57º SBPO
SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL
Gramado • RS
DE 5 A 9 DE OUTUBRO DE 2025

Dimensionamento de Lotes e Planejamento da Produção em Indústrias de Potes e Ampolas: Um Estudo com Métodos Exatos e Algoritmo Genético

Magna Paulina de Souza Ferreira

Claudio Fabiano Motta Toledo
Universidade de São Paulo
Instituto de Ciências Matemática e de Computação (USP–ICMC)
13566-590 – São Carlos, SP – Brasil
magna.maximiza@gmail.com
claudio@icmc.usp.br

Flaviana Moreira de Souza Amorim
Universidade Federal Rural do Semi-Árido-UFERSA
59625-900 – Mossoró, RN – Brasil
joflaviana@yahoo.com.br

Marcio da Silva Arantes
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Instituto SENAI de Inovação em Sistemas Embarcados
marcio.arantes@sc.senai.br

RESUMO

Este artigo trata do problema de dimensionamento de lotes e planejamento da produção em uma indústria brasileira de recipientes de vidro que fabrica potes e ampolas. O trabalho propõe uma uma matheurística baseada em um algoritmo genético simples (AG) combinada com a formulação matemática do problema proposta na literatura. Resultados com dados reais mostram que o método exato resolve pequenas instâncias na otimalidade, enquanto o AG retorna soluções viáveis com menor esforço computacional para instâncias complexas.

PALAVRAS CHAVE. Indústrias de Recipientes de Vidro; Modelagem Matemática; Meta-heurísticas, Matheurisitic

Tópicos (IND - PO na Indústria, PM - Programação Matemática, OC - Otimização Combinatória)

ABSTRACT

This article addresses the lot sizing and production planning problem in a Brazilian glass container industry that manufactures pots and ampoules. The study proposes a matheuristic based on a simple Genetic Algorithm (GA) combined with the mathematical formulation of the problem found in the literature. Results based on real data show that the exact method solves small instances optimally, while the GA provides feasible solutions with lower computational effort for more complex instances.

KEYWORDS. Glass Container Industries; Mathematical Modeling; Meta-heristics, Matheuristic.

Paper topics (IND - OR in the industry, PM - Mathematical Programming, OC - Combinatorial Optmization)

https://proceedings.science/p/212358?lang=pt-br

1. Modelagem Matemática

Um modelo modelo matemático baseado na realidade da indústria foi proposto.

A primeira parte da função objetivo (1) minimizam os custos de *setup* e *ramp-up* para ampolas e potes, enquanto $\sum_p B * ES_p * C_p * 0.01$ é um recurso matemático para evitar a produção exagerada de um determinado produto.

$$\begin{aligned} Min \quad & \sum_i \sum_t \sum_s W_{its} * Q_i * (1 - L_{is}) * C_i + \\ & \sum_j \sum_t \sum_s \sum_e C_{jtse} * P_{je} * (1 - L_{js}) * C_j + \\ & \sum_p B * ES_p * C_p * 0.01 \end{aligned} \tag{1}$$

As restrições (3) e (2) representam as equações de balanceamento de estoque.

$$I_{pt} = I_{p0} + PL_{pt} - D_{pt} \qquad \forall (p, t = 1) \tag{2}$$

$$I_{pt} = I_{pt-1} + PL_{pt} - D_{pt} \qquad \forall (p, t > 1) \tag{3}$$

A restrição (4) equilibra o estoque de segurança.

$$\frac{I_{pt}}{ES_p} \leq B \qquad \forall (p, t) \tag{4}$$

A variável V_{pts} foi utilizada para representar o produto de $V_{pts} = W_{pts} * PT_{pt}$.

$$V_{pts} \geq PT_{pt} - M * (1 - W_{pts}) \quad \forall (p, t, s) \tag{5}$$

$$V_{pts} \leq PT_{pt} + M * (1 - W_{pts}) \quad \forall (p, t, s) \tag{6}$$

$$W_{pts} * M \geq V_{pts} \qquad \forall (p, t, s) \tag{7}$$

$$-W_{pts} * M \leq V_{pts} \quad \forall (p, t, s) \tag{8}$$

A restrição (9) obtém a produção líquida de potes e ampolas

$$PL_{pt} = \sum_s V_{pts} * L_{ps} + (PT_{pt} - \sum_s V_{pts}) * (1 - R_p) \qquad \forall (p, t) \tag{9}$$

