

Modelos Matemáticos para Alocação Ótima de Chaves Seccionadoras

Fábio Luiz Usberti, Celso Cavellucci

Instituto de Computação, Universidade Estadual de Campinas (IC/UNICAMP)

Campinas - SP, Brasil

fusberti@ic.unicamp.br, celsocv@ic.unicamp.br

José Federico Vizcaino González

Faculdade de Engenharia e Ciências da Universidade Estadual Paulista (FEC/Unesp)

Guaratinguetá - SP, Brasil

jfvvg71@gmail.com

Laura Silva de Assis

Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca - Cefet/RJ

Petrópolis - RJ, Brasil

laura.assis@cefet-rj.br

RESUMO

A alocação de chaves em redes de distribuição de energia é um problema crítico de otimização combinatória em que se refere à confiabilidade de sistemas elétricos. Neste trabalho, consideramos um conjunto de chaves seccionadoras e uma rede radial, cujo objetivo é encontrar as melhores linhas (arestas) para alocar as chaves de forma a minimizar a energia não fornecida. Neste artigo, apresentamos um modelo de Programação Linear Inteira (PLI) para resolver o problema de alocação de chaves seccionadoras. Comparamos nossa abordagem com o modelo PLI da literatura proposto por [Galias, 2019] para resolver o mesmo problema. Experimentos computacionais utilizando redes de distribuição reais mostram que o modelo PLI proposto neste trabalho escala melhor do que a abordagem da literatura.

KEYWORDS. Redes de distribuição de energia. Confiabilidade. Programação linear inteira. Otimização combinatória.

EN&OG – PO na Área de Energia, Óleo e Gás. OD – Otimização Discreta.

ABSTRACT

The allocation of switches in power distribution networks is a critical combinatorial optimization problem related to the reliability of electric systems. In this work, we consider a set of sectionalizing switches and a radial network, with the goal of identifying the best lines (edges) on which to place the switches in order to minimize the amount of undelivered energy. We present an Integer Linear Programming (PLI) model to solve the sectionalizing switch allocation problem. Our approach is compared to the PLI model from the literature proposed by [Galias, 2019] for the same problem. Computational experiments using real distribution networks show that the PLI model proposed in this work scales better than the approach found in the literature.

KEYWORDS. Power distribution networks. Reliability. Integer linear programming. Combinatorial optimization.

EN&OG – OR in the Energy, Oil and Gas. OD-Discrete Optimization.

1. Introdução

A crescente demanda por energia elétrica confiável e de alta qualidade tem impulsionado a busca por soluções eficientes e eficazes na gestão de sistemas de distribuição de energia. Estudos de confiabilidade demonstram que os sistemas de distribuição em média tensão são responsáveis pela maior parcela da indisponibilidade no fornecimento de energia elétrica aos consumidores Birlinton and Allan [1996]. Intervenções nesses sistemas são, portanto, fundamentais para melhorar o desempenho global do sistema elétrico.

As agências reguladoras utilizam diversos índices para medir a confiabilidade dos sistemas de distribuição e definir padrões de confiabilidade. Como resultado, as concessionárias são incentivadas a garantir o fornecimento contínuo de energia, minimizando os custos operacionais. Esses objetivos influenciam as decisões relacionadas à instalação de equipamentos essenciais, como reguladores de tensão, disjuntores, indicadores de falha, chaves seccionadoras e chaves de manobra. As chaves seccionadoras são usadas para isolar interrupções e impedir que se propaguem pela rede.

Devido a este contexto, existe uma diversidade de taxonomia de problemas que envolvem o Problema de Alocação de Chaves (PAC), entretanto uma decisão combinatória fundamental está no cerne de cada um: dada uma rede de distribuição de energia radial e um conjunto de chaves seccionadoras, o objetivo é determinar o posicionamento ideal desses dispositivos para maximizar um índice de confiabilidade predefinido. Chamamos isso de Problema de Alocação de Chaves Seccionadoras (PACS).

Dentre as estratégias adotadas para esse fim, destaca-se a alocação ótima de chaves de seccionamento, cuja finalidade é limitar as áreas afetadas por interrupções. Essa abordagem reduz significativamente a energia não fornecida (ENS) e melhora os índices de continuidade do serviço, conforme discutido no artigo de Assis et al. [2015]. A alocação ótima de chaves pode reduzir a duração média das falhas, melhorar a qualidade do fornecimento de energia e evitar muitas relacionadas à violação de padrões de confiabilidade.

Este trabalho aborda o PACS determinando a localização ótima de chaves seccionadoras na rede de distribuição de energia com o objetivo de reduzir a ENS. Para isso, apresentamos um modelo de programação linear inteira (PLI) utilizando o conceito de *iflows* Usberti et al. [2023]. Comparamos a nossa formulação com outro modelo PLI presente na literatura proposto por [Galias, 2019]. Utilizamos um conjunto de cinco redes da Polônia com tamanhos que variam de 77 a 263 arcos para os experimentos computacionais. Os resultados mostram que o modelo de *iflows* consegue resolver na otimalidade um número muito maior de instâncias que o proposto por [Galias, 2019].

O restante do trabalho está organizado como segue. Uma breve revisão da literatura é apresentada na Seção 2. Conceitos fundamentais sobre a representação da rede, avaliação da confiabilidade e a definição do problema são apresentados na Seção 3. O modelo PLI-GALIAS e PLI-IFLOWS são apresentados nas Seções 4 e 5, respectivamente. A Seção 6 mostra as informações das redes e discute os resultados. A Seção 7 fornece nossas considerações finais.

2. Revisão da Literatura

O Problema de Alocação de Chaves (PAC) é uma classe abrangente de problemas que abarca diversos problemas de otimização de confiabilidade explorados na literatura. A ideia geral é determinar a localização ideal ou ótima das chaves em um sistema de distribuição de energia para minimizar o impacto de interrupções no serviço, normalmente medido por índices como frequência de interrupção, duração, energia não fornecida ou custos associados.

O trabalho seminal em problema de alocação de chaves (PAC) seccionadoras foi desenvolvido por Levitin et al. (1995), que introduziu um algoritmo genético para alocação de seccionadores em uma rede de distribuição radial, marcando o primeiro estudo sobre PAC. Desde então, diversas

formulações e metodologias de solução foram propostas para problemas correlatos, incluindo alocação de chaves de ligação [Haghifam, 2004], [Aman et al., 2016], posicionamento de chaves controladas remotamente [Heidari et al., 2017], [Izadi and Safdarian, 2019], alocação de dispositivos de proteção [Pereira et al., 2018], [Popović et al., 2017] e posicionamento de indicadores de falta [Heidari Kapourchali et al., 2018], [Wang et al., 2020]. Os objetivos que orientam a alocação de chaves também diferem, visando índices de confiabilidade como DEC (duração equivalente de interrupção por unidade consumidora) [Norouzi et al., 2022], ENS (energia não fornecida) [Benavides et al., 2013], FEC (frequência equivalente de interrupção por unidade consumidora) [da Silva et al., 2004] e Custos de Interrupção do Cliente [Karimi et al., 2021], com alguns estudos abordando objetivos múltiplos [Moskwa et al., 2018], [Pinto et al., 2019].

As metodologias utilizadas para resolver o PAC podem ser amplamente divididas em duas abordagens principais: heurísticas e algoritmos exatos. Heurísticas são métodos que, embora não garantam a otimalidade, podem produzir soluções suficientemente boas em tempo polinomial. Por outro lado, abordagens exatas garantem a otimalidade, mas se as decisões combinatórias não forem bem controladas, isso pode levar a tempos de solução exponenciais. De fato, esse tem sido o caso apresentado na literatura até o momento.

Heurísticas comuns aplicadas ao PAC incluem otimização de colônias de formigas [Teng and Liu, 2003], recozimento simulado [Billinton and Jonnavithula, 1996], otimização de colônias de abelhas [Shahsavari et al., 2015], [Aman et al., 2016], algoritmos genéticos [Conti et al., 2017], [Pinto et al., 2019], [Pinho and Saraiva, 2020], algoritmos meméticos [de Assis et al., 2015], [Pombo et al., 2015], [Epifanio et al., 2023] e otimização por enxame de partículas [Leite et al., 2019], [Yari et al., 2020].

A maioria das abordagens exatas apresentadas na literatura se baseia em modelos de programação linear inteira (PLI). Um modelo de Programação Linear Inteira Mista para resolver o problema de alocação de chaves seccionadoras automáticas foi proposto por [Izadi et al., 2016] (38 barras), [Heidari et al., 2017] (51 barras), [Lei et al., 2018] (123 barras) e [Izadi and Safdarian, 2019] (69 barras). Uma alocação fixa de chaves seccionadoras manuais é apresentada por [Pau et al., 2019] para uma rede de 95 barras. [Khani and Safdarian, 2020] apresentam um modelo que aborda a falha potencial de chaves no problema de posicionamento ótimo. Um MIP é proposto para resolver o PAC considerando a alocação de até 31 chaves. Uma abordagem exata foi desenvolvida por [Usberti et al., 2023], com base em novas variáveis de confiabilidade denominadas *fluxos de interrupção*. Essas variáveis descrevem como uma interrupção se propaga pela rede e o impacto que ela causa em relação ao tempo que cada cliente ficará interrompido. Os autores realizaram testes com uma rede de 34 até 881 barramentos.

Um problema combinatório fundamental, que é subproblema de boa parte dos problemas que se enquadram na taxonomia do PAC, é descrito como segue: dada uma rede radial de distribuição de energia e um conjunto de chaves seccionadoras, deseja-se determinar o posicionamento ideal desses dispositivos para minimizar a energia não fornecida da rede. Esse problema é denominado Problema de Alocação de Chaves Seccionadoras (PACS), e é o foco de investigação deste trabalho. A seguir, serão apresentados os conceitos fundamentais do PACS.

3. Conceitos fundamentais

3.1. Dados de entrada e notação

Uma rede de distribuição operada radialmente é representada como um grafo de arborescência, ou seja, uma árvore direcionada conectada $T(V, A)$, com n arestas e $n + 1$ nós, com raiz na subestação (nó 0) Ahuja et al. [1993]. Denotamos por $T_i \subseteq T$ a subárvore de T com raiz no nó i . Todo nó, exceto a raiz, $i \in V_0$, $V_0 = V \setminus \{0\}$, é um ponto de carga da rede com uma carga esperada

l_i (kW) e um tempo de interrupção esperado θ_i (horas/ano). Por convenção, define-se $l_0 = 0$ e $\theta_0 = 0$.

