

MONITORAMENTO DA VALIDADE DE GÊMEOS DIGITAIS BASEADOS EM SIMULAÇÃO: UMA ABORDAGEM MULTIVARIADA

Jonathan Serafim Lúcio¹

serafim.epr@gmail.com

Rafael de Carvalho Miranda¹

rafael.miranda@unifei.edu.br

José Arnaldo Barra Montevechi¹

montevechi@unifei.edu.br

Tháyna Alcântara Vieira Lúcio¹

thaynaengmec@gmail.com

Carlos Henrique dos Santos²

carlos.henrique@unifal-mg.edu.br

¹Universidade Federal de Itajubá
Avenida BPS, 1303, Itajubá – MG

²Universidade Federal de Alfenas
Rodovia José Aurélio Vilela, 11999, Poços de Caldas – MG

RESUMO

Gêmeos Digitais (GDs) baseados em simulação têm desempenhado um papel central na digitalização de processos industriais, permitindo análises preditivas e suporte à decisão em tempo real. Entretanto, a validade desses modelos tende a se deteriorar com o tempo, exigindo métodos de monitoramento contínuo. Este estudo propõe uma abordagem multivariada para avaliar a aderência entre o modelo digital e o sistema físico, utilizando a carta T^2 de Hotelling aplicada às diferenças entre dados reais e simulados. A proposta foi testada em um caso real com quatro variáveis monitoradas. A análise permitiu identificar desvios pontuais que poderiam passar despercebidos em abordagens univariadas. O método demonstrou-se eficaz para sinalizar inconsistências e sustentar decisões sobre revalidação do modelo. Ao tratar a validade como um aspecto dinâmico, a abordagem contribui para a robustez dos GDs em operação contínua em cenários industriais.

PALAVRAS CHAVE. Carta de controle multivariada, Gêmeos digitais, Simulação, Monitoramento, Validade.

Tópicos POI – PO na Indústria; SIM - Simulação

ABSTRACT

Simulation-based Digital Twins (DTs) have played a central role in the digitalization of industrial processes, enabling predictive analysis and real-time decision support. However, the validity of these models tends to degrade over time, requiring continuous monitoring methods. This study proposes a multivariate approach to assess the adherence between the digital model and the physical system, using Hotelling's T^2 control chart applied to the differences between real and simulated data. The method was tested in a real production environment with four monitored variables. The analysis allowed for the detection of isolated deviations that might have gone unnoticed under univariate approaches. The proposed method proved effective in signaling inconsistencies and supporting decisions regarding model revalidation. By treating validity as a dynamic attribute, the approach contributes to strengthening the reliability of DTs operating continuously in industrial scenarios.

KEYWORDS. Multivariate control chart, Digital twins, Simulation, Monitoring, Validity.
Paper topics ORI – OR in Industry; SIM - Simulation

1. Introdução

A Indústria 4.0 (I4.0) tem promovido avanços significativos na digitalização e no suporte à tomada de decisão em sistemas produtivos [Uriarte et al. 2018]. Iniciativas como Internet das Coisas (IoT), Big Data e computação em nuvem tornaram viável a coleta, o processamento remoto e a integração contínua de dados entre dispositivos inteligentes [Xu et al. 2018]. Nesse contexto, o conceito de Gêmeos Digitais (GDs) surge como uma das aplicações mais promissoras, ao permitir a replicação virtual de sistemas reais, viabilizando análises em tempo real, simulações e decisões baseadas em dados.

Os GDs baseados em simulação têm se consolidado como um dos pilares da I4.0, com aplicações recorrentes em áreas como manufatura, serviços e saúde [Santos et al. 2022; Wright e Davidson 2020]. Embora a literatura aborde com profundidade aspectos relacionados à construção, comunicação e aplicação dos GDs, os processos de verificação, validação e acreditação (VV&A) ao longo do ciclo de vida do modelo ainda recebem atenção limitada [Harper e Mustafee 2019] [Onggo et al. 2018] [Santos et al. 2023]. Em geral, os modelos são validados pontualmente no momento de sua construção e assumem-se válidos indefinidamente, o que representa um risco importante em ambientes dinâmicos e sujeitos a mudanças operacionais.

[Sargent 2013] destaca a importância da validação como etapa crítica na modelagem de sistemas, frequentemente realizada por meio de testes de hipóteses que comparam dados reais e simulados. No entanto, em modelos dinâmicos como os GDs, essa abordagem tradicional torna-se limitada. [Meng et al. 2013] argumentam que a natureza continuamente atualizada dos GDs torna a validação um desafio mais complexo, exigindo métodos capazes de refletir essa variabilidade em tempo real. [Santos et al. 2022] identificaram por meio de uma revisão sistemática de literatura que apenas uma fração ínfima dos estudos (menos de 2%) propõe algum tipo de revalidação periódica, frequentemente baseada em adaptações de testes de hipóteses convencionais.

Além da baixa recorrência de abordagens de revalidação, há também limitações metodológicas nas técnicas aplicadas. O uso repetido de testes de hipóteses tende a se tornar inviável à medida que o número de variáveis aumenta, exigindo múltiplas análises independentes, com alto custo computacional e risco de interpretações inconsistentes. [Chen et al. 2019] alertam que diferentes distribuições podem apresentar estatísticas descritivas semelhantes, o que compromete a confiabilidade de comparações baseadas apenas em médias e desvios. Adicionalmente, essas abordagens não consideram o histórico acumulado de desempenho do modelo, tratando cada avaliação como um evento isolado.

Nesse cenário, torna-se necessário propor alternativas que permitam acompanhar de forma contínua a validade dos GDs ao longo do tempo. O Controle Estatístico de Processos (CEP), tradicionalmente aplicado ao monitoramento de variabilidade em processos industriais, representa uma alternativa promissora. As cartas de controle multivariadas (CCM), em especial a carta T^2 de Hotelling, permitem considerar simultaneamente múltiplas variáveis correlacionadas, fornecendo uma visão estatisticamente integrada do comportamento do sistema [Montgomery 2020].