A restrição (10) afirma que a produção total deve ser igual a capacidade produtiva da máquina em um dia normal, somente se o produto estiver ativado.

$$PT_{pt} = Q_i * Y_{pt} \qquad \forall (p \in \Omega^I, t,) \tag{10}$$

A restrição (11) permite que se tenha apenas uma ampola ativada na máquina por vez.

$$\sum_{p \in \Omega^I} Y_{pt} = 1 \qquad \forall (t) \tag{11}$$

As restrições (12) e (13) representam o *setup*.

$$S_{pt} \geq Y_{pt} - Y_{p(t-1)} \qquad \forall (p, t > 1) \tag{12}$$

$$S_{pt} = Y_{pt} \qquad \forall (p, t = 1) \tag{13}$$

A restrição (14) determina os estágios do *ramp-up* após a ocorrência de *setup* do produto.

$$S_{pt} = W_{p(t+s)s} \qquad \forall (p, s, t < T - s) \tag{14}$$

A restrição (15) limita a produção total de acordo com a capacidade diária de derretimento do forno.

$$\sum_{p} PT_{pt} * P_p \leq C \qquad \forall(p) \tag{15}$$

A variável C_{jtse} foi utilizada para representar o produto $C_{jtse} = Z_{jte} * W_{jts}$ não linear. Portanto a restrição (16) representam uma linearização para esse caso.

$$C_{jtse} \geq W_{jts} + Z_{jte} - 1 \quad \forall(j,t,s,e) \tag{16}$$

A restrição (17) afirma que a produção total de potes dever ser igual a capacidade produtiva da seção ativa na máquina em um dia normal, enquanto a restrição (18) garante que a seção da máquina esteja ativa apenas se o pote estiver sendo produzido.

$$PT_{jt} = \sum_{e} P_{je} * Z_{jte} \quad \forall(j,t) \tag{17}$$

$$\sum_{e} Z_{jte} = Y_{jt} \quad \forall(j,t) \tag{18}$$

A restrição (19) garante que se tenha um pote por vez sendo fabricada na máquina.

$$\sum_{p \in \Omega^J} Y_{pt} = 1 \quad \forall(t) \tag{19}$$

As restrições (20) e (21) representam os domínios binários e contínuos, respectivamente, das variáveis.

$$Y_{pt}, S_{pt}, W_{pts}, Z_{jte} \in \{0,1\} \tag{20}$$

$$I_{pt}, PL_{pt}, PT_{pt}, V_{pts}, B, C_{jtse} \geq 0 \tag{21}$$

2. Resultados

Um método exato e um AG simples foram aplicados para resolver o Problema na Indústria de Vidro - Produção de Potes e Ampolas - (PIV-PPA). Um conjunto de 400 instâncias foi gerado para as análises dos resultados. Tal conjunto foi separado em cinco grupos com 80 instâncias cada.

A Figura 1 representa a evolução do tempo para encontrar a melhor solução de acordo com a complexidade dos grupos avaliados. Podemos notar que o GA consegue encontrar as soluções viáveis nos grupos G3 a G5. A abordagem do AG foi capazes de obter uma melhor distribuição do tempo de execução.

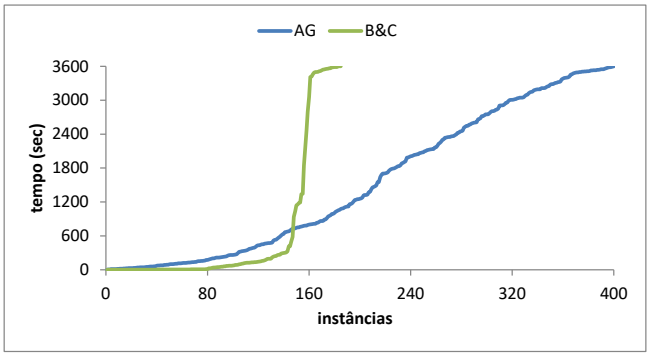


Figura 1: Distribuição do tempo para encontrar a melhor solução.

A Figura 2 representa os valores mínimos (min), médios (avg) e máximos (max) do GAP, levando em conta os 80 limites inferiores encontrados por B&C no grupo small. Nesta análise, observamos que o AG compete com a B&C na busca de soluções viáveis para o problema. A Figura

2 também ilustra os valores GAP levando em consideração os 80 limites inferiores encontrados pelo método B&C no grupo G3. método B&C foi capaz de encontrar apenas 24 soluções viáveis de um total de 80 instâncias. Neste caso, para a maioria das instâncias do grupo G3, o método B&C tem uma lacuna de 100%. O GA é capaz de encontrar soluções viáveis para todas as instâncias do grupo.

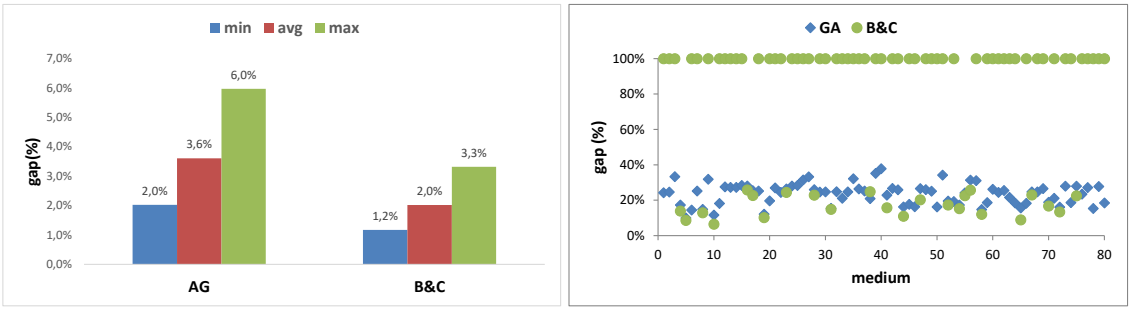


Figura 2: Análise GAP grupo G2 e Análise GAP grupo medium.

A Figura 3 apresenta o GAP mínimo, médio e máximo alcançado pelos AG nos grupos G4 e G5, em que o B&C foi capaz de encontrar 80 limites inferiores em cada grupo. Com o aumento do número de produtos e períodos (grupo G5), o GA retorna GAPs melhores, conforme Figura 3. Os GAPs obtidos pelo AG são muito altos, o que nos mostra que o método B&C retorna limitantes inferiores que não são favoráveis, uma vez que o método também é incapaz de encontrar soluções viáveis nestes grupos.

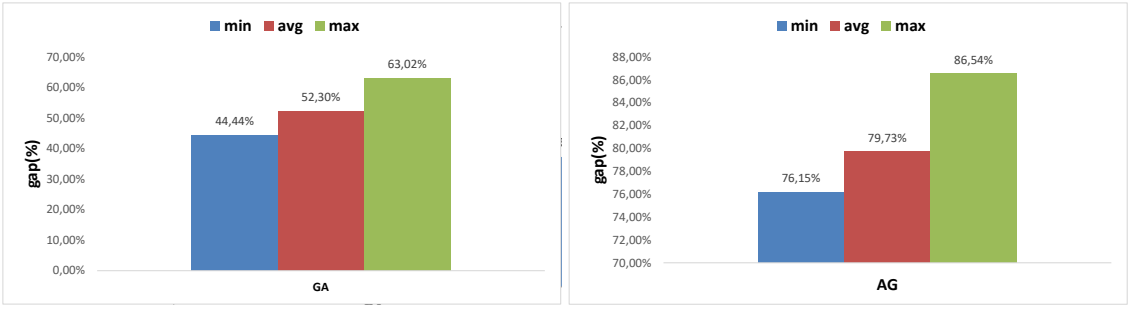


Figura 3: Analise do GAP para G4 e G5.

3. Conclusão

Este trabalho introduziu um algoritmo genético simples que evolui variáveis binárias do modelo proposto em Ferreira et al. [2020], guiado pela resolução de um modelo de programação linear obtido a partir da definição das variáveis binarias. A resolução exata do modelo matemático, utilizando o algoritmo B&C com solucionador Cplex, é capaz de resolver pequenas instâncias na otimalidade. No entanto, como esperado, o método exato não é capaz de encontrar soluções ótimas ou mesmo viáveis para instâncias maiores. Neste caso, o AG apresenta um desempenho satisfatório, devolvendo soluções viáveis para todas as grandes instâncias.

Referências

Ferreira, M. S., Toledo, C. M., Amorim, F., e Arantes, M. (2020). Técnicas de modelagem matemática para um problema real na indústria de produção de ampolas e potes. LII SIMPóSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL.