

ANÁLISE FATORIAL POR COMPONENTES PRINCIPAIS APLICADA À OTIMIZAÇÃO MULTI OBJETIVO NO TORNEAMENTO DO AÇO ENDURECIDO AISI 52100

Mirelli de Castro Cesário^{1,2}

mirellicastro@yahoo.com.br

Leonardo Lourenço de Souza^{1,2}

leo.lourenco93@gmail.com

Matheus Costa Pereira^{1,2}

matheusc_pereira@hotmail.com

Juliana Helena Daroz Gaudêncio^{1,2}

juliana.gaudencio@unifei.edu.br

Anderson Paulo de Paiva^{1,2}

andersonppaiva@unifei.edu.br

¹ Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI)

² Av. BPS, 1303, Pinheirinho, Itajubá/MG

RESUMO

A indústria de manufatura desempenha papel fundamental no desenvolvimento social e econômico, mas enfrenta o desafio de tornar seus processos mais sustentáveis. No setor de usinagem, destacam-se preocupações relacionadas ao consumo de energia, emissão de poluentes e geração de resíduos. Nesse contexto, este trabalho analisa o processo de torneamento considerando três variáveis de resposta: taxa de remoção de material, rugosidade superficial e custo. Para reduzir a dimensionalidade do problema, aplica-se a Análise Fatorial por Componentes Principais com rotação Varimax, que transforma as respostas originais em funções ortogonais. Essas funções são, então, otimizadas por meio do método de Interseção Normal à Fronteira, resultando em 21 soluções Pareto-ótimas. A seleção da melhor combinação de parâmetros dependerá do tomador de decisão, que poderá considerar critérios como qualidade, produtividade, desempenho técnico e impactos ambientais, promovendo escolhas alinhadas aos princípios da sustentabilidade.

PALAVRAS CHAVE. Otimização multiobjetivo. Análise fatorial. Fronteira de Pareto.

Tópicos. Otimização Multiobjetivo. Outras Aplicações em PO.

ABSTRACT

The manufacturing industry plays a fundamental role in social and economic development but faces the challenge of making its processes more sustainable. In the machining sector, concerns are mainly related to energy consumption, pollutant emissions, and waste generation. In this context, this study analyzes the turning process considering three response variables: material removal rate, surface roughness, and cost. To reduce the dimensionality of the problem, Factor Analysis by Principal Components with Varimax rotation is applied, transforming the original responses into orthogonal functions. These functions are then optimized using the Normal Boundary Intersection method, resulting in 21 Pareto-optimal solutions. The selection of the best combination of parameters depends on the decision-maker, who may take into account criteria such as quality, productivity, technical performance, and environmental impacts, thus fostering choices aligned with sustainability principles.

KEYWORDS. Multi-objective optimization. Factor analysis. Pareto Frontier.

Paper topics. Multi-objective Optimization. Other Applications in OR.

1. Introdução

A indústria de manufatura é um setor essencial para a sociedade contemporânea, sendo responsável por gerar riqueza e impulsionar o desenvolvimento social e econômico [Wang *et al.* 2023; Sihag e Sangwan 2020]. Nesse cenário, destaca-se o setor de usinagem [Yıldırım *et al.* 2023]. No entanto, há uma crescente preocupação com os impactos negativos da atividade industrial, como a emissão de poluentes, o consumo excessivo de recursos naturais e a geração de resíduos, o qual tem motivado a adoção de práticas mais sustentáveis [Yan *et al.* 2024]. A energia demandada pelos processos de usinagem, por exemplo, contribui para a emissão de dióxido de carbono, intensificando os efeitos das mudanças climáticas [Yıldırım *et al.* 2023]. Para garantir a continuidade das operações industriais, é fundamental que as organizações atendam às necessidades atuais sem comprometer os direitos e os recursos das gerações futuras [Yip e To 2021]. Nesse sentido, a sustentabilidade torna-se um fator importante, pois contribui para reduzir a poluição e os impactos ambientais [Ibrahim *et al.*, 2023]. Diversos esforços têm sido realizados com o objetivo de tornar os processos de usinagem mais sustentáveis, tais como melhorias nos métodos de corte, uso de técnicas de lubrificação e otimizações voltadas à economia de energia [Wang *et al.* 2023; Pawanr e Gupta 2024].

No setor de usinagem, a utilização de refrigeração por inundação, baseada em fluidos de corte convencionais, pode resultar em desafios econômicos e ambientais [Mane *et al.* 2025]. Esses fluidos são utilizados para reduzir o atrito e dissipar o calor gerado durante o corte [Yıldırım *et al.* 2023], além de auxiliar na remoção de cavacos e detritos das superfícies das peças usinadas, melhorando sua qualidade superficial e aumentando as taxas de produção [Kim *et al.* 2021]. No entanto, esses fluidos são compostos por substâncias tóxicas e não biodegradáveis que oferecem riscos à saúde dos trabalhadores e ao meio ambiente, devido ao seu descarte inadequado e à potencial contaminação da água e do solo [Abellán-Nebot *et al.* 2024; Rajarajan *et al.* 2020; Kim *et al.* 2021; Pervaiz *et al.* 2018; Goindi e Sarkar 2017]. Além disso, os custos relacionados ao manuseio e descarte seguro desses fluidos são altos [Pervaiz *et al.* 2018; Duman *et al.* 2024]. Embora a literatura apresente diversas soluções, como a lubrificação por quantidade mínima (*Minimum Quantity Lubrication* – MQL), resfriamento criogênico, refrigeração por ar/gás comprimido e outras técnicas, a usinagem a seco também surge como uma alternativa sustentável, eliminando a necessidade de fluido de corte e, com isso, minimizando os impactos ambientais e os custos associados em relação seu manuseio e descarte [Pawanr e Gupta 2024; Wang *et al.* 2023; Demirpolat *et al.* 2023]. A usinagem a seco pode melhorar a eficiência e a produtividade, reduzindo o tempo de inatividade da máquina associado a trocas de fluidos e limpeza [Demirpolat *et al.* 2023]. Contudo, a substituição do fluido de corte por um ambiente seco impõe diversos desafios, como o aumento da geração de calor na zona de corte, a degradação da qualidade superficial da peça de trabalho e o desgaste acelerado da ferramenta [Pawanr e Gupta 2024].