Cada nó $i \in V_0$ tem um pai, denotado por $\pi(i) \in V$, e uma aresta predecessora $(\pi(i), i) \in A$. Os filhos do nó $i \in V$, denotados por C_i , são todos nós j tais que $\pi(j) = i$. Assumimos uma ordenação arbitrária para os filhos de qualquer nó j , onde o primeiro filho é denotado por j' , com $j' = \emptyset$ se e somente se j for uma folha. Seja $b(j')$ o primeiro irmão do nó j' , significando que $b(j')$ é o segundo filho de j . De forma mais geral, se o nó j tem $r + 1$ filhos, então $C_j = \{j', b(j'), \dots, b^r(j')\}$, onde $b^r(j') = b(\dots(b(j')))$ e $b^{r+1}(j') = \emptyset$.

Os descendentes de um nó $i \in V$, denotado por $\mathcal{D}_i$, incluem todos os nós (exceto o próprio i) que podem ser alcançados a partir do nó i percorrendo a árvore. Formalmente, se $C_i = \emptyset$, então $\mathcal{D}_i = \emptyset$; caso contrário, $\mathcal{D}_i = C_i \cup \left(\bigcup_{j \in C_i} \mathcal{D}_j \right)$.

Um caminho $\mathcal{P}_{ij} = (i, \dots, \pi(j), j)$ é o conjunto ordenado de nós que conectam os nós i e j . Observe que $\mathcal{P}_{ij}$ não é vazio se e somente se $j \in \mathcal{D}_i \cup \{i\}$. Os ancestrais de $i \in V$, denotados por $\mathcal{A}_i$, incluem todos os nós no caminho da raiz ao nó i , ou seja, $\mathcal{A}_i = \mathcal{P}_{0i}$.

A carga de energia à jusante $\tilde{l}_i$ e o tempo de interrupção à jusante $\tilde{\theta}_i$ de um nó i são calculados conforma mostrado na Equação (1).

$$\tilde{l}_i = l_i + \sum_{j \in \mathcal{D}_i} l_j, \quad \tilde{\theta}_i = \theta_i + \sum_{j \in \mathcal{D}_i} \theta_j \quad (1)$$

Neste trabalho, focamos em chaves de seccionamento (ou chaves seccionadoras), que são dispositivos alocados nas arestas da rede. Para simplificar, quando dizemos que uma chave está alocada a um nó i , queremos dizer que ela está alocada na aresta predecessora $(\pi(i), i)$. Assume-se também que há m chaves disponíveis, que podem ser alocadas a um subconjunto de nós $V_s \subseteq V_0$. Uma chave seccionadora é um dispositivo normalmente fechado que abre quando ocorre um curto-circuito, desconectando todos os pontos de carga a jusante e evitando interrupções de energia a montante. Como o nó raiz não possui ancestrais, as falhas não podem se propagar a montante da raiz; portanto, ele é desconsiderado como candidato à alocação de chaves.

Considere a rede ilustrada na Figura 1, ela mostra três cenários possíveis de alocação de chaves. O primeiro cenário (Figura 1a) representa a confiabilidade do pior caso, onde nenhuma chave é alocada na rede, fazendo com que qualquer falha se propague para a raiz e interrompa toda a rede. No segundo cenário (Figura 1b), uma chave é instalada no nó 3, impedindo que falhas no nó 3 se propaguem a montante. Por fim, no terceiro cenário (Figura 1c), representando a confiabilidade máxima da rede, uma chave é instalada em cada nó. Na seção seguinte, revisitaremos este exemplo e demonstraremos como calcular a confiabilidade da rede usando o conceito de *fluxos de interrupção*.

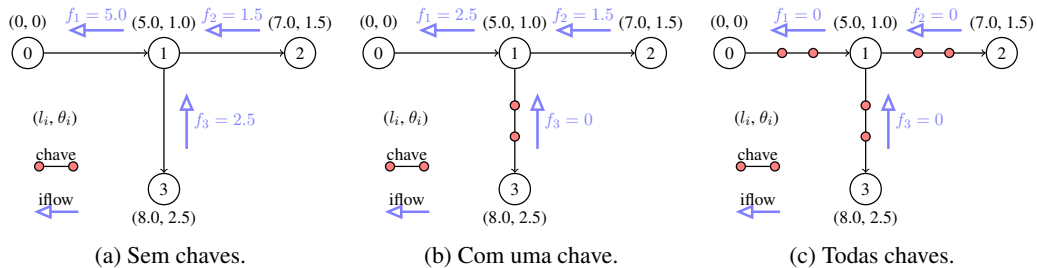


Figura 1: Exemplos de alocação de chaves.

3.2. Avaliação da Confiabilidade

A confiabilidade dos sistemas de distribuição pode ser avaliada por meio de diversos índices. O índice de frequência média de interrupções do sistema (FEC) mede o número médio de interrupções que um cliente experimenta por ano; o índice de duração média de interrupções do sistema (DEC) representa a duração total média das interrupções do cliente anualmente; e a energia não fornecida (ENS) que quantifica a quantidade de energia não fornecida aos clientes durante interrupções ao longo de um ano [Billinton and Allan, 1996]. Tais índices de confiabilidade podem ser calculados com base em dados sobre cargas e durações de interrupções esperadas. Sem perda de generalidade, este trabalho propõe minimizar a ENS.

