

MODELAGEM DE UM PROBLEMA REAL DE PLANEJAMENTO DE CORTE DE BOBINAS DE AÇO

Geraldo Regis Mauri

Universidade Federal do Espírito Santo - UFES

geraldo.mauri@ufes.br

Rômulo Louzada Rabello

Optsoiv

romulo.louzada@optsoiv.com.br

Kelvin Coppi Santos

Marina Coutinho da Costa

ArcelorMittal Brasil

kelvin.santos@arcelormittal.com.br

marina.c.costa@arcelormittal.com.br

RESUMO

O corte de bobinas de aço é um processo fundamental na indústria siderúrgica. Em geral, existem bobinas de aço de grandes dimensões que devem ser cortadas em rolos menores com diferentes especificações. Um dos principais objetivos considerados nesse tipo de problema é a minimização das “sobras”. Entretanto, múltiplos objetivos como o balanceamento de carga entre máquinas e a minimização de custos de *setup* representam o problema de forma mais próxima à realidade das indústrias do setor. Nesse trabalho, é apresentado um estudo inicial sobre um caso real de uma das unidades da ArcelorMittal Brasil. É proposto um modelo de Programação Linear Inteira Mista (MILP) para a formalização do problema, e apresentado o tratamento dos dados reais obtidos, que são armazenados em arquivos simplificados (.txt) para serem utilizados na geração do modelo ou para um possível “otimizador”.

PALAVRAS CHAVE. Corte e sequenciamento. Multiobjetivo. Indústria siderúrgica.

POI – PO na Indústria, OD – Otimização Discreta

ABSTRACT

Coil slitting is a fundamental process in the steel industry. Typically, large steel coils must be cut into smaller rolls with different specifications. While the minimization of trim loss is traditionally one of the primary objectives in such problems, more realistic formulations incorporate multiple objectives, such as load balancing across slitting machines and the minimization of setup costs. This work presents an initial study based on a real-world case from one of Arcelor-Mittal Brasil's units. A Mixed-Integer Linear Programming (MILP) model is proposed to formally represent the problem, incorporating industrial constraints and practical objectives. Additionally, a preprocessing procedure for handling real production data is presented. These data are stored in simplified text files (.txt) which can be used either as input for model generation or by a potential optimization system.

KEYWORDS. Cutting and scheduling. Multi-objective. Steel industry.

POI – PO in Industry, OD – Discrete Optimization

1. Introdução

Problemas de corte de estoque (*Cutting Stock Problems* – CSP) constituem uma classe importante dentro da Pesquisa Operacional, com aplicações práticas em diversos setores industriais, como papel, têxtil e siderúrgico. Em geral, esses problemas visam maximizar a utilização de material disponível ou minimizar o desperdício durante o processo de corte de objetos maiores em itens menores, atendendo a uma demanda previamente definida.

Dentre as variações existentes, o problema de corte unidimensional (1D-CSP) destaca-se por sua ampla aplicabilidade e complexidade combinatória. Esse problema consiste no corte de objetos alongados (como bobinas, barras ou chapas) em partes menores de larguras específicas, com o objetivo de minimizar o desperdício ou outros custos associados ao processo. Quando há múltiplas máquinas de corte operando em paralelo, o problema se torna mais complexo, exigindo decisões sobre alocação de padrões de corte às máquinas, sequenciamento e balanceamento de carga, etc.

Uma aplicação de grande relevância prática do problema de corte unidimensional ocorre na indústria siderúrgica, mais especificamente no corte de bobinas de aço. Nesse contexto, bobinas de aço de grandes dimensões devem ser cortadas em rolos menores, de acordo com especificações exigidas por clientes ou processos subsequentes de fabricação. Esse processo envolve diversas particularidades, como a presença de múltiplas máquinas de corte com capacidades e restrições distintas, limitação no número de cortes simultâneos, regras de compatibilidade entre produtos e a consideração de perdas mínimas e máximas aceitáveis.

Além da minimização das perdas de material, o problema de corte de bobinas de aço pode considerar múltiplos objetivos, como o balanceamento da carga entre máquinas, a minimização de custos de *setup* (mudança de padrões de corte nas máquinas), o atendimento de demandas específicas e a redução de tempo total de operação (*makespan*). Tais características tornam esse problema um exemplo representativo de situações reais com múltiplos objetivos e elevada complexidade computacional.