Assim, este artigo propõe a aplicação do CEP multivariado como ferramenta para o monitoramento contínuo da validade de GDs. Utilizando como variável de interesse a diferença entre os dados reais e simulados, o método permite identificar desvios significativos na aderência entre modelo e realidade. A proposta é ilustrada com um estudo de caso real envolvendo uma célula produtiva composta por esteira e duas máquinas CNC, monitorada por um GD desenvolvido com base em simulação a eventos discretos (SED). Os resultados obtidos evidenciam a capacidade da abordagem em detectar anomalias pontuais e verificar a permanência da validade do modelo ao longo de um horizonte estendido de operação.

Com o intuito de apresentar e validar a proposta, este artigo está estruturado da seguinte forma: a Seção 2 apresenta o referencial teórico sobre GDs e CCM. A Seção 3 descreve o método adotado para organizar os dados, aplicar os testes estatísticos e estruturar a análise. Na Seção 4, são apresentados o estudo de caso e os resultados obtidos. Por fim, a Seção 5 apresenta as conclusões do trabalho e sugestões para pesquisas futuras.

2. Referencial teórico

O conceito de GD refere-se à representação virtual de sistemas físicos, construída com base em dados e capaz de reproduzir o comportamento real por meio de simulações. Essas representações não apenas replicam aspectos físicos, mas também mantêm uma conexão dinâmica com o sistema real, permitindo ajustes em tempo real e suporte à tomada de decisões [Wright e Davidson 2020]. O termo foi inicialmente proposto por [Shafto et al. 2010], com aplicações no contexto aeroespacial, e posteriormente disseminado em setores como manufatura, saúde e serviços. Essa expansão é atribuída, em grande parte, ao avanço da Indústria 4.0, que impulsionou o desenvolvimento de tecnologias como Internet das coisas, *Big Data* e sistemas em nuvem [Semeraro et al. 2021].

De acordo com [Tao e Zhang 2017], a estrutura de um GD é composta por quatro elementos centrais: o Sistema Físico (SF), responsável pelas operações reais; o Sistema Virtual (SV), que realiza a modelagem e simulação; o Sistema de Serviço (SS), que gerencia a interação entre SF e SV; e o Sistema de Dados (SD), que coleta, processa e distribui as informações entre os componentes. A combinação desses elementos permite que os GDs respondam rapidamente a alterações nas condições operacionais, o que é especialmente relevante em ambientes industriais dinâmicos e sujeitos a incertezas [Mourtzis 2020; Zhuang et al. 2018].

No entanto, à medida que esses modelos se tornam mais dinâmicos e complexos, cresce também a necessidade de mecanismos eficazes de validação e monitoramento. Embora a validação inicial do modelo, realizada durante sua construção, seja fundamental, ela não é suficiente para assegurar a confiabilidade ao longo do tempo [Sargent 2013]. Modelos que operam continuamente em sincronização com o sistema físico podem se tornar desatualizados ou imprecisos em função de mudanças no processo, novos padrões operacionais ou falhas na comunicação entre os sistemas. [Meng et al. 2013] argumentam que, nesse contexto, a validade do modelo deve ser monitorada periodicamente ou de forma contínua. No entanto, poucos estudos adotam estratégias de revalidação ativa em aplicações de GDs [Santos et al. 2022].

Além da escassez de abordagens contínuas, as estratégias tradicionalmente utilizadas para validação enfrentam limitações importantes. O uso de testes de hipóteses pontuais, por exemplo, torna-se pouco eficiente à medida que cresce o número de variáveis a serem monitoradas. Além disso, avaliações baseadas apenas em estatísticas descritivas, como média e desvio padrão, podem levar a conclusões incorretas quando a distribuição dos dados não é considerada adequadamente [Chen et al. 2019]. Tais métodos tendem a ignorar o histórico de desempenho do modelo, tratando cada avaliação como um ponto isolado, sem considerar tendências ou padrões acumulados ao longo do tempo.

Diante desse cenário, o CEP se apresenta como uma alternativa promissora. Inicialmente desenvolvido para o monitoramento da qualidade na manufatura, o CEP evoluiu para abarcar outras aplicações, incluindo o Monitoramento Estatístico de Processos (MEP), com ênfase em ambientes de dados contínuos e alta variabilidade [Frank et al. 2019; Narayanamurthy e Tortorella 2021]. Uma das principais vantagens do CEP está no uso de cartas de controle (CC), ferramentas gráficas que permitem monitorar a estabilidade e identificar desvios ao longo do tempo. Seu uso vem sendo estendido para áreas como logística, serviços e saúde, com sucesso na detecção precoce de falhas e na distinção entre causas comuns e especiais de variação [Ottenstreuer et al. 2023; Huberts et al. 2022].

A estrutura clássica do CEP baseia-se em duas fases. Na Fase 1, utilizam-se dados históricos para estimar a média, a variabilidade do processo e estabelecer limites de controle. Essa etapa é essencial para garantir que os dados utilizados representem o processo em condições de estabilidade estatística, conhecido como estado *in control* (sob controle) [Montgomery 2020]. Já na Fase 2, os novos dados são monitorados continuamente com base nos limites definidos anteriormente. Desvios significativos podem indicar alterações estruturais no sistema, exigindo investigação e possível intervenção. A correta calibração dos limites entre as fases, conforme discutido por [Bourazas e Tsiamyrtzis 2023a], é crítica para minimizar alarmes falsos e garantir a sensibilidade da ferramenta.

Entre as cartas disponíveis, destaca-se a carta T^2 de Hotelling, recomendada para cenários com múltiplas variáveis correlacionadas. Essa carta estende os princípios das cartas univariadas, considerando a variância conjunta das variáveis monitoradas. Seu cálculo envolve a comparação entre os vetores de médias dos subgrupos e a média global estimada na Fase 1, ponderados pela matriz de covariância das variáveis. O valor da estatística T^2 obtido é então comparado a um limite superior, calculado com base na distribuição F , permitindo a identificação de subgrupos fora de controle com um nível de confiança predeterminado [Montgomery 2020].

Dada sua natureza multivariada e capacidade de detectar desvios em estruturas correlacionadas, a carta T^2 é particularmente adequada para o monitoramento da validade de GDs. Quando aplicada sobre a diferença entre os valores simulados e reais, ela permite capturar desvios mesmo sutis no comportamento do modelo, além de fornecer suporte à revalidação estatística baseada em evidências.

3. Método

Este estudo adota o uso de CCM como uma estratégia voltada à avaliação contínua da validade de GDs. A pesquisa segue uma abordagem que integra fundamentos empíricos e prescritivos, conforme orientações metodológicas propostas por [Bertrand e Fransoo 2002], tendo como foco um desafio concreto na área de gestão de operações: garantir que modelos digitais mantenham sua aderência estatística ao comportamento real do sistema físico ao longo do tempo. Para isso, foi realizado um experimento com dados reais de operação e simulação, aplicando-se o CEP com foco multivariado, por meio da carta T^2 de Hotelling.

A proposta parte da premissa de que a diferença entre os dados reais e simulados pode ser utilizada como variável de interesse para monitorar a confiabilidade do GD. A ocorrência de desvios estatisticamente significativos e sistemáticos nessa diferença indica perda de validade do modelo, sendo o CEP uma ferramenta eficaz para detectar esse comportamento ao longo do tempo.

A metodologia proposta foi aplicada a um estudo de caso real, no qual um GD, desenvolvido por meio SED, representa uma célula produtiva composta por uma esteira e duas máquinas CNC. O ambiente escolhido para o teste foi uma escola técnica nacional pioneira em ensino I4.0.

3.1. Variáveis de interesse

O monitoramento foi realizado com base nas diferenças entre os valores observados no sistema físico e os valores estimados pelo GD. Para isso, foram utilizados os dados provenientes do sistema real (histórico de produção) e os dados gerados pelo modelo de simulação. A partir dessas fontes, foi construída planilha eletrônica, composta pelas diferenças ponto a ponto entre os valores reais e simulados para cada variável monitorada. Essas diferenças formam a variável de interesse adotada nas análises, e são representadas nas figuras e CC com o prefixo “diff_” antes do nome da variável original.

As variáveis consideradas foram: *M1_waiting time* (tempo de espera na Máquina 1), *M1_process time* (tempo de processamento na Máquina 1), *M2_waiting time* (tempo de espera na Máquina 2) e *M2_process time* (tempo de processamento na Máquina 2). A cada ciclo do processo, foi construído um vetor contendo as quatro diferenças. A sequência desses vetores ao longo do tempo originou a base de dados utilizada na aplicação das técnicas de CEP.

3.2. Organização dos dados em subgrupos

Conforme recomendações de [Montgomery 2020], a Fase 1 foi composta por 250 observações organizadas em 25 subgrupos de 10 elementos. Essa quantidade atende ao intervalo sugerido pelo autor para garantir a robustez na definição dos parâmetros estatísticos iniciais, geralmente situado entre 100 e 250 observações.

O tamanho do subgrupo foi definido como 10 ($n = 10$) com o objetivo de permitir o cálculo estável de estatísticas agregadas (média e desvio padrão) e assegurar a viabilidade da carta T^2 de Hotelling, cuja aplicação requer a estimação da matriz de covariância entre as variáveis

monitoradas. Subgrupos muito pequenos poderiam comprometer a robustez dessa estimativa. No caso da CC univariada $\bar{X}$ -S, esse tamanho também é recomendado como um bom equilíbrio entre sensibilidade à variação e simplicidade operacional.

As Fases 1 e 2 foram definidas da seguinte forma:

- Fase 1 (subgrupos 1–25): utilizada para estimar os parâmetros do processo (média e matriz de covariância);
- Fase 2 (subgrupos 26–50): utilizada para o monitoramento com base nos limites fixados na Fase 1.

Baseado no tempo médio de processamento do sistema, estima-se que quatro subgrupos de tamanho 10 representam um dia útil completo de operação, de modo que cada subgrupo equivale a aproximadamente duas horas de atividade produtiva.

3.3. Etapas da análise

O processo de monitoramento foi conduzido a partir de uma série de etapas estruturadas. Inicialmente, os dados foram organizados em subgrupos de tamanho 10 ao longo da Fase 1, com o objetivo de representar adequadamente a variabilidade do processo e garantir a robustez estatística das análises subsequentes. Essa estrutura permitiu a aplicação de técnicas de CEP multivariado sobre vetores médios de subgrupos, conforme preconizado na literatura.

Em seguida, foi realizada uma verificação da estrutura multivariada dos dados por meio da Análise de Componentes Principais (PCA), aplicada sobre os vetores de diferenças da Fase 1. Essa análise permitiu verificar a presença de correlação entre as variáveis e avaliar a possibilidade de redução de dimensionalidade. Como a variância explicada foi distribuída de forma equilibrada entre as quatro componentes, optou-se por manter todas as variáveis no modelo multivariado.

A normalidade multivariada foi avaliada com base nos vetores médios dos 25 subgrupos da Fase 1, conforme estrutura típica de aplicação da carta T^2 de Hotelling. Inicialmente, aplicou-se o teste de Mardia [Mardia 1970; Mardia 1974], cujas estatísticas de *skewness* (assimetria) ($b_{1,p} = 3,24$) e *kurtosis* (curtose) ($b_{2,p} = 18,74$) foram próximas dos valores esperados sob normalidade multivariada para $p = 4$ variáveis ($b_{2,p} \approx 24$). Esses resultados indicam ausência de violações relevantes da suposição de normalidade.

Complementarmente, foram realizados testes univariados de normalidade (D'Agostino-Pearson), conforme sugerido por [D'Agostino et al. 1990], que combinam assimetria e curtose para avaliar a aderência à distribuição normal de forma robusta. Os coeficientes de assimetria variaram entre -0,83 e +0,62, enquanto os de curtose (excesso) permaneceram próximos de zero. Todos os p -valores foram superiores a 0,05, não indicando evidências de não-normalidade univariada. Esses resultados estão em conformidade com os intervalos geralmente considerados aceitáveis para aplicações em CEP, conforme mencionado por [Kline 2011; George e Mallery 2010].

Com as premissas estatísticas validadas, aplicou-se a carta T^2 para monitoramento da Fase 2. Os limites de controle foram definidos com base nos dados da Fase 1, utilizando a distribuição F para calcular o limite superior de controle (UCL), conforme descrito em [Montgomery 2020]. Cada subgrupo da Fase 2 foi avaliado individualmente, considerando sua posição em relação ao limite definido.

Nos casos em que os valores de T^2 ultrapassaram o UCL, foi realizada uma análise de decomposição espectral, com o objetivo de identificar quais variáveis contribuíram de forma mais significativa para os desvios detectados. Essa etapa foi essencial para apoiar a interpretação prática dos alarmes e guiar possíveis intervenções no modelo ou no sistema físico.

Como etapa complementar, foram também aplicadas cartas univariadas $\bar{X}$ -S sobre cada variável envolvida nos subgrupos fora de controle multivariado. Essa abordagem auxiliar buscou confirmar os desvios observados de forma individual e reforçar a confiabilidade das interpretações feitas com base na carta T^2 .

Por fim, foi conduzido um monitoramento estendido, no qual a carta T^2 foi aplicada a uma sequência adicional de subgrupos, ultrapassando o escopo original da Fase 2, mas mantendo os limites estipulados pela Fase 1. O objetivo dessa etapa foi avaliar se o modelo digital permanecia

válido ao longo do tempo monitorado. Para apoiar essa análise, foi construída uma escala de tempo simulada, baseada na produtividade da célula, permitindo que os resultados fossem interpretados sob uma ótica temporal aproximada em dias úteis.

4. Resultados e discussões

Os dados do modelo simulado foram comparados com registros do sistema físico real, sendo calculadas as diferenças ponto a ponto para quatro variáveis de interesse: tempo de espera e tempo de processamento em ambas as máquinas. A Figura 1 apresenta uma imagem ilustrativa do sistema real e de seu correspondente modelo computacional.

Figura 1: Sistema real x Modelo computacional



Fonte: autores

A Fase 1 foi composta pelos 25 primeiros subgrupos de observações, organizados com base em ciclos produtivos simulados em dias úteis. Cada subgrupo de tamanho $n = 10$ representa cerca de duas horas de operação, totalizando aproximadamente seis dias úteis para essa fase. Após a padronização dos dados, foi aplicada a PCA sobre as diferenças observadas entre valores reais e simulados. Os resultados da PCA indicaram que nenhuma combinação reduzida de componentes principais foi suficiente para explicar a maior parte da variância, o que reforçou a necessidade de manter todas as variáveis no modelo multivariado, conforme aponta a Tabela 1.

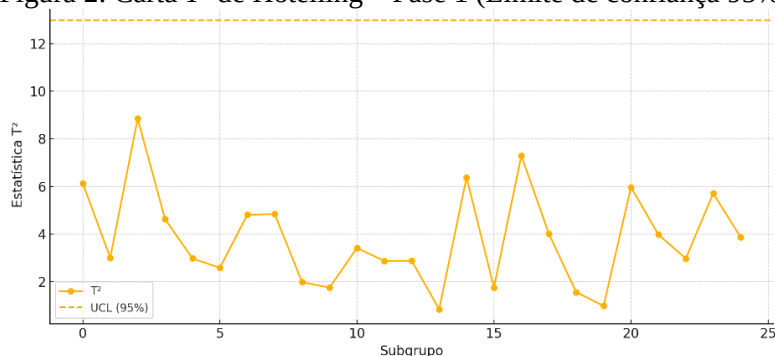
Tabela 1: Variância explicada acumulada – PCA (Fase 1)

Componente	Variância explicada (%)	Variância acumulada (%)
PC1	28.347	28.347
PC2	27.441	55.788
PC3	22.157	77.944
PC4	22.055	100.000

Fonte: autores

A seguir, foi verificada a normalidade multivariada dos vetores médios dos subgrupos da Fase 1. As métricas de assimetria e curtose estiveram dentro de faixas consideradas aceitáveis, o que viabilizou o uso da carta T^2 de Hotelling com base na distribuição F . A aplicação da carta T^2 à Fase 1 resultou em todos os pontos dentro dos limites de controle estabelecidos, validando estatisticamente a estabilidade do processo nesse período, conforme mostra a Figura 2.