Uma abordagem eficiente para calcular a ENS de uma rede é por meio de fluxos de interrupção (*iflows*), conforme apresentado por Usberti et al. (2023). O *iflows* f_i representa o tempo de interrupção que flui para trás ao longo da aresta $(\pi(i), i)$, do nó i para seu nó pai $\pi(i)$. Este valor indica a duração das interrupções (em horas por ano) que afetam $\pi(i)$ devido a falhas originadas no nó i e seus descendentes. Se uma chave for colocada no nó i , todas as interrupções à jusante serão contidas em i , resultando em um *iflows* f_i igual a zero. Matematicamente, isso é expresso pela Equação (2).

$$f_i = \begin{cases} 0 & i \in V_s \\ \theta_i + \sum_{j \in C_i} f_j & i \in V \setminus V_s. \end{cases} \quad (2)$$

Foi demonstrado que a ENS pode ser expressa em termos do *iflows* [Usberti et al., 2023], conforme dado pela Equação (3). A expressão da ENS consiste de dois termos. O primeiro termo captura o impacto dos *iflows* à montante – interrupções que fluem em direção a $\pi(i)$ e afetam a carga $\tilde{l}_{\pi(i)}$. A carga $\tilde{l}_i$ é excluída deste termo, pois já é contabilizada pelos *iflows* dos descendentes de i .

$$ENS = \sum_{i \in V_0} (\tilde{l}_{\pi(i)} - \tilde{l}_i) f_i + \sum_{i \in V} \tilde{l}_i \theta_i. \quad (3)$$

O segundo termo na Equação (3) é uma constante que fornece um limitante inferior para a ENS. Além disso, Usberti et al., (2023), estabeleceu limitantes inferior e superior, E_{lb} e E_{ub} , para a ENS, como mostrado na Equação (4). Esses limitantes correspondem aos casos em que todas as arestas possuem chaves (E_{lb}) e quando nenhuma aresta tem chave (E_{ub}).

$$\sum_{i \in V} \tilde{l}_i \theta_i = E_{lb} \leq ENS \leq E_{ub} = \tilde{l}_0 \tilde{\theta}_0 \quad (4)$$

As redes mostradas na Figura 1 podem ter suas ENSs calculadas utilizando as Equações (3) e (4).

$$ENS_{\text{(Fig. 1a)}} = E_{ub} = \tilde{l}_0 \tilde{\theta}_0 = 100.0 \text{ kWh/ano},$$

$$ENS_{\text{(Fig. 1b)}} = (\tilde{l}_0 - \tilde{l}_1) f_1 + (\tilde{l}_1 - \tilde{l}_2) f_2 + (\tilde{l}_1 - \tilde{l}_3) f_3 + E_{lb} = 70 \text{ kWh/ano},$$

$$ENS_{\text{(Fig. 1c)}} = E_{lb} = \tilde{l}_0 \theta_0 + \tilde{l}_1 \theta_1 + \tilde{l}_2 \theta_2 + \tilde{l}_3 \theta_3 = 50.5 \text{ kWh/ano}.$$

3.3. Definição do Problema

Pode-se definir formalmente o problema de otimização combinatória de alocação de chaves seccionadoras em uma rede de distribuição radial da seguinte forma:

Definição: Problema de Alocação de Chaves Seccionadoras (PACS)

Entrada: Uma arborescência $T(V, A)$ com carga não-negativa l_i e tempo de interrupção θ_i para cada nó $i \in V$. Uma constante m , representando o número de chaves seccionadoras disponíveis.

Solução: Determinar um subconjunto ótimo de m nós $V_s \subseteq V_0$ para alocar as chaves, minimizando a ENS.

4. Proposta da literatura: PLI-GALIAS

Esta seção destaca o trabalho de Galias (2019), que representa o estado da arte na resolução do PACS. Galias propõe um modelo de Programação Linear Inteira (PLI) para resolver o PACS que é brevemente descrito a seguir.

As variáveis de decisão binárias x_i indicam se uma chave está alocada ao nó i ($x_i = 1$) ou não ($x_i = 0$). Além disso, as variáveis auxiliares binárias z_{ij} determinam se o caminho entre duas chaves localizadas nos nós i e j contém alguma outra chave ($z_{ij} = 0$) ou não ($z_{ij} = 1$).

A função objetivo (5) representa a ENS da solução. Seu primeiro termo fornece um limitante superior para a ENS, do qual o segundo termo subtrai o efeito de cada chave alocada como se fosse a única chave na rede. O terceiro e último termo compensa o segundo termo, considerando pares de chaves sem nenhuma outra chave ao longo de seu caminho. O número de chaves é limitado por (6). As Restrições (7) e (8) definem os valores apropriados de z_{ij} , onde $z_{ij} = 1$ se e somente se $x_i = x_j = 1$ e $x_k = 0$ para cada $k \in \mathcal{P}_{ij} \setminus \{i, j\}$. O número de variáveis e restrições no modelo PLI proposto por Galias são ambos limitados por $O(n^2)$.