Pitombeira-Neto e Prata [2020] destacam que os pedidos dos clientes podem levar vários períodos de tempo para serem completados, de modo que o sequenciamento de múltiplos pedidos torna-se relevante, visando minimizar as perdas por corte e também minimizar algum critério relacionado à ordem de produção, como o *makespan*. Os autores definem esse tipo de problema como Problemas de Corte de Estoque e Sequenciamento (*Cutting Stock and Scheduling Problems* – CSSP).

Este trabalho apresenta um estudo inicial para tratar um problema real encontrado em uma das unidades da ArcelorMittal Brasil. O problema é modelado como um CSSP, no qual bobinas de aço devem ser cortadas em rolos menores, que são direcionados para transformação em produtos acabados dentro da própria unidade. É proposto um modelo de Programação Linear Inteira Mista (MILP) para a formalização do problema real, envolvendo corte (unidimensional) e sequenciamento de bobinas de aço em máquinas paralelas com múltiplos objetivos de forma integrada, representando o problema de forma mais próxima à realidade da unidade estudada.

Não foram encontrados na literatura trabalhos que abordem o CSSP com os diversos objetivos operacionais levantados pela unidade, como minimização de sobras, balanceamento de carga entre máquinas, redução de *setups*, redução do excesso de produção, etc. Assim, este trabalho busca contribuir nesse sentido, propondo um modelo multiobjetivo que represente de maneira mais realista os *trade-offs* envolvidos no processo.

O restante do artigo está assim dividido. A Seção 2 apresenta alguns trabalhos relacionados. O problema é descrito na Seção 3, e o modelo matemático proposto é apresentado na Seção 4. O tratamento dos dados fornecidos é descrito na Seção 5, que é seguida pelas considerações finais na Seção 6, que inclui também os próximos passos para o tratamento do problema.

2. Trabalhos relacionados

O problema de corte de bobinas de aço é um caso particular do problema de corte unidimensional com diversas abordagens encontradas na literatura [Wäscher et al., 2007]. Já a definição da sequência e máquina em que as bobinas serão cortadas pode ser tratada como um problema de sequenciamento de “tarefas”, que também é encontrado na literatura aplicado em diversos contextos. Entretanto, poucos são os trabalhos que integram corte e sequenciamento em máquinas paralelas, principalmente na área de siderurgia.

Uma das primeiras abordagens que tratou a integração entre corte e sequenciamento foi apresentada por Yuen [1991], que propôs uma heurística para o sequenciamento dos padrões de corte. Braga et al. [2016a] propuseram modelos para o sequenciamento de pedidos de clientes no CSP unidimensional, e uma matheurística para o modelo foi apresentada em Braga et al. [2016b].

O trabalho de Giannelos e Georgiadis [2001] apresentou uma formulação MILP para o problema de sequenciamento de operações de corte em múltiplas máquinas paralelas. Os autores utilizaram uma representação em tempo contínuo para evitar intervalos de tempo desnecessários e utilizaram uma função multiobjetivo incluindo os tempos de *setup* e *makespan*. Um estudo de caso para uma indústria do setor de papel foi apresentado.

Pitombeira-Neto e Prata [2020] propuseram um modelo de programação linear inteira para o problema CSSP com pedidos heterogêneos, integrando o planejamento de corte com o sequenciamento de ordens de produção. O objetivo considerou a minimização do atraso total (*tardiness*) e das perdas. Os autores apresentaram uma matheurística baseada na técnica *fix-and-optimize* para resolver instâncias de tamanho real do problema.

Sierra-Paradinas et al. [2021] propuseram um modelo de programação linear inteira mista (MILP) para otimizar o processo de corte de bobinas de aço em uma empresa europeia. O objetivo principal foi minimizar o desperdício gerado durante o corte, atendendo às demandas dos clientes e respeitando as restrições operacionais. O modelo considerou sobras reutilizáveis e foi validado com dados reais. Entretanto, o sequenciamento de operações de corte em múltiplas máquinas e os *setups* não foram considerados.

Martin et al. [2022] abordaram o problema de corte unidimensional considerando custos de *setup*. Os autores desenvolveram modelos de programação linear inteira baseados em padrões para minimizar as perdas e os custos de *setup* simultaneamente. Foram considerados para o corte objetos de mesmo tamanho.

Com o objetivo de redução do *makespan*, Ni et al. [2024] abordaram um problema de sequenciamento em máquinas paralelas encontrado em empresas siderúrgicas, considerando os custos de *setup* e de transporte de material. A definição dos padrões de corte não foi tratada, e foram utilizados dados baseados em uma planta siderúrgica real.

Recentemente, Soto-Sánchez et al. [2025] apresentaram uma abordagