o **CLSP−HFS** manteve vantagem em termos de custo final, em parte por não exigir preservação da preparação entre períodos. Quanto ao tempo computacional, as heurísticas no **CLSP−HFS** concluíram antes do tempo limite em todas as instâncias, enquanto o **GLSP−PL** frequentemente consumiu todo o tempo disponível. Isso pode ser atribuído à fraca relaxação linear do **GLSP−PL**, baseada em micro-períodos, conforme já observado por Seeanner [2013]. Pelos resultados, o **CLSP−HFS** se mostra uma alternativa competitiva ao **GLSP−PL** sob o ponto de vista de tempo de execução e na qualidade da solução para os casos em que há flexibilidade na preservação da preparação entre períodos.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212397
https://proceedings.science/p/212397?lang=pt-br

5.3. Comparação CLSP−HFS Múltiplos Estágios: B&C, R&F e F&O

Nesta seção, o modelo **CLSP−HFS** foi avaliado em ambientes com dois e três estágios de produção (Tabela 5). O B&C padrão e as heurísticas R&F, F&O e F&O^{RT} apresentaram *gaps* de dualidade elevados, reforçando a complexidade do problema. Em contrapartida, F&O e F&O^{RT} superaram amplamente o desempenho do B&C em termos de qualidade das soluções encontradas. Em especial, F&O^{RT}, que reaplica o procedimento F&O até estabilização da solução incumbente ou atingir o tempo limite, apresentou os melhores resultados, com desvios médios de até -22% em relação ao B&C (*dataset* **U**).

Tabela 5: Resultados médios de *gap* de dualidade (%), desvio percentual (%) e *runtime* (s) para o B&C, R&F, F&O e F&O^{RT} executados sobre **CLSP−HFS** em instâncias com dois e três estágios de produção.

	Gap de Dualidade (%)				Desvio Percentual (%)			*Runtime* (s)			
Dataset	B&C	R&F	F&O	F&O^{RT}	R&F	F&O	F&O^{RT}	B&C	R&F	F&O	F&O^{RT}
Q	16,91	21,61	15,09	**14,17**	3,20	−3,80	**−5,14**	3.600	**1.917**	1.925	2.985
R	24,32	28,42	19,78	**17,59**	4,55	−6,91	**−9,75**	3.600	2.389	**1.561**	2.992
S	32,94	39,16	34,57	**30,27**	0,68	4,16	**−15,57**	3.600	2.582	**1.977**	3.186
T	24,39	32,77	23,90	**19,20**	7,42	−2,14	**−10,20**	3.600	2.793	**1.496**	2.883
U	33,45	34,62	23,23	**20,79**	−2,23	−19,18	**−22,21**	3.600	3.290	**2.808**	3.555
V	15,82	21,80	13,89	**12,85**	7,01	−2,37	**−3,63**	3.600	3.000	**1.034**	1.592
W	24,64	31,91	23,29	**20,23**	6,96	−4,95	**−9,41**	3.600	3.047	**1.542**	2.979
X	15,52	20,01	11,67	**10,75**	5,30	−5,00	**−6,62**	3.600	3.021	**1.214**	1.782
Y	7,16	12,48	**6,81**	7,18	5,69	**−0,45**	−0,10	3.600	1.905	**1.284**	1.831
Z	16,87	21,56	15,52	**14,80**	2,18	−5,24	**−6,44**	3.600	3.056	**1.173**	1.581

Quanto ao tempo de execução, a heurística F&O e sua variante F&O^{RT} conseguiram explorar melhor o tempo limite, encontrando soluções de alta qualidade de forma mais eficiente que o B&C, mesmo em instâncias com três estágios. A robustez e a eficácia do F&O^{RT} são evidenciadas pelo desempenho consistente em todos os *datasets*. Esses resultados sugerem que, em ambientes mais realistas com múltiplos estágios de produção em *flow shop*, o modelo **CLSP−HFS** aliado a estratégias baseadas em *fix-and-optimize* como heurística própria ou busca local é eficaz, superando abordagens exatas tradicionais tanto em tempo quanto em qualidade de solução.

6. Conclusões

Este trabalho propôs uma formulação integrada para o dimensionamento de lotes e o sequenciamento da produção em ambientes *flow shop* híbridos com múltiplos estágios, denominada **CLSP−HFS**. O modelo considera máquinas paralelas com elegibilidade restrita, capacidades limitadas, tempos de preparação dependentes da sequência e fluxo fechado entre os estágios. Para resolver o problema, foram implementadas heurísticas MIP do tipo *relax-and-fix* (R&F) e *fix-and-optimize* (F&O), incluindo uma versão iterativa F&O^{RT} com reaplicação adaptativa. Os experimentos numéricos demonstraram que o **CLSP−HFS** é competitivo a modelos consolidados da literatura (**CLSD−PM** e **GLSP−PL**) mesmo no caso especial de um único estágio, com desempenho significativamente melhor em ambientes multiestágio. As heurísticas F&O e F&O^{RT} se destacaram por obterem soluções de alta qualidade com menor ou igual tempo computacional em comparação com o *branch-and-cut* padrão. Tais resultados evidenciam a utilidade da formulação proposta e a eficácia das heurísticas aplicadas, contribuindo com uma possível alternativa para resolver problemas de planejamento e programação da produção em contextos industriais complexos. Como trabalhos futuros propõe-se incluir restrições de preservação da preparação (*carryover*) na formulação para permitir tratar mais casos reais, assim como realizar a comparação com formulações alternativas que resolvem o dimensionamento de lotes em ambiente *flow shop*.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212397
https://proceedings.science/p/212397?lang=pt-br

A. Pseudocódigo R&F e F&O

Algoritmo 1 `RELAX-AND-FIX`(`Problema`, Ω, `TempoLimite`)

Gerar conjuntos de variáveis $Q^1, Q^2, \ldots, Q^\Omega$ a partir dos períodos T de **`Problema`**
`TempoDisponivel` $\leftarrow$ **`TempoLimite`**; **`TempoRF`** $\leftarrow$ **`TempoDisponivel`** / Ω; **`Incumbente`** $\leftarrow \varnothing$
Cria SUBMIP$^{(1)}_{RF}$ definindo $v \in Q^1$ como binárias, e $v \in \left(Q^2 \cup \cdots \cup Q^\Omega\right)$ como relaxadas (isto é, $0 \leq v \leq 1$)
Resolve SUBMIP$^{(1)}_{RF}$. Se viável, atribui sua solução como **`Incumbente`**; caso contrário, retorna $\varnothing$
for ($\omega \leftarrow 2$ **até** Ω) **do**
    Cria SUBMIP$^{(\omega)}_{RF}$ definindo v como: $\begin{cases} \text{fixada por } \hat{v} \text{ de } \texttt{Incumbente} & \text{se } v \in \left(Q^1 \cup \cdots \cup Q^{(\omega-1)}\right) \\ \text{binária livre} & \text{se } v \in Q^\omega \\ \text{relaxada } (0 \leq v \leq 1) & \text{se } v \in \left(Q^{(\omega+1)} \cup \cdots \cup Q^\Omega\right) \end{cases}$
    `Incumbente` $\leftarrow$ **`SOLVE(SUBMIP`**$^{(\omega)}_{RF}$**`, TempoRF)`**
    if **`Incumbente`** não é viável **then**
        return $\varnothing$
    end if
    Calcula o **`TempoDecorrido`** para resolver SUBMIP$^{(\omega)}_{RF}$
    Atualiza **`TempoDisponível`** $\leftarrow$ (**`TempoDisponível`** $-$ **`TempoDecorrido`**)
    Recalcula **`TempoRF`** $\leftarrow$ **`TempoDisponível`** / $(\Omega - \omega)$
end for
return **`Incumbente`**

Algoritmo 2 `FIX-AND-OPTIMIZE`(`Problema`, Ω, `TempoLimite`, `Inicial`)

Gerar conjuntos $Q^1, Q^2, \ldots, Q^\Omega$ a partir dos períodos T de **`Problema`**; **`Incumbente`** $\leftarrow$ **`Inicial`**
Define **`Rodadas`** $\leftarrow 1$ se F&O padrão, ou **`Rodadas`** $\leftarrow +\infty$ se F&O^{RT}; **`Aprimorou`** $\leftarrow$ Verdadeiro
`TempoDisponivel` $\leftarrow$ **`TempoLimite`**; **`TempoFO`** $\leftarrow$ **`TempoDisponivel`** / Ω;
while ((**`Rodadas`** $\neq 0$) **`AND`** (**`TempoDisponivel`** $\neq 0$) **`AND`** (**`Aprimorou`** = Verdadeiro)) **do**
    `Aprimorou` $\leftarrow$ Falso
    for ($\omega \leftarrow 1$ **até** Ω) **do**
        Cria SUBMIP$^{(\omega)}_{FO}$ definindo v como: $\begin{cases} \text{fixada por } \hat{v} \text{ de } \texttt{Incumbente} & \text{se } v \in \left(Q^1 \cup \cdots \cup Q^{(\omega-1)}\right) \\ \text{binária livre} & \text{se } v \in Q^\omega \\ \text{fixada por } \dot{v} \text{ de } \texttt{Inicial} & \text{se } v \in \left(Q^{(\omega+1)} \cup \cdots \cup Q^\Omega\right) \end{cases}$
        `NovaSolucao` $\leftarrow$ **`SOLVE(SUBMIP`**$^{(\omega)}_{FO}$**`, TempoFO)`**
        if f(**`NovaSolucao`**) $< f$(**`Incumbente`**) **then**
            `Incumbente` $\leftarrow$ **`NovaSolucao`**; **`Aprimorou`** $\leftarrow$ Verdadeiro
        end if
        Calcula o tempo gasto para resolver SUBMIP$^{(\omega)}_{FO}$ como **`TempoDecorrido`**
        Atualiza **`TempoDisponivel`** $\leftarrow$ (**`TempoDisponivel`** $-$ **`TempoDecorrido`**)
        Recalcula **`TempoFO`** $\leftarrow$ **`TempoDisponivel`** / $(\Omega - \omega)$; **`Rodadas`** $\leftarrow$ **`Rodadas`** -1
    end for
end while
return **`Incumbente`**

Referências

Almada-Lobo, B., Klabjan, D., Antónia Carravilla, M., e Oliveira, J. F. (2007). Single machine multi-product capacitated lot sizing with sequence-dependent setups. *International Journal of Production Research*, 45(20):4873–4894.

Araujo, K., Birgin, E., Kawamura, M., e Ronconi, D. (2023). Relax-and-fix heuristics applied to a real-world lot sizing and scheduling problem in the personal care consumer goods industry. In *Operations Research Forum*, volume 4, p. 47. Springer.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212397
https://proceedings.science/p/212397?lang=pt-br

Boas, B. E. V., Camargo, V. C., e Morabito, R. (2021). Modeling and MIP-heuristics for the general lotsizing and scheduling problem with process configuration selection. *Pesquisa Operacional*, 41.

Carvalho, D. M. e Nascimento, M. C. (2022). Hybrid matheuristics to solve the integrated lot sizing and scheduling problem on parallel machines with sequence-dependent and non-triangular setup. *European Journal of Operational Research*, 296(1):158–173.

Copil, K., Wörbelauer, M., Meyr, H., e Tempelmeier, H. (2017). Simultaneous lotsizing and scheduling problems: a classification and review of models. *OR spectrum*, 39(1):1–64.

Drexl, A. e Haase, K. (1995). Proportional lotsizing and scheduling. *International Journal of Production Economics*, 40(1):73–87.

Fadaki, M. S. e Bijari, M. (2016). Simultaneous lot-sizing and scheduling problem in flow shop environment with outsourcing. *International Journal of Planning and Scheduling*, 2(3):252–271.

Fleischmann, B. (1990). The discrete lot-sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 44(3):337–348.

Fleischmann, B. e Meyr, H. (1997). The general lotsizing and scheduling problem. *Operations-Research-Spektrum*, 19:11–21.

Goren, H. G., Tunali, S., e Jans, R. (2012). A hybrid approach for the capacitated lot sizing problem with setup carryover. *International Journal of Production Research*, 50(6):1582–1597.

Haase, K. (1996). Capacitated lot-sizing with sequence dependent setup costs. *OR Spektrum*, 18: 51–59.

Helber, S. e Sahling, F. (2010). A fix-and-optimize approach for the multi-level capacitated lot sizing problem. *International Journal of Production Economics*, 123(2):247–256.

James, R. J. e Almada-Lobo, B. (2011). Single and parallel machine capacitated lotsizing and scheduling: New iterative mip-based neighborhood search heuristics. *Computers & Operations Research*, 38(12):1816–1825.

Jans, R. e Degraeve, Z. (2008). Modeling industrial lot sizing problems: a review. *International Journal of Production Research*, 46(6):1619–1643.

Karimi, B., Ghomi, S. F., e Wilson, J. (2003). The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. *Omega*, 31(5):365–378.

Lang, J. C. e Shen, Z.-J. M. (2011). Fix-and-optimize heuristics for capacitated lot-sizing with sequence-dependent setups and substitutions. *European Journal of Operational Research*, 214 (3):595–605.

Mahdieh, M., Bijari, M., e Clark, A. (2011). Simultaneous lot sizing and scheduling in a flexible flow line. *Journal of Industrial and Systems Engineering*, 5(2):107–119.

Manne, A. S. (1958). Programming of economic lot sizes. *Management science*, 4(2):115–135.

Mohammadi, M. e Fatemi, G. S. (2010). Relax and fix heuristics for simultaneous lot sizing and sequencing the permutation flow shops with sequence-dependent setups. 21(03):147–153.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212397
https://proceedings.science/p/212397?lang=pt-br

Mohammadi, M. (2010). Integrating lotsizing, loading, and scheduling decisions in flexible flow shops. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 50:1165–1174.

Mohammadi, M. e Jafari, N. (2011). A new mathematical model for integrating lot sizing, loading, and scheduling decisions in flexible flow shops. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 55:709–721.

Pochet, Y. e Wolsey, L. A. (2006). *Production planning by mixed integer programming*. Springer Science & Business Media.

Quadt, D. e Kuhn, H. (2005). Conceptual framework for lot-sizing and scheduling of flexible flow lines. *International Journal of Production Research*, 43(11):2291–2308.

Ramezanian, R., Fallah Sanami, S., e Shafiei Nikabadi, M. (2017). A simultaneous planning of production and scheduling operations in flexible flow shops: case study of tile industry. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 88:2389–2403.

Ramezanian, R., Saidi-Mehrabad, M., e Teimoury, E. (2013). A mathematical model for integrating lot-sizing and scheduling problem in capacitated flow shop environments. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 66:347–361.

Rehman, H.-U., Wan, G., e Zhan, Y. (2021). Multi-level, multi-stage lot-sizing and scheduling in the flexible flow shop with demand information updating. *International Transactions in Operational Research*, 28(4):2191–2217.

Ruiz, R. e Vázquez-Rodríguez, J. A. (2010). The hybrid flow shop scheduling problem. *European journal of operational research*, 205(1):1–18.

Sahling, F., Buschkühl, L., Tempelmeier, H., e Helber, S. (2009). Solving a multi-level capacitated lot sizing problem with multi-period setup carry-over via a fix-and-optimize heuristic. *Computers & Operations Research*, 36(9):2546–2553.

Saravia, K. L. L. (2016). *Modelos e algoritmos para o flowshop híbrido com tempos de preparaçãodependentes da sequência e da máquina*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais.

Seeanner, F. (2013). *Multi-stage simultaneous lot-sizing and scheduling: Planning of flow lines with shifting bottlenecks*. Springer Science & Business Media.

Toledo, C. F. M., da Silva Arantes, M., Hossomi, M. Y. B., França, P. M., e Akartunalı, K. (2015). A relax-and-fix with fix-and-optimize heuristic applied to multi-level lot-sizing problems. *Journal of heuristics*, 21(5):687–717.

Trigeiro, W. W., Thomas, L. J., e McClain, J. O. (1989). Capacitated lot sizing with setup times. *Management science*, 35(3):353–366.

Wörbelauer, M., Meyr, H., e Almada-Lobo, B. (2019). Simultaneous lotsizing and scheduling considering secondary resources: a general model, literature review and classification. *Or Spectrum*, 41:1–43.

Zhu, X. e Wilhelm, W. E. (2006). Scheduling and lot sizing with sequence-dependent setup: A literature review. *IIE transactions*, 38(11):987–1007.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212397
https://proceedings.science/p/212397?lang=pt-br