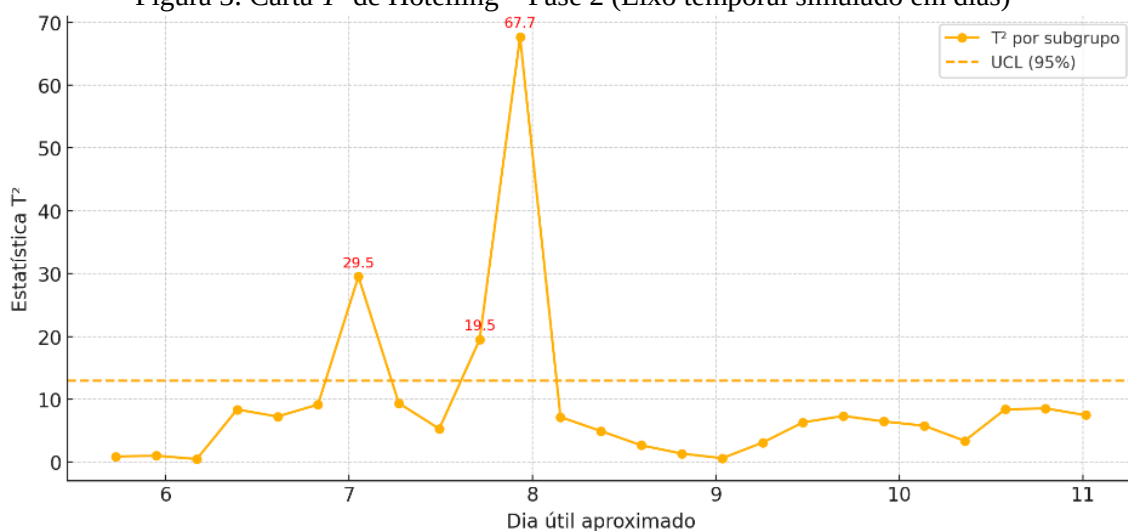
Figura 2: Carta T^2 de Hotelling – Fase 1 (Limite de confiança 95%)



Fonte: autores

Com os parâmetros definidos, a Fase 2 teve início, composta pelos subgrupos 26 a 50. A carta T^2 foi aplicada diretamente às médias dos subgrupos, utilizando os limites definidos na fase anterior. Como mostra a Figura 3, entre o sétimo e o oitavo dia útil, três subgrupos apresentaram valores acima do limite de controle superior: subgrupos 32, 35 e 36. Esses desvios sugeriram perda de aderência entre o modelo e o sistema real em momentos específicos do período monitorado.

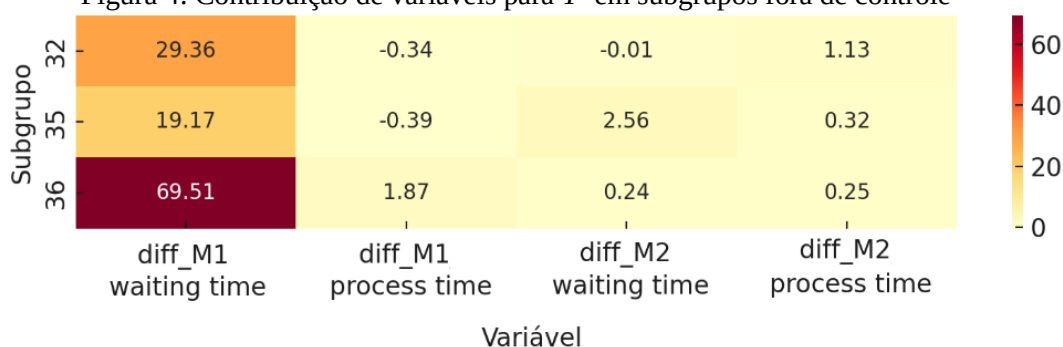
Figura 3: Carta T^2 de Hotelling – Fase 2 (Eixo temporal simulado em dias)



Fonte: autores

Para investigar as causas desses desvios, foi realizada uma análise de contribuição multivariada (Decomposição Espectral), decompondo a estatística T^2 por variável. Os resultados revelam que a variável *diff_M1_waiting time* foi responsável por mais de 90% da contribuição total nos três subgrupos fora de controle. As demais variáveis apresentaram contribuições residuais, sem impacto significativo no valor da estatística. A Figura 4 mostra o *heatmap* com as contribuições individuais por variável, reforçando visualmente a predominância de *diff_M1_waiting time*.

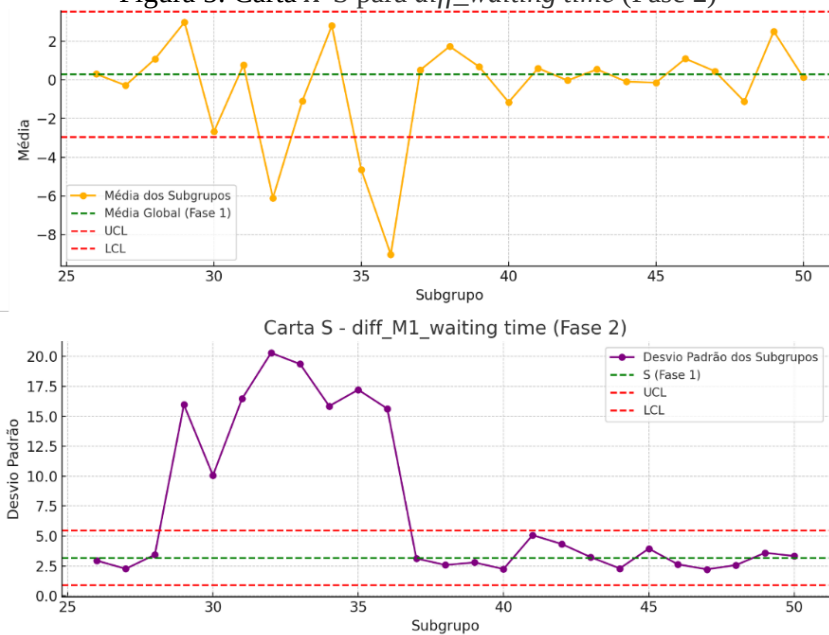
Figura 4: Contribuição de variáveis para T^2 em subgrupos fora de controle



Fonte: autores

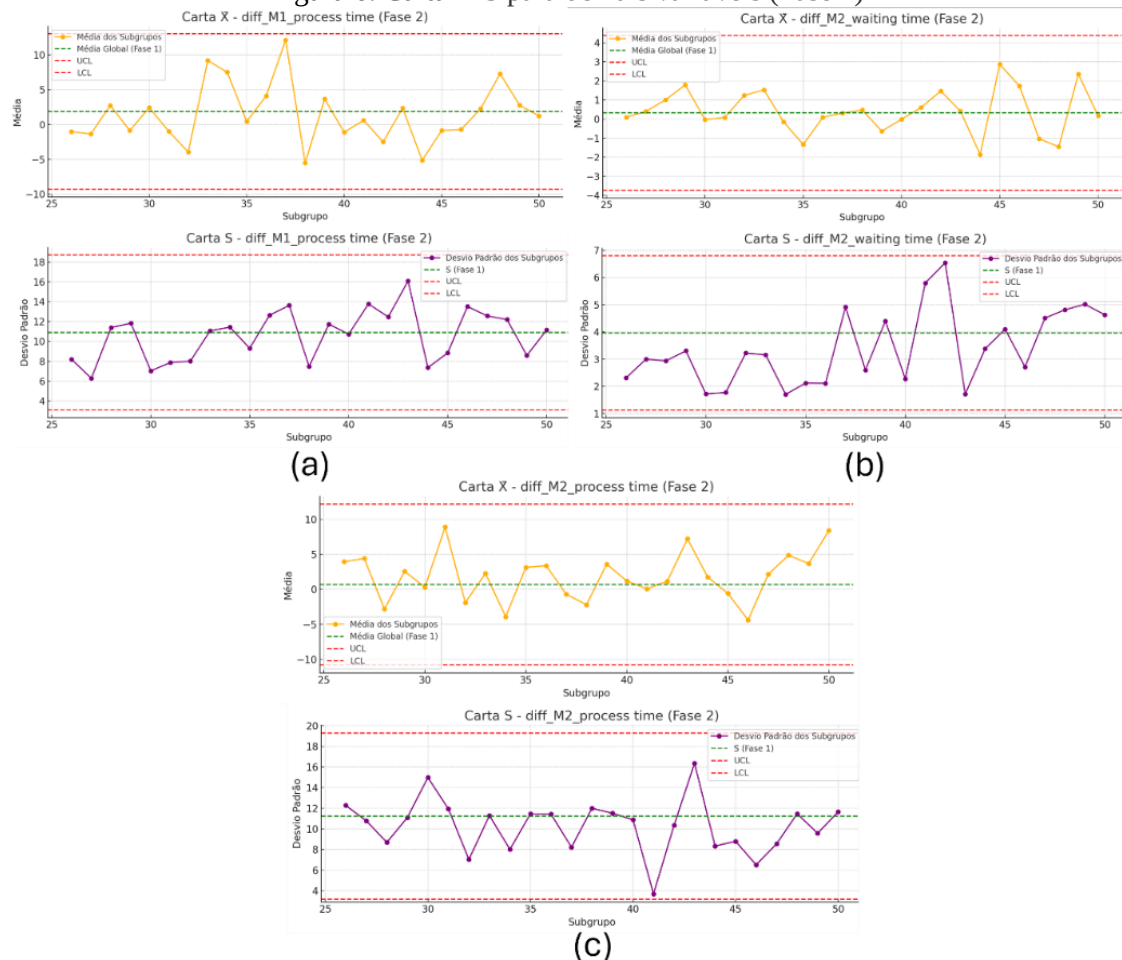
Com o intuito de confirmar esses achados sob uma perspectiva univariada, foram aplicadas cartas $\bar{X}$ -S para cada uma das quatro variáveis, considerando apenas os subgrupos da Fase 2. A carta da variável *diff_M1_waiting time* confirmou o padrão observado na carta T^2 , com as médias dos subgrupos 32, 35 e 36 fora dos limites de controle (Figura 5). Já as demais variáveis, indicadas na Figura 6 como: *diff_M1_process time* (a), *diff_M2_waiting time* (b), *diff_M2_process time* (c), apresentaram comportamento estável, com todas as observações dentro dos limites.

Figura 5: Carta $\bar{X}$ -S para *diff_waiting time* (Fase 2)



Fonte: autores

Figura 6: Carta $\bar{X}$ -S para demais variáveis (Fase 2)



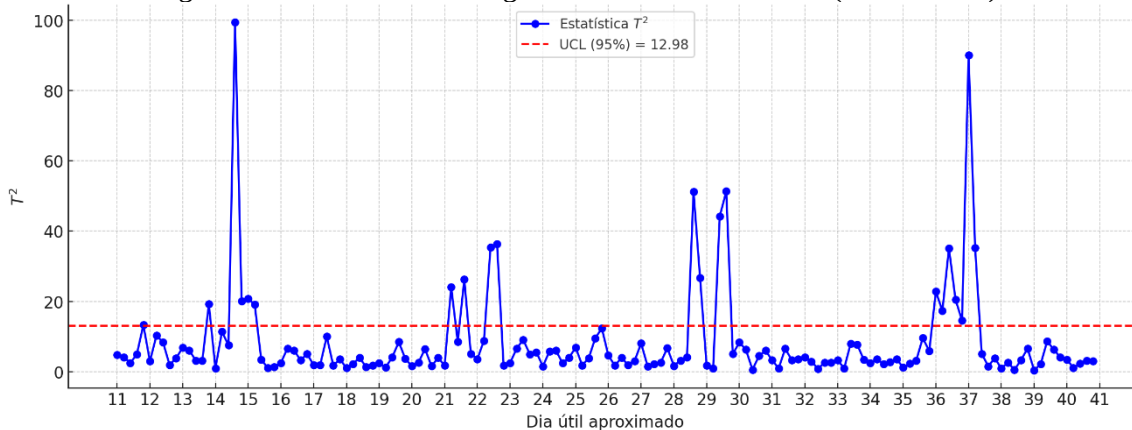
Fonte: autores

Essa capacidade de identificar quais variáveis contribuíram para os desvios é especialmente valiosa para os tomadores de decisão. Os métodos de monitoramento disponíveis na literatura, em sua maioria, apenas sinalizam a ocorrência de uma anomalia estatística, mas não fornecem informações sobre sua origem. Isso torna o processo de diagnóstico mais trabalhoso, pois exigiria a análise detalhada de todas as variáveis monitoradas até que a causa raiz fosse identificada. Ao oferecer mecanismos para direcionar a investigação, a abordagem utilizada neste estudo contribui significativamente para a agilidade e efetividade da resposta às não conformidades detectadas.

Um aspecto importante a ser destacado é que, caso o monitoramento tivesse sido realizado exclusivamente por meio de cartas univariadas, com foco em apenas uma variável, prática comum em ambientes operacionais, desvios relevantes poderiam ter passado despercebidos. Isso é evidenciado pelo fato de que, entre as quatro variáveis analisadas, apenas *diff_M1_waiting time* apresentou sinal de instabilidade. Assim, se essa variável não tivesse sido selecionada, o evento anômalo não teria sido detectado, o que poderia ter ocultado uma alteração relevante no comportamento do sistema. A carta T^2 , por sua vez, foi capaz de captar o desvio ao considerar a interação conjunta entre as variáveis, demonstrando seu potencial para mitigar riscos relacionados à escolha limitada de indicadores de desempenho.

Diante dessa constatação, optou-se por estender o monitoramento multivariado por mais 30 dias úteis de operação simulada, com o objetivo de verificar a continuidade da validade do modelo ao longo desse tempo. Como mostra a Figura 7, foram registrados quatro episódios de instabilidade estatística durante esse período, sendo o mais relevante composto por sete subgrupos consecutivos fora dos limites de controle (equivalentes a 1,4 dias). A rápida retomada da estabilidade nos ciclos seguintes, no entanto, sugere que o desvio teve natureza transitória. Como o processo analisado não é classificado como crítico, esse curto intervalo com intercorrências não foi considerado suficiente para justificar a interrupção do monitoramento ou a intervenção no modelo. Assim, o GD foi mantido em uso e considerado estatisticamente válido ao longo do período observado.

Figura 7: Carta T^2 de Hotelling – Monitoramento estendido (30 dias úteis)



Fonte: autores

Por fim, destaca-se que, embora este estudo tenha adotado a perspectiva de que a validade de um GD deve ser avaliada com base em critérios estatísticos rígidos, a criticidade do processo monitorado e a definição de um limiar para revalidação devem ser responsabilidade do gestor do processo, levando em conta os riscos envolvidos, as consequências das falhas e os requisitos específicos do ambiente produtivo.

5. Conclusões

Este artigo apresentou uma abordagem baseada em CCM para o monitoramento contínuo da validade de GDs. A proposta foi aplicada a um estudo de caso real envolvendo uma célula produtiva composta por uma esteira e duas máquinas CNC, monitorada por um modelo construído por meio de SED.

Os resultados mostraram que a carta T^2 foi eficaz na detecção de desvios pontuais de aderência entre o modelo e o sistema físico. A decomposição espectral permitiu identificar a variável dominante associada aos alarmes, enquanto as cartas $\bar{X}$ -S reforçaram esse diagnóstico de forma individual. O monitoramento estendido, realizado ao longo de 30 dias úteis de operação simulada, evidenciou que o modelo permaneceu estatisticamente válido durante o período, com apenas desvios pontuais e de curta duração, não caracterizando perda estrutural de aderência.

Além disso, verificou-se que a análise multivariada é capaz de capturar desvios que poderiam ser ignorados em abordagens univariadas. No caso analisado, apenas uma das quatro variáveis apresentou comportamento anômalo na Fase 2. Caso o monitoramento tivesse sido realizado exclusivamente sobre uma das demais variáveis, os alarmes teriam passado despercebidos. Essa limitação, comum em ambientes industriais, é mitigada pela carta T^2 , que fornece uma avaliação integrada do sistema e reforça a importância da análise conjunta para a revalidação de GDs.

A utilização de CCM mostrou-se viável, de fácil interpretação e com potencial de aplicação em ambientes industriais reais, mesmo com restrições de ferramentas analíticas. Ao considerar a validade do modelo como um aspecto a ser monitorado ao longo do tempo, a abordagem contribui para uma visão mais dinâmica e realista do ciclo de vida de GDs em operação contínua.

Entre as principais dificuldades enfrentadas neste estudo, destaca-se a complexidade envolvida na aplicação correta de procedimentos estatísticos, especialmente no que se refere à verificação de pressupostos, escolha de parâmetros e interpretação dos resultados multivariados. No entanto, esse desafio pode ser amenizado com o uso de ferramentas computacionais e técnicas de inteligência artificial, que automatizam etapas como pré-processamento, análise gráfica e geração de alertas, tornando o método mais acessível para uso em aplicações práticas.

Como trabalhos futuros, recomenda-se aplicar o método em contextos com maior número de variáveis, integrá-lo a plataformas digitais de monitoramento em tempo real e investigar o uso de cartas multivariadas robustas, com maior resiliência frente a outliers ou estruturas de dados não normais. Também se sugere o desenvolvimento de um *framework* sistemático para orientar a condução do monitoramento da validade de GDs com base em CC, contemplando desde a preparação dos dados até a interpretação dos resultados.

Agradecimentos

Os autores agradecem a CNPq, CAPES e FAPEMIG pelo apoio à esta e outras pesquisas.

Referências

- Bertrand, J. W. M. e Fransoo, J. C. (2002). Operations management research methodologies using quantitative modeling. *International Journal of Operations & Production Management*, 22(2):241–264.
- Bourazas, K., Sobas, F. e Tsiamirtzis, P. (2023a). Design and properties of the predictive ratio CUSUM (PRC) control charts. *Journal of Quality Technology*, 55(4):404–421.
- Bourazas, K., Sobas, F. e Tsiamirtzis, P. (2023b). Predictive ratio CUSUM (PRC): a Bayesian approach in online change point detection of short runs. *Journal of Quality Technology*, 55(4):391–403.

Chen, H., Soni, U., Lu, Y., Huroyan, V., Maciejewski, R. e Kobourov, S. (2019). Same stats, different graphs: Exploring the space of graphs in terms of graph properties. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 27(3):2056–2072.

D’Agostino, R. B., Belanger, A. e D’Agostino Jr., R. B. (1990). A suggestion for using powerful and informative tests of normality. *The American Statistician*, 44(4):316–321.

Deming, W. E. (1986). *Out of the Crisis*. MIT Press, Cambridge.

Frank, A. G., Dalenogare, L. S. e Ayala, N. F. (2019). Industry 4.0 technologies: implementation patterns in manufacturing companies. *International Journal of Production Economics*, 210:15–26.

George, D. e Mallery, P. (2010). *SPSS for Windows Step by Step: A Simple Guide and Reference*, 17.0 Update. 10^a ed. Pearson, Boston.

Harper, A. e Mustafee, N. (2019). A hybrid modelling approach using forecasting and real-time simulation to prevent emergency department overcrowding. In *Anais do Winter Simulation Conference (WSC)*, p. 1208–1219. IEEE.

Huberts, L. C., Schoonhoven, M. e Does, R. J. (2022). Multilevel process monitoring: a case study to predict student success or failure. *Journal of Quality Technology*, 54(2):127–143.

Kline, R. B. (2011). *Principles and Practice of Structural Equation Modeling*. 3^a ed. Guilford Press, New York.

Meng, C., Nageshwaranier, S. S., Maghsoudi, A., Son, Y. J. e Dessureault, S. (2013). Data-driven modeling and simulation framework for material handling systems in coal mines. *Computers & Industrial Engineering*, 64(3):766–779.

Montgomery, D. C. (2020). *Introduction to Statistical Quality Control*. 8^a ed. John Wiley & Sons, Hoboken.

Mardia, K. V. (1970). Measures of multivariate skewness and kurtosis with applications. *Biometrika*, 57(3):519–530.

Mardia, K. V. (1974). Applications of some measures of multivariate skewness and kurtosis in testing normality and robustness studies. *Sankhyā: The Indian Journal of Statistics, Series B*, 36(2):115–128.

Mourtzis, D. (2020). Simulation in the design and operation of manufacturing systems: state of the art and new trends. *International Journal of Production Research*, 58(7):1927–1949.

Narayanamurthy, G. e Tortorella, G. (2021). Impact of COVID-19 outbreak on employee performance—moderating role of Industry 4.0 base technologies. *International Journal of Production Economics*, 234:108075.

Nelson, L. S. (1984). The Shewhart control chart—tests for special causes. *Journal of Quality Technology*, 16(4):237–239.

Onggo, B. S., Tako, A. A., Smart, A. e Robertson, D. A. (2018). Symbiotic simulation system: hybrid systems model meets big data analytics. In *Anais do Winter Simulation Conference (WSC)*, p. 1358–1369. IEEE.

Ottenstreuer, S., Weiß, C. H. e Testik, M. C. (2023). A review and comparison of control charts for ordinal samples. *Journal of Quality Technology*, 55(4):422–441.

Santos, C. H. dos, Montevechi, J. A. B., Queiroz, J. A., Miranda, R. C. e Leal, F. (2022). Use of simulation in the Industry 4.0 context: creation of a Digital Twin to optimize decision making on non-automated process. *Journal of Simulation*, 16(3):284–297.

Santos, C. H. dos, Montevechi, J. A. B., Queiroz, J. A., Miranda, R. C. e Leal, F. (2023). Digital Twin simulation models: a validation method based on machine learning and control charts. *International Journal of Production Research*, p. 1–17.

Sargent, R. G. (2013). Verification and validation of simulation models. *Journal of Simulation*, 7(1):12–24.

Scholl, W., Tan, T. W., Duan, C. Y. e Ehm, H. (2012). A multi-stage discrete event simulation approach for scheduling of maintenance activities in a semiconductor manufacturing line. In *Anais do Winter Simulation Conference (WSC)*. IEEE.

Shafto, M. et al. (2010). Modeling, Simulation, Information Technology & Processing Roadmap. NASA.

Shewhart, W. A. (1931). *Economic Control of Quality of Manufactured Product*. D. Van Nostrand Company, New York.

Tao, F. e Zhang, M. (2017). Digital Twin Shop-Floor: A New Shop-Floor Paradigm Towards Smart Manufacturing. *IEEE Access*, 5:20418–20427.

Tiacci, L. (2020). Object-oriented event-graph modeling formalism to simulate manufacturing systems in the Industry 4.0 era. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 99:102025.

Wright, L. e Davidson, S. (2020). How to tell the difference between a model and a digital twin. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 7:13.

Xu, L. D., Xu, E. L. e Li, L. (2018). Industry 4.0: state of the art and future trends. *International Journal of Production Research*, 56(8):2941–2962.

Yao, Y., Yeh, A. B., Nugent, R. e Cron, A. (2023). Phase I control chart for individual autocorrelated data: application to prescription opioid monitoring. *Journal of Quality Technology*, 55(3):302–317.

Zhuang, C., Liu, J. e Xiong, H. (2018). Digital twin-based smart production management and control framework for the complex product assembly shop-floor. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 96:1149–1163.