(PLI-GALIAS)

$\min \text{ ENS} =$

$$E_{ub} - \sum_{i \in V_0} (\tilde{l}_0 - \tilde{l}_i) \tilde{\theta}_i x_i + \sum_{j \in \mathcal{D}_i} (\tilde{l}_0 - \tilde{l}_i) \tilde{\theta}_j z_{ij} \quad (5)$$

s.t.

(número de chaves)

$$\sum_{i \in V_0} x_i = m \quad (6)$$

(restrições de caminho entre chaves)

$$x_i + x_j + \sum_{k \in \mathcal{P}_{ij} \setminus \{i, j\}} (1 - x_k) \geq |\mathcal{P}_{ij}| z_{ij} \quad i \in V_0, j \in \mathcal{D}_i \quad (7)$$

$$x_i + x_j + \sum_{k \in \mathcal{P}_{ij} \setminus \{i, j\}} (1 - x_k) \leq |\mathcal{P}_{ij}| + z_{ij} - 1 \quad i \in V_0, j \in \mathcal{D}_i \quad (8)$$

(integralidade das variáveis)

$$x_i, z_{ij} \in \{0, 1\} \quad i \in V_0, j \in \mathcal{D}_i \quad (9)$$

5. Nossa proposta: PLI-IFLOWS

Utilizando o conceito de *iflows* [Usberti et al., 2023], o modelo de programação linear inteira PLI-IFLOWS para o PACS é apresentado. O PLI-IFLOWS representa uma ligeira melhoria em relação ao modelo original de [Usberti et al., 2023], reduzindo o seu número de variáveis. Neste trabalho, o PLI-IFLOWS é comparado com outra abordagem pela primeira vez. Na formulação a seguir, as variáveis de decisão binárias x_i indicam se uma chave está alocada no nó i ($x_i = 1$) ou não ($x_i = 0$).

A função objetivo (10) minimiza a ENS da solução, calculada como apresentado na Equação (3). O número de chaves é limitado pela Restrição (11). As Restrições (12) definem os valores dos *iflows*, onde M_i é uma constante suficientemente grande. Essas restrições modelam a definição de *iflows* conforme dada pela Equação (2). Se $x_i = 1$, a restrição torna-se inativa, permitindo que f_i seja zero. Por outro lado, se $x_i = 0$, as Restrições em (12) impõem $f_i \geq \theta_j + \sum_{j \in \mathcal{C}_i} f_j$. Como a função objetivo minimiza os *iflows*, essa restrição será válida como uma igualdade na solução ótima. O número de variáveis e restrições em PLI-IFLOWS são limitados por $O(n)$, marcando uma melhoria significativa no tamanho do modelo em comparação ao PLI-GALIAS.

(PLI-IFLOWS)

$$\min \quad ENS = \sum_{i \in V_0} (\tilde{l}_{\pi(i)} - \tilde{l}_i) f_i + E_{lb} \quad (10)$$

s.t.

(número de chaves)

$$\sum_{i \in V_0} x_i = m \quad (11)$$

(restrições de iflows)

$$f_i \geq \theta_i + \sum_{j \in \mathcal{C}_i} f_j - M_i x_i \quad i \in V_0 \quad (12)$$

(domínio das variáveis)

$$f_i \geq 0 \quad i \in V_0 \quad (13)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad i \in V_0 \quad (14)$$

6. Experimentos computacionais

Nesta seção comparamos o desempenho dos dois modelos matemáticos apresentados (PLI-GALIAS and PLI-IFLOWS). Uma instância é definida como um par que consiste em uma rede de distribuição e um número específico de chaves disponíveis. Consideramos um conjunto com cinco redes (Tabela 1) e, para cada rede, avaliamos todos os números possíveis de chaves, de $m = 0$ até $m = n$. Isso resulta em um *benchmark* com um total de 653 instâncias. Cada metodologia recebeu duas horas por rede ou uma hora por instância de tempo limite, encerrando-se quando qualquer um dos limites é atingido. Os resultados completos referente a estes experimentos computacionais estão disponíveis publicamente¹.

Tabela 1: Características das Redes.

Poland ¹				
Rede	Arestas	Carga (kW)	Clientes	Alimentadores
pr76zb2	77	3074,00	1484	1
pr112zb2	113	4707,00	2337	1
pr199zb2	200	9838,00	4060	1
pr262zb2	263	13193,00	5705	1

¹Poland networks.

¹www.ic.unicamp.br/~fusberti/problems/ssap.

Os experimentos foram conduzidos no seguinte ambiente computacional: Ubuntu 22.04, com processador Intel 11900H de 64 bits e 16 GB de RAM. Os modelos matemáticos foram resolvidos utilizando o Gurobi 11.0.2.

Resultados gerais. A Figura 2 mostra os *performance profiles* dos dois modelos (PLI-GALIAS e PLI-IFLOWS). Esses perfis exibem a taxa de instâncias resolvidas em função do tempo permitido por instância para cada modelo. Uma clara relação de dominância é evidente entre os modelos. Especificamente, em qualquer período de tempo, o modelo PLI-IFLOWS resolveu uma quantidade maior de instância até a otimalidade do que o modelo PLI-GALIAS. Como as curvas são apresentadas em uma escala log-log, as lacunas entre elas indicam melhorias substanciais na taxa de instâncias resolvidas.

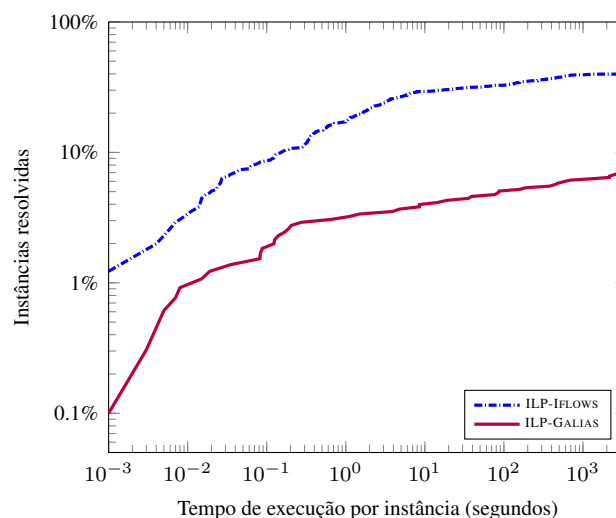


Figura 2: Performance profile dos modelos, PLI-GALIAS e PLI-IFLOWS.

Com uma hora de execução por instância, o PLI-GALIAS conseguiu resolver 7,04% das instâncias. O mesmo resultado foi alcançado pelo PLI-IFLOWS em menos de 0,04 segundos. Após uma hora de execução, o PLI-IFLOWS resolveu 39,82% das instâncias, mais do que cinco vezes a quantidade do modelo da literatura. Apesar dessa melhora, cabe observar que ainda restaram mais de 60% de instâncias para serem resolvidas. Portanto, embora PLI-IFLOWS tenha um desempenho substancialmente superior que o PLI-GALIAS, ainda sofre com a explosão combinatória.

Resultados por Rede. A Tabela 2 apresenta o desempenho de cada modelo em diferentes redes. A tabela mostra a porcentagem de instâncias resolvidas (sol(%)) por cada modelo dentro dos limites de tempo (em segundos) fornecidos para cada rede. Uma tendência clara surge em relação ao tamanho da rede: à medida que o tamanho da rede aumenta, a porcentagem de instâncias resolvidas diminui e o tempo necessário para resolvê-las aumenta. Cabe destacar que o modelo PLI-IFLOWS foi o único que conseguiu resolver todas as instâncias da rede pr76zb2, enquanto o modelo PLI-GALIAS conseguiu resolver menos do que um quinto dessas mesmas instâncias. Os as colunas e siglas na Tabela 2 são, sol(%) a porcentagem de instâncias resolvidas, tempo de execução em segundos, all indica todas as instâncias resolvidas, e tle que o limite de tempo foi excedido.

Resultados por Instância. Uma amostra dos resultados numéricos é apresentada para um subconjunto de instâncias Poland (Tabela 3). O modelo PLI-IFLOWS superou o PLI-GALIAS em todas as redes e, em alguns casos, com diferença significativa. Por exemplo, na maior rede, pr262zb2,

Tabela 2: Resultados médios por rede.

Poland	PLI-GALIAS		PLI-IFLOWS	
	sol(%)	tempo	sol(%)	tempo
pr76zb2	19.74	<i>tle</i>	all	53.74
pr112zb2	9.82	<i>tle</i>	71.43	<i>tle</i>
pr199zb2	4.52	<i>tle</i>	26.13	<i>tle</i>
pr262zb2	3.44	<i>tle</i>	18.32	<i>tle</i>
Average	7.04		39.82	

o PLI-IFLOWS obteve soluções ótimas para instâncias com até 48 chaves, enquanto o PLI-GALIAS interrompeu sua execução após apenas oito chaves. A Figura 3 apresenta a solução ótima com 20 chaves para a rede pr112zb2k20. É possível observar que, conforme a expectativa, a maior parte das chaves segue o caminho do tronco principal da rede, uma vez que ele é responsável pelo maior fluxo de energia e portanto apresenta o maior potencial de reduzir a energia não fornecida.

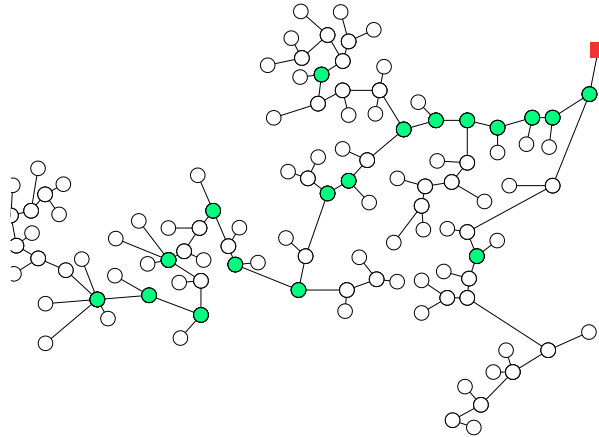


Figura 3: Solução para a rede pr112zb2k20 com $m = 20$.

7. Considerações Finais

Este trabalho apresentou um novo modelo de Programação Linear Inteira (PLI) baseado no conceito de *iflows* para resolver o Problema de Alocação de Chaves Seccionadoras (PACS) em redes de distribuição de energia. O modelo proposto, denominado PLI-IFLOWS, foi comparado com o modelo PLI-GALIAS da literatura, utilizando instâncias reais de redes polonesas.

Os resultados computacionais evidenciaram uma melhoria significativa no desempenho do PLI-IFLOWS em relação ao modelo da literatura. O novo modelo foi capaz de resolver um número maior de instâncias dentro dos limites de tempo estabelecidos, apresentando melhor escalabilidade e menor tempo de processamento, mesmo em redes de grande porte.

Apesar do avanço na solução exata do PACS, os resultados indicam que a abordagem ainda enfrenta desafios relacionados à explosão combinatória, especialmente em instâncias de maior complexidade. Como trabalhos futuros, pretende-se explorar algoritmos combinatórios, como programação dinâmica, para ampliar a capacidade de resolução do problema em redes ainda maiores e mais realistas.

Referências

Ahuja, R., Magnanti, T., and Orlin, J. (1993). *Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications*. Prentice Hall. ISBN 9780136175490.

- Aman, M. M., Jasmon, G. B., Mokhlis, H., and Bakar, A. H. A. (2016). Optimum tie switches allocation and dg placement based on maximisation of system loadability using discrete artificial bee colony algorithm. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 10(10):2277–2284.
- Benavides, A. J., Ritt, M., Buriol, L. S., and França, P. M. (2013). An iterated sample construction with path relinking method: Application to switch allocation in electrical distribution networks. *Computers & Operations Research*, 40(1):24–32. ISSN 0305–0548.
- Billinton, R. and Jonnavithula, S. (1996). Optimal switching device placement in radial distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 11(3):1646–1651.
- Billinton, R. and Allan, R. N. (1996). *Reliability Evaluation of Power Systems*. Plenum Press, New York, NY, 2nd edition. ISBN 0306452596.
- Conti, S., Rizzo, S., and Zeineldin, H. (2017). Optimal switch placement considering costs and annual reliability improvement during the regulatory period. *International Transactions on Electrical Energy Systems*, 27(5).
- da Silva, L., Pereira, R., and Mantovani, J. (2004). Optimized allocation of sectionalizing switches and control and protection devices for reliability indices improvement in distribution systems. In *2004 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America (IEEE Cat. No. 04EX956)*, p. 51–56.
- de Assis, L. S., González, J. F. V., Usberti, F. L., Lyra, C., Cavellucci, C., and Von Zuben, F. J. (2015). Switch allocation problems in power distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 30(1):246–253.
- Epifanio, G. P., González, J. F. V., Usberti, F. L., Tarrataca, L., and Assis, L. S. (2023). Switch allocation problem in power distribution systems with distributed generation. *Operations Research Forum*, 4(3):246–253. ISSN 2662-2556.
- Galias, Z. (2019). Tree-structure based deterministic algorithms for optimal switch placement in radial distribution networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, 34(6):4269–4278.
- Haghifam, M.-R. (2004). Optimal allocation of tie points in radial distribution systems using a genetic algorithm. *European Transactions on Electrical Power*, 14(2):85–96. URL <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/etep.8>.
- Heidari, A., Agelidis, V. G., Kia, M., Pou, J., Aghaei, J., Shafie-Khah, M., and Catalão, J. P. S. (2017). Reliability optimization of automated distribution networks with probability customer interruption cost model in the presence of dg units. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 8(1): 305–315.
- Heidari Kapourchali, M., Sepehry, M., and Aravinthan, V. (2018). Fault detector and switch placement in cyber-enabled power distribution network. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 9(2): 980–992.
- Izadi, M., Farajollahi, M., Safdarian, A., and Fotuhi-Firuzabad, M. (2016). A multistage milp-based model for integration of remote control switch into distribution networks. In *2016 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, PMAPS 2016 - Proceedings*. ISBN 9781509019700.
- Izadi, M. and Safdarian, A. (2019). A mip model for risk constrained switch placement in distribution networks. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 10(4):4543–4553.
- Karimi, H., Niknam, T., Dehghani, M., Ghiasi, M., Ghasemigarpachi, M., Padmanaban, S., Tabatabaee, S., and Aliev, H. (2021). Automated distribution networks reliability optimization in the presence of dg units considering probability customer interruption: A practical case study. *IEEE Access*, 9:98490–98505.
- Khani, M. and Safdarian, A. (2020). Effect of sectionalizing switches malfunction probability on optimal switches placement in distribution networks. *International Journal of Electrical Power*

- Energy Systems*, 119:105973. ISSN 0142-0615.
- Lei, S., Wang, J., and Hou, Y. (2018). Remote-controlled switch allocation enabling prompt restoration of distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33(3):3129–3142.
- Leite, F., Gomes, A., Melo, L., Sampaio, R., Leão, R., Barroso, G., and Bezerra, J. (2019). Efficient switch placement for power distribution systems using pareto optimality multiobjective function. In *2019 IEEE PES Conference on Innovative Smart Grid Technologies, ISGT Latin America 2019*. ISBN 9781538695678.
- Levitin, G., Mazal-Tov, S., and Elmakis, D. (1995). Genetic algorithm for optimal sectionalizing in radial distribution systems with alternative supply. *Electric Power Systems Research*, 35(3): 149–155. ISSN 0378-7796.
- Moskwa, S., Koziel, S., Siłuszyk, M., and Galias, Z. (2018). Multiobjective optimization for switch allocation in radial power distribution grids. In *2018 International Conference on Signals and Electronic Systems (ICSES)*, p. 157–160.
- Norouzi, A., Shayeghi, H., and Olamaei, J. (2022). Multi-objective allocation of switching devices in distribution networks using the modified barnacles mating optimization algorithm. *Energy Reports*, 8:12618–12627. ISSN 2352-4847.
- Pau, M., Ponci, F., and Monti, A. (2019). Optimal placement of sectionalizing switches for radial distribution grids. In *SyNERGY MED 2019 - 1st International Conference on Energy Transition in the Mediterranean Area*. ISBN 9781728130873.
- Pereira, K., Pereira, B. R., Contreras, J., and Mantovani, J. R. S. (2018). A multiobjective optimization technique to develop protection systems of distribution networks with distributed generation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33(6):7064–7075.
- Pinho, R. and Saraiva, F. (2020). A comparison of crossover operators in genetic algorithms for switch allocation problem in power distribution systems. In *2020 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, p. 1–8.
- Pinto, R., Unsihuay-Vila, C., and Fernandes, T. (2019). Multi-objective and multi-period distribution expansion planning considering reliability, distributed generation and self-healing. *IET Generation, Transmission and Distribution*, 13(2):219–228.
- Pombo, A. V., Murta-Pina, J., and Pires, V. F. (2015). Multiobjective planning of distribution networks incorporating switches and protective devices using a memetic optimization. *Reliability Engineering & System Safety*, 136:101–108. ISSN 0951-8320.
- Popović, Ž., Brbaklić, B., and Knežević, S. (2017). A mixed integer linear programming based approach for optimal placement of different types of automation devices in distribution networks. *Electric Power Systems Research*, 148:136–146.
- Shahsavari, A., Fereidunian, A., and Mazhari, S. (2015). A joint automatic and manual switch placement within distribution systems considering operational probabilities of control sequences. *International Transactions on Electrical Energy Systems*, 25(11):2745–2768.
- Teng, J.-H. and Liu, Y.-H. (2003). A novel acs-based optimum switch relocation method. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(1):113–120.
- Usberti, F. L., Cavellucci, C., and Lyra, C. (2023). Interruption flows for reliability evaluation of power distribution networks. *Operational Research*, 2023(23):4.
- Wang, L., Lin, J., Liu, G., Wang, G., Zhong, Q., and Zhao, Y. (2020). An mip-based model for the deployment of fault indicators and sectionalizing switches in distribution networks. *Electric Power Systems Research*, 179:1–8. ISSN 0378-7796.
- Yari, A. R., Shakarami, M. R., Namdari, F., and CheshmehBeigi, H. M. (2020). A new practical approach to optimal switch placement in the presence of distributed generation. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering*, 44(2):989–1002.

Tabela 3: Resultados para instâncias do conjunto Poland.

Instância		ENS	Tempo (seg)	
Rede	<i>m</i>		PLI-GALIAS	PLI-IFLOWS
pr76zb2	0	7202.21	< 0.01	< 0.01
	10	1561.84	84.48	0.04
	<u>15</u>	1296.60	<u>2457.14</u>	0.08
	20	1114.37	-	0.30
	30	885.78	-	0.54
	40	775.61	-	1.64
	50	715.50	-	1.99
	60	688.09	-	0.98
	70	677.22	-	0.005
	76	675.89	-	< 0.01
pr112zb2	0	15958.20	0.003	< 0.01
	<u>10</u>	3897.37	<u>2176.14</u>	0.15
	20	2773.64	-	0.99
	30	2182.86	-	3.11
	40	1821.80	-	7.06
	50	1589.53	-	3.68
	60	1466.15	-	78.08
	70	1398.31	-	270.313
	<u>80</u>	1359.85	-	<u>375.88</u>
	90	1340.18	-	-
	100	1330.97	-	-
	112	1326.86	-	-
pr199zb2	0	58226.30	0.01	< 0.01
	<u>8</u>	11682.60	<u>2168.20</u>	0.06
	10	10063.70	-	0.18
	20	6693.08	-	1.68
	30	5277.99	-	6.28
	40	4420.82	-	69.52
	50	3863.21	-	1282.21
	<u>52</u>	3770.89	-	<u>1231.47</u>
	60	3471.66	-	-
	70	3178.59	-	-
	80	2963.70	-	-
	90	2803.91	-	-
	100	2677.70	-	-
	150	2408.98	-	-
	199	2367.81	-	-
pr262zb2	0	105636.00	0.01	< 0.01
	<u>8</u>	19691.10	<u>2783.66</u>	0.03
	10	17286.40	-	0.06
	20	11010.80	-	1.29
	30	8737.34	-	29.36
	33	8234.66	-	75.78
	40	7394.01	-	342.54
	<u>48</u>	6601.72	-	<u>1033.72</u>
	50	6432.62	-	-
	60	5703.44	-	-
	70	5185.52	-	-
	80	4808.79	-	-
	90	4512.59	-	-
	100	4276.05	-	-
	150	3629.96	-	-
	200	3422.75	-	-
	262	3369.75	-	-

Sublinhado: maior número de chaves resolvidas por uma metodologia.