Para alcançar uma produção sustentável e garantir o equilíbrio entre produtividade, qualidade do produto e vida útil da ferramenta, torna-se essencial a utilização de métodos de otimização multiobjetivo. Uma das estratégias é fornecer uma configuração ideal dos parâmetros do processo [Costa *et al.* 2016; Paiva *et al.* 2012]. Nesse sentido, os métodos de otimização permitem considerar simultaneamente múltiplas respostas, geralmente conflitantes entre si, tais como custos de usinagem (K_p), taxa de remoção de material (MRR), rugosidade superficial (R_a), desgaste da ferramenta, entre outros. Dessa forma, é possível otimizar e identificar um conjunto de soluções que permite ao tomador de decisão selecionar a alternativa que melhor atenda às necessidades da organização [Costa *et al.* 2016]. Dentre os métodos encontrados na literatura para esse tipo de aplicação, destacam-se o *Normal Boundary Intersection* (NBI) [Das e Dennis 1998]. Esse método é utilizado devido à sua capacidade de gerar soluções bem distribuídas ao longo da fronteira de Pareto.

O objetivo deste estudo é apresentar um estudo de caso utilizando dados de torneamento do aço endurecido AISI 52100 aplicando a análise fatorial por componentes principais e o método de otimização NBI. Após essa etapa, a fronteira de soluções ótimas é obtida, proporcionando ao tomador de decisão a flexibilidade de selecionar a solução mais adequada de acordo com suas

prioridades e necessidades do processo. Tal aplicação representa um avanço importante, ao permitir a identificação de condições operacionais que influenciem na eficiência e na sustentabilidade do processo, promovendo uma produção mais limpa.

2. Materiais e métodos

A análise fatorial (*Factor Analysis* – FA) é uma técnica que identifica grupos de variáveis altamente correlacionadas, caracterizados por fortes correlações dentro de cada grupo e correlações fracas entre os diferentes grupos. O principal objetivo é representar as relações de covariância entre variáveis observáveis por meio de variáveis latentes não observáveis, denominadas fatores. No modelo de FA, um problema com m variáveis observadas pode ser reduzido a p fatores não observáveis, onde $m > p$ [Hair *et al.* 2010]. Assim, simplifica-se a complexidade dos dados, reduzindo um grande número de variáveis observadas a um conjunto menor de fatores latentes, cada um representando uma combinação linear das variáveis originais [Luz *et al.*, 2021].

Considere um vetor aleatório observável X com componentes p , média μ e matriz de covariância Σ . O modelo fatorial assume que X é linearmente dependente de algumas variáveis aleatórias não observáveis $F_1, F_2, \dots, F_m$ (fatores comuns), e p fontes adicionais de variação $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p$ (erros ou fatores específicos) [Johnson e Wichern 2014]. O modelo matemático da análise fatorial é representado por:

$$\begin{aligned} X_1 - \mu_1 &= l_{11}F_1 + l_{12}F_2 + \dots + l_{1m}F_m + \varepsilon_1 \\ X_2 - \mu_2 &= l_{21}F_1 + l_{22}F_2 + \dots + l_{2m}F_m + \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ X_p - \mu_p &= l_{p1}F_1 + l_{p2}F_2 + \dots + l_{pm}F_m + \varepsilon_p \end{aligned} \quad (1)$$

Essa relação pode ser representada em notação matricial como:

$$\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu} = \mathbf{L} \mathbf{F} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

Onde o coeficiente l_{ij} é chamado de *loading* da i -ésima variável do j -ésimo fator, então a matriz L representa a matriz de carregamentos fatoriais.

Para realizar a análise fatorial, algumas suposições devem ser consideradas, conforme mostrado na Eq. (3).

$$\begin{aligned} E(\mathbf{F}) &= 0, \text{Cov}(\mathbf{F}) = E[\mathbf{F}\mathbf{F}^T] = \mathbf{I} \\ E(\boldsymbol{\varepsilon}) &= 0, \text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}) = E[\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^T] = \boldsymbol{\Psi} \end{aligned} \quad (3)$$

Desse modo, é possível demonstrar que a matriz de covariância pode ser expressa como:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma} &= \text{Cov}(\mathbf{X}) = E(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu})^T \\ &= \mathbf{L}E(\mathbf{F}\mathbf{F}^T)\mathbf{L}^T + E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^T)\mathbf{L}^T + \mathbf{L}E(\mathbf{F}\boldsymbol{\varepsilon}^T) + E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^T) \\ &= \mathbf{L}\mathbf{L}^T + \boldsymbol{\Psi}. \end{aligned} \quad (4)$$

Geralmente, o método de estimação por Componentes Principais (PC) é utilizado em FA. Essa abordagem resulta na seguinte aproximação da matriz de covariância:

$$\boldsymbol{\Sigma} = [\sqrt{\lambda_1}e_1 \quad \sqrt{\lambda_2}e_2 \quad \dots \quad \sqrt{\lambda_m}e_m] \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1}e_1^T \\ \sqrt{\lambda_2}e_2^T \\ \vdots \\ \sqrt{\lambda_m}e_m^T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \psi_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \psi_p \end{bmatrix} \quad (5)$$

Onde: e_m e λ_m representa os autovetores e autovalores $\boldsymbol{\Sigma}$ e $\psi_i = \sigma_{ii} - \sum_{j=1}^m l_{ij}^2, i = 1, 2, \dots, p$.

Essa formulação é conhecida como a Solução por Componentes Principais, especialmente quando aplicada à matriz de variância-covariância amostral S ou à matriz de correlação R [Johnson e Wichern 2014].

Para facilitar a interpretação dos fatores, é possível aplicar uma rotação ortogonal por *Varimax*. Esse método maximiza a variância dos quadrados dos *loadings*, promovendo uma estrutura simples, onde cada variável apresenta altos *loadings* em poucos fatores e baixos *loadings*

nos demais [Johnson e Wichern 2014]. A rotação mantém a estrutura de independência entre os fatores e garante que as variáveis não serão correlacionadas.

Em muitas aplicações da vida real, problemas de otimização multiobjetivo envolvem objetivos conflitantes. Normalmente, não existe uma solução que satisfaça todos os objetivos simultaneamente, sendo necessário identificar um conjunto de soluções ótimas de Pareto que equilibrem os compromissos entre os objetivos [Qing *et al.* 2023]. A fronteira de Pareto é um conjunto de soluções viáveis, ótimas e não-dominadas que permite aos tomadores de decisão selecionar o melhor vetor de parâmetros para alcançar resultados de alta qualidade em um determinado processo de interesse [Pereira *et al.*, 2017].

Um método adequado para a geração dessa fronteira é o método de Interseção Normal à Fronteira (*Normal Boundary Intersection* – NBI), sendo aplicado em diversas áreas [Ahmadi *et al.* 2015; Alcaraz *et al.* 2020; Bacci *et al.* 2019; Luz *et al.* 2021; Streitenberger *et al.* 2022]. Desenvolvido por Das e Dennis [1998], essa técnica surgiu para compensar as limitações do método de somas ponderadas e é capaz de gerar fronteiras equiespaçadas. Sua formulação original é dada por:

$$\begin{cases} \text{Max}_{(x,t)} & t \\ \text{S. t.:} & \bar{\Phi}\beta + t\hat{n} = \bar{F}(x) \\ & x \in \Omega \\ & g_j(x) \leq 0 \\ & h_j(x) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Nessa formulação, t é um escalar perpendicular à linha de utopia formada pela conexão entre os pontos de otimização individual (pontos de ancoragem); $\bar{\Phi}$ designa a matriz escalonada de ótimos e não-ótimos individuais (*Payoff*); β é o vetor de pesos que representam diferentes soluções viáveis ao longo da linha de utopia; $\bar{F}(x)$ é o vetor de funções objetivos escalonadas e $\hat{n}$ é um vetor de pesos.

$$\bar{\Phi} = \begin{bmatrix} \bar{f}_1^*(x_1^*) & \dots & \bar{f}_1(x_i^*) & \dots & \bar{f}_1(x_m^*) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{f}_i(x_1^*) & \dots & \bar{f}_i^*(x_i^*) & \dots & \bar{f}_i(x_m^*) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{f}_m(x_1^*) & \dots & \bar{f}_m(x_i^*) & \dots & \bar{f}_m^*(x_m^*) \end{bmatrix} \therefore \bar{f}_i(x) = \left[\frac{f_i(x) - f_i^U}{f_i^N - f_i^U} \right] \quad (7)$$

O vetor $f^U = [f_1^*(x_1^*), \dots, f_i^*(x_i^*), \dots, f_m^*(x_m^*)]^T$ contém todas as soluções ótimas individuais (ponto de Utopia) e geralmente está fora da região de soluções viáveis. O vetor f^N , (ponto de Nadir) é o conjunto dos valores não-ótimos, de modo que $f^N = [f_1^N, \dots, f_i^N, \dots, f_m^N]^T$. Cada função objetivo é escalonada e varia entre $[0,1]$, assim como o somatório dos pesos também equivale à 1. Após a gerar a fronteira de Pareto, obtém-se um conjunto de soluções ótima e não-dominadas que permitem ao tomador de decisão escolher a combinação das variáveis de entrada que julgar mais necessária conforme a prioridade do processo [Vallerio *et al.* 2015].

De forma resumida, a metodologia adotada nesta pesquisa está representada na Figura 1, a qual ilustra os principais passos e abordagens utilizadas. O detalhamento completo dessa metodologia, bem como a descrição da aplicação do estudo de caso escolhido, será apresentado na próxima seção, onde serão discutidos o processo e as análises envolvidas de forma mais profunda.

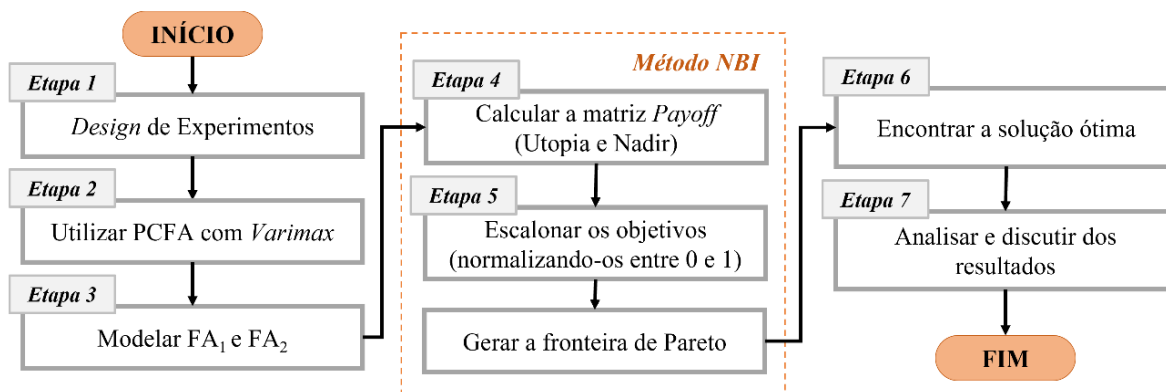


Figura 1: Etapas da otimização multiobjetivo
Fonte: Elaborado pelos autores (2025)

3. Resultados e discussões

O estudo de caso abordado nesta pesquisa refere-se ao processo de torneamento do aço endurecido AISI 52100 [Paiva *et al.* 2007], ilustrado na Figura 2.

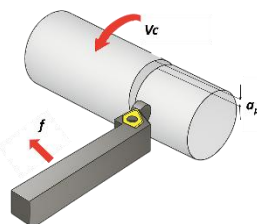


Figura 2: Representação do processo de torneamento
Fonte: Elaborado pelos autores (2025)

Esse processo de usinagem é utilizado para dar forma a peças cilíndricas ou com geometrias rotacionais. Durante esse processo, a peça é fixada em um torno e girada, enquanto uma ferramenta de corte é aplicada para remover material de sua superfície. Para este estudo, serão analisadas três variáveis principais: velocidade de corte (V_c), avanço (f) e profundidade de corte (a_p). Os níveis utilizados para codificação do experimento do tipo *central composite design* estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Fatores e níveis do experimento do tipo *Central Composite Design*

Parâmetro	Unidade	Níveis				
		-1,633	-1	0	+1	+1,633
Velocidade de corte (V_c)	m.min ⁻¹	187,340	200	220	240	252,660
Avanço (f)	mm.rev ⁻¹	0,034	0,050	0,075	0,100	0,116
Profundidade de corte (a_p)	mm	0,103	0,150	0,225	0,300	0,348

Fonte: [Paiva *et al.* 2007]

As variáveis de saída consideradas são: taxa de remoção de material (MRR), custo (K_p) e Rugosidade média da superfície (R_a). Os valores obtidos para cada uma das combinações dos níveis experimentais encontram-se na Tabela 2.

Tabela 2: Dados experimentais

Ordem padrão	Blocos	V_c	f	Ap	K_p	MRR	Ra
1	1	200,00	0,050	0,150	17,590	1,500	0,330
2	1	240,00	0,050	0,150	17,260	1,800	0,280
3	1	200,00	0,100	0,150	11,490	3,000	0,695
4	1	240,00	0,100	0,150	10,450	3,600	0,565
5	1	200,00	0,050	0,300	10,710	3,000	0,245
6	1	240,00	0,050	0,300	11,200	3,600	0,420
7	1	200,00	0,100	0,300	6,740	6,000	0,565
8	1	240,00	0,100	0,300	6,620	7,200	0,610
9	1	220,00	0,075	0,225	10,100	3,710	0,360
10	1	220,00	0,075	0,225	11,440	3,710	0,420
11	2	187,34	0,075	0,225	10,820	3,160	0,340
12	2	252,66	0,075	0,225	9,490	4,260	0,450
13	2	220,00	0,034	0,225	15,450	1,690	0,320
14	2	220,00	0,116	0,225	7,490	5,730	0,720
15	2	220,00	0,075	0,103	17,960	1,690	0,360
16	2	220,00	0,075	0,348	7,780	5,730	0,310
17	2	220,00	0,075	0,225	11,090	3,710	0,370
18	2	220,00	0,075	0,225	9,820	3,710	0,290

Fonte: [Paiva et al. 2007]

Considerando que se trata de um problema de natureza multiobjetivo, inicialmente foi realizada uma análise de correlação entre as variáveis de resposta, com o objetivo de identificar possíveis relações lineares que pudessem interferir na interpretação conjunta dos resultados. Observou-se uma correlação negativa elevada entre MRR e K_p ($r = -0,917$), bem como correlações moderadas entre Ra e K_p ($r = -0,483$) e entre MRR e Ra ($r = 0,540$). Diante disso, optou-se pela aplicação da Análise Fatorial por Componentes Principais (PCFA), com o intuito de reduzir a dimensionalidade do problema e eliminar redundâncias decorrentes das correlações entre as variáveis. Como resultado, o problema passou a ser tratado como biobjetivo, com funções ortogonais, o que evita sobreposição de informação e favorece uma interpretação mais clara e robusta do comportamento do processo.

A matriz de cargas fatoriais apresenta os coeficientes que indicam o grau de associação entre cada variável e os fatores extraídos. Observa-se na Tabela 3 que a variável K_p possui uma carga elevada no Fator 1 (-0,953), o que indica que esse fator representa fortemente essa variável. De forma semelhante, MRR também se associa principalmente ao Fator 1 (0,930), enquanto Ra apresenta uma carga elevada no Fator 2 (0,963), com baixa carga no Fator 1 (0,270). Isso demonstra que a rotação *Varimax* foi eficaz em separar as variáveis entre os fatores, atribuindo cargas mais altas a apenas um fator por variável, o que facilita a interpretação.

As communalidades indicam a proporção da variância de cada variável que foi explicada pelos fatores (Tabela 3). Os valores das communalidades foram: K_p (0,962), MRR (0,958) e Ra (1,000), o que significa que os dois fatores explicam entre 95,8% e 100% da variância dessas variáveis. Isso evidencia uma boa adequação do modelo fatorial, já que todas as variáveis estão bem representadas pelos fatores extraídos. Quanto à variância explicada, o Fator 1 responde por 1,847 (ou 61,6%) da variância total, enquanto o Fator 2 explica 1,073 (ou 35,8%). Juntos, os dois fatores explicam 97,3% da variância total dos dados, o que reforça a robustez da solução fatorial encontrada.

Tabela 3: Análise fatorial

Variável	Fator 1	Fator 2	Comunalidade
Kp	-0,953	-0,231	0,962
MRR	0,930	0,305	0,958
Ra	0,270	0,963	1,000
Variância	1,847	1,073	2,920
% Var	0,616	0,358	0,973

Com base na modelagem estatística realizada, foi ajustado um modelo de regressão para dois fatores principais obtidos por análise fatorial (FA₁ e FA₂), bem como para as variáveis de resposta individuais (Kp, MRR e Ra). A Tabela 4 apresenta os coeficientes estimados para cada termo do modelo, bem como os valores de R², R² ajustado e R² preditivo, que permitem avaliar a qualidade e a capacidade preditiva dos modelos.

Tabela 4: Modelo de regressão das variáveis

Variável	FA ₁	FA ₂	Kp	MRR	Ra
Constante	0,267	-0,573	10,622	3,710	0,356
Vc	0,119	0,091	-0,238	0,337	0,016
f	0,563	0,816	-2,584	1,237	0,136
ap	0,927	-0,319	-2,861	1,237	-0,008
Vc*Vc	-0,016	0,165	-0,196	0,001	0,023
f*f	-0,203	0,558	0,297	0,001	0,070
ap*ap	-0,140	0,052	0,822	0,001	0,000
Vc*f	0,124	-0,221	-0,165	0,113	-0,026
Vc*ap	-0,108	0,393	0,218	0,113	0,050
f*ap	0,086	-0,130	0,545	0,413	-0,018
R ²	98,67%	93,08%	98,66%	99,97%	94,88%
R ² -ajustado	97,17%	85,30%	97,16%	99,95%	89,12%
R ² -prev	95,88%	69,03%	94,77%	99,75%	75,25%

Os coeficientes de determinação indicam que todos os modelos apresentaram bom ajuste, especialmente para Kp (R² = 98,66%; R²-aj = 97,16%) e MRR (R² = 99,97%; R²-aj = 99,95%), sugerindo que os modelos explicam quase toda a variância observada nessas variáveis. O modelo para Ra também mostrou desempenho razoável (R² = 94,88%; R²-aj = 89,12%; R²-prev = 75,25%), embora com menor capacidade preditiva comparado a Kp e MRR. O fator FA₁ também apresentou ajuste robusto (R² = 98,67%; R²-aj = 97,17%), o que reforça a confiabilidade da modelagem fatorial. O fator FA₂ apresentou bons resultados para R² e R² ajustado, embora o R² preditivo seja relativamente mais baixo (69,03%), indicando que esse modelo pode ser mais sensível a variações externas ou à inclusão de novos dados. Enquanto FA₁ concentra os efeitos relacionados ao desempenho mecânico do processo (esforço e remoção de material), FA₂ está relacionado a aspectos de acabamento superficial. Isso é confirmado ao analisar os coeficientes obtidos, pois o FA₁ é fortemente influenciado por *ap* (coef. = 0,927) e *f* (coef. = 0,563), com contribuição adicional de termos de interação como *Vc*f* e *f*ap*. Já o FA₂ é majoritariamente afetado por *f* (coef. = 0,816) e *f*f* (coef. = 0,558), indicando uma forte dependência da taxa de avanço.

Para a otimização do problema multiobjetivo, o método de NBI foi escolhido. Portanto, o primeiro passo consiste no cálculo da matriz *Payoff* que contém os valores de Utopia (melhor valor) e Nadir (pior valor) para cada variável analisada. Dessa forma, para FA₁, a melhor solução é 1,759 e a pior 0,822. Em relação à FA₂, o ponto de Utopia é -1,615 e o ponto de Nadir 0,125.

Após o cálculo da matriz *Payoff* e o escalonamento das funções, respeitando tanto suas restrições quanto as limitações amostrais do estudo, é gerada a fronteira de Pareto. Considerando os pesos que foram utilizados no problema biobjetivo, foram identificadas 21 soluções ótimas que compõem a fronteira de Pareto. Essas soluções representam diferentes cenários de compromisso entre os objetivos em conflito, permitindo ao tomador de decisão selecionar aquela que melhor atende às suas preferências pessoais ou às necessidades do processo. Dado o caráter conflituoso do problema, cada escolha envolve um *trade-off*, ou seja, a priorização de uma função objetivo em detrimento de outra. Os resultados correspondentes, tanto para as variáveis originais quanto para os escores fatoriais, estão resumidos na Tabela 5, enquanto a Figura 3 ilustra a fronteira de Pareto com as respectivas soluções encontradas. No entanto, é importante ressaltar que, caso o tomador de decisão deseje priorizar uma função objetivo específica, é necessário aplicar técnicas de decisão multicritério ponderadas, de forma a refletir suas preferências individuais no processo de escolha final.

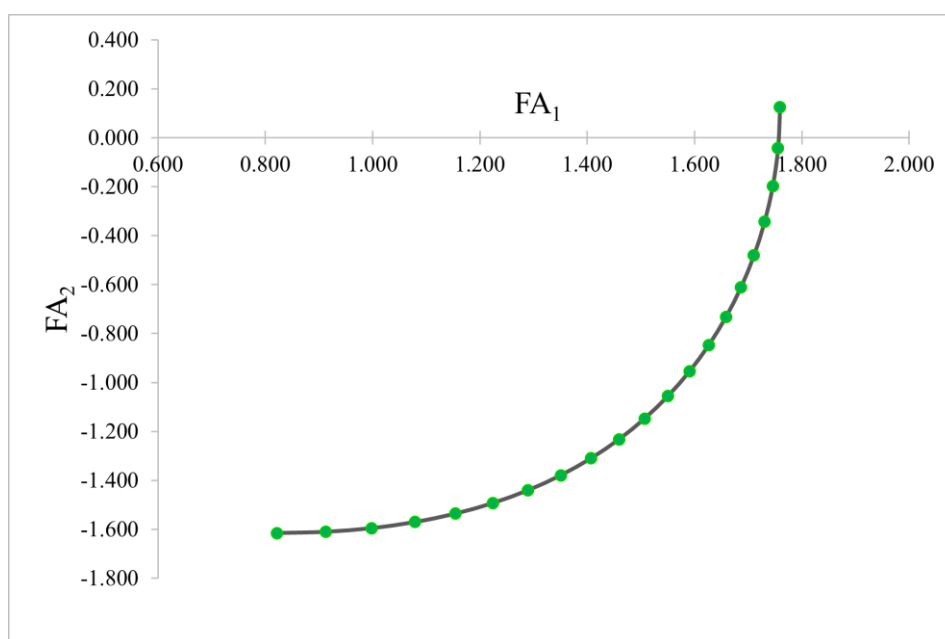


Figura 3. Fronteira de Pareto para FA₁ e FA₂
Fonte: Elaborado pelos autores (2025)

Ao considerar essas métricas em conjunto, é possível perceber que não existe uma solução única que seja a mais sustentável em todos os aspectos, pois cada critério apresenta uma relação de *trade-off* entre si. A taxa de remoção de material pode ser maximizada, o que reduz o tempo de operação da máquina e, conseqüentemente, o consumo de energia por peça produzida. No entanto, é importante ter cuidado ao otimizar essa resposta, pois uma MRR alta pode levar a maior geração de calor, e com isso, resultar em maior consumo de energia e uma superfície com maior rugosidade, comprometendo a qualidade da peça. Por outro lado, minimizar a qualidade superficial (*Ra*) contribui para a redução da necessidade de retrabalho, o que economiza tempo, energia e material. Ao definir a configuração ideal dos parâmetros de corte, é possível evitar o desgaste excessivo da ferramenta, prologando a sua vida útil e reduzindo os custos relacionados com trocas frequentes. Por fim, a usinagem a seco apresenta um apelo sustentável, pois elimina a necessidade de fluidos de corte, reduzindo a poluição e os impactos ambientais associados ao seu uso e descarte.

Tabela 5: Soluções ótimas da fronteira de Pareto

w_1	w_2	V_c	f	ap	K_p	MRR	Ra	FA ₁	FA ₂
0,000	1,000	-0,972	-0,574	1,247	9,214	3,848	0,234	0,822	-1,615
0,050	0,950	-0,944	-0,497	1,300	9,003	4,035	0,238	0,913	-1,610
0,100	0,900	-0,912	-0,421	1,349	8,812	4,223	0,243	0,998	-1,595
0,150	0,850	-0,878	-0,344	1,393	8,637	4,412	0,249	1,079	-1,570
0,200	0,800	-0,840	-0,268	1,432	8,478	4,600	0,256	1,154	-1,536
0,250	0,750	-0,799	-0,193	1,467	8,333	4,788	0,265	1,224	-1,493
0,300	0,700	-0,756	-0,118	1,498	8,200	4,974	0,274	1,290	-1,440
0,350	0,650	-0,709	-0,044	1,524	8,078	5,159	0,284	1,351	-1,379
0,400	0,600	-0,660	0,029	1,547	7,965	5,341	0,296	1,407	-1,310
0,450	0,550	-0,607	0,102	1,565	7,860	5,521	0,308	1,459	-1,232
0,500	0,500	-0,552	0,173	1,579	7,762	5,698	0,321	1,507	-1,147
0,550	0,450	-0,494	0,244	1,589	7,669	5,871	0,336	1,551	-1,054
0,600	0,400	-0,432	0,314	1,595	7,580	6,041	0,351	1,591	-0,954
0,650	0,350	-0,368	0,383	1,596	7,494	6,206	0,367	1,627	-0,847
0,700	0,300	-0,300	0,451	1,592	7,409	6,366	0,383	1,659	-0,732
0,750	0,250	-0,230	0,519	1,583	7,324	6,520	0,401	1,687	-0,610
0,800	0,200	-0,156	0,587	1,569	7,238	6,667	0,420	1,711	-0,481
0,850	0,150	-0,080	0,655	1,547	7,150	6,807	0,439	1,731	-0,344
0,900	0,100	-0,001	0,724	1,518	7,057	6,939	0,460	1,746	-0,198
0,950	0,050	0,080	0,795	1,480	6,958	7,059	0,482	1,756	-0,043
1,000	0,000	0,163	0,869	1,431	6,851	7,167	0,505	1,759	0,125

4. Conclusões

Este estudo abordou o processo de torneamento sob uma perspectiva multiobjetivo, considerando como variáveis de resposta a taxa de remoção de material, o custo de usinagem e a rugosidade superficial. Ao analisar os resultados, observa-se que:

- A utilização de técnicas de redução de dimensionalidade e de geração de soluções eficientes reforça o potencial da modelagem multiobjetivo como uma ferramenta estratégica na indústria, contribuindo para processos mais otimizados, sustentáveis e competitivos;
- A utilização do método de interseção normal à fronteira proporcionou 21 soluções ótimas e viáveis para que o tomador de decisão escolha conforme a prioridade do processo;
- Soluções que maximizam a taxa de remoção tendem a reduzir o tempo de operação e o custo por peça, mas podem acarretar aumento na rugosidade superficial e maior desgaste térmico, comprometendo a qualidade;
- A obtenção de baixos valores de Ra contribui para peças com melhor acabamento e menor necessidade de retrabalho, o que representa economia de energia e recursos;
- A configuração ideal de parâmetros do processo pode minimizar o desgaste da ferramenta e os custos com substituições frequentes, minimizando impactos ambientais.

Desse modo, diferentes configurações podem ser vantajosas dependendo do objetivo do tomador de decisão, seja priorizando produtividade, qualidade ou sustentabilidade. Trabalhos futuros poderão explorar técnicas como distância de *Mahalanobis*, Método do Critério Global, entre outras, para selecionar um ponto ótimo na fronteira de Pareto, e assim, orientar melhor o tomador de decisão.

5. Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES), da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e da Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI).

Referências

- Abellán-Nebot, J. V., Vila Pastor, C. e Siller, H. R. (2024). A Review of the Factors Influencing Surface Roughness in Machining and Their Impact on Sustainability. *Sustainability (Switzerland)*, 16(5). <https://doi.org/10.3390/su16051917>
- Ahmadi, A., Moghimi, H., Nezhad, A. E., Agelidis, V. G. e Sharaf, A. M. (2015). Multi-objective economic emission dispatch considering combined heat and power by normal boundary intersection method. *Electric Power Systems Research*, 129, 32–43. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2015.07.011>
- Alcaraz, J., Landete, M., Monge, J. F. e Sainz-Pardo, J. L. (2020). Multi-objective evolutionary algorithms for a reliability location problem. *European Journal of Operational Research*, 283(1), 83–93. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.10.043>
- Bacci, L. A., Mello, L. G., Incerti, T., Paiva, A. P. e Balestrassi, P. P. (2019). Optimization of combined time series methods to forecast the demand for coffee in Brazil: A new approach using normal boundary intersection coupled with mixture designs of experiments and rotated factor scores. *International Journal of Production Economics*, 212, 186–211. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2019.03.001>
- Costa, D. M. D., Brito, T. G., Paiva, A. P., Leme, R. C. e Balestrassi, P. P. (2016). A normal boundary intersection with multivariate mean square error approach for dry end milling process optimization of the AISI 1045 steel. *Journal of Cleaner Production*, 135, 1658–1672. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2016.01.062>
- Das, I. e Dennis, J. E. (1998). Normal-boundary intersection: A new method for generating the Pareto surface in nonlinear multicriteria optimization problems. *SIAM Journal on Optimization*, 8(3), 631–657. <https://doi.org/10.1137/S1052623496307510>
- Demirpolat, H., Binali, R., Patange, A. D. e Pardeshi, S. S. (2023). Tool Tip Temperature, and Chip Shape during Sustainable Turning of Bearing Steel. *Materials*, 16, 4408.
- Duman, E., Yapan, Y. F., Salvi, H., Sofuoğlu, M. A., Khanna, N. e Uysal, A. (2024). Investigation of ultrasonic vibration assisted orthogonal turning under dry and minimum quantity lubrication conditions and performing sustainability analyses. *Journal of Cleaner Production*, 434. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2023.140187>
- Goindi, G. S. e Sarkar, P. (2017). Dry machining: A step towards sustainable machining – Challenges and future directions. *Journal of Cleaner Production*, 165, 1557–1571. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2017.07.235>
- Hair, J. F.; Black, W. C.; Babin, B. J. e Anderson, R. E (2010). *Multivariate Data Analysis*, 7 ed., Pearson Prentice Hall.

Ibrahim, A. M. M., Li, W., Mourad, A.-H. I., Omer, M. A. E., Essa, F. A., Abd El-Naby, A. M., Al Soufi, M. S., Ezzat, M. F. e Elsheikh, A. (2023). Cooling and lubrication techniques in grinding: A state-of-the-art review, applications, and sustainability assessment. *Chinese Journal of Aeronautics*, 36(7), 76–113. <https://doi.org/10.1016/j.cja.2023.03.026>

Johnson, R. A., e Wichern, D. W. (2014). *Applied multivariate statistical analysis* (6th ed.). Pearson.

Kim, D. M., Kim, H. I. e Park, H. W. (2021). Tool wear, economic costs, and CO2 emissions analysis in cryogenic assisted hard-turning process of AISI 52100 steel. *Sustainable Materials and Technologies*, 30, e00349. <https://doi.org/10.1016/j.susmat.2021.e00349>

Luz, E. R., Romão, E. L., Streitenberger, S. C., Mancilha, L. R., Paiva, A. P. e Balestrassi, P. P. (2021). A multiobjective optimization of the welding process in aluminum alloy (AA) 6063 T4 tubes used in corona rings through normal boundary intersection and multivariate techniques. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 117(5–6), 1517–1534. <https://doi.org/10.1007/s00170-021-07761-5>

Mane, S., Patil, R. B., Kolhe, M. L., Roy, A., Kamble, A. G. e Chaudhari, A. (2025). Analysis of Thermal Aspect in Hard Turning of AISI 52100 Alloy Steel Under Minimal Cutting Fluid Environment Using FEM. *Applied Mechanics*, 6(2), 26. <https://doi.org/10.3390/applmech6020026>

Paiva, A. P., Campos, P. H., Ferreira, J. R., Lopes, L. G. D., Paiva, E. J. e Balestrassi, P. P. (2012). A multivariate robust parameter design approach for optimization of AISI 52100 hardened steel turning with wiper mixed ceramic tool. *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials*, 30(1), 152–163. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmhm.2011.08.001>

Paiva, A. P., Ferreira, J. R. e Balestrassi, P. P. (2007). A multivariate hybrid approach applied to AISI 52100 hardened steel turning optimization. *Journal of Materials Processing Technology*, 189(1-3), 26–35. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2006.12.047>

Pawanr, S. e Gupta, K. (2024). Dry Machining Techniques for Sustainability in Metal Cutting: A Review. *Processes*, 12(2). <https://doi.org/10.3390/pr12020417>

Pereira, R. B. D., Leite, R. R., Alvim, A. C., Paiva, A. P., Ferreira, J. R. e Davim, J. P. (2017). Multi-objective robust optimization of the sustainable helical milling process of the aluminum alloy Al 7075 using the augmented-enhanced normalized normal constraint method. *Journal of Cleaner Production*, 152, 474–496. doi: 10.1016/j.jclepro.2017.03.121.

Pervaiz, S., Kannan, S. e Kishawy, H. A. (2018). An extensive review of the water consumption and cutting fluid based sustainability concerns in the metal cutting sector. *Journal of Cleaner Production*, 197, 134–153. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.06.190>

Qing, J., Couckuyt, I. e Dhaene, T. (2023). A robust multi-objective Bayesian optimization framework considering input uncertainty. *Journal of Global Optimization*, 86, 693–711. <https://doi.org/10.1007/s10898-022-01262-9>

Rajarajan, S., Ramesh Kannan, C. e Dennison, M. S. (2020). A comparative study on the machining characteristics on turning AISI 52100 alloy steel in dry and microlubrication condition. *Australian Journal of Mechanical Engineering*, 20(2), 360–371. <https://doi.org/10.1080/14484846.2019.1710019>

Sihag, N. e Sangwan, K. S. (2020). A systematic literature review on machine tool energy consumption. *Journal of Cleaner Production*, 275, 123125. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.123125>

Streitenberger, S. C., Romão, E. L., Paiva, A. P., Balestrassi, P. P., Freitas, J. H. G. e Paes, V. C. (2022). Normal Boundary Intersection with factor analysis approach for multiobjective stochastic optimization of a cladding process focusing on reduction of energy consumption and rework. *Journal of Cleaner Production*, 333, 129915. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2021.129915>

Vallerio, M., Hufkens, J., Van Impe, J. e Logist, F. (2015). An interactive decision-support system for multi-objective optimization of nonlinear dynamic processes with uncertainty. *Expert Systems with Applications*, 42(21), 7710–7731.

Wang, L., Cai, W., He, Y., Peng, T., Xie, J., Hu, L. e Li, L. (2023). Equipment-process-strategy integration for sustainable machining: a review. *Frontiers of Mechanical Engineering*, 18(3), 1–25. <https://doi.org/10.1007/s11465-023-0752-4>

Yıldırım, Ç. V., Şirin, Ş., Dağlı, S., Salvi, H. e Khanna, N. (2023). Analysis of machinability and sustainability aspects while machining Hastelloy C4 under sustainable cutting conditions. *Sustainable Materials and Technologies*, 38. <https://doi.org/10.1016/j.susmat.2023.e00781>

Yip, W. S. e To, S. (2021). Identification of stakeholder related barriers in sustainable manufacturing using Social Network Analysis. *Sustainable Production and Consumption*, 27, 1903–1917. <https://doi.org/10.1016/j.spc.2021.04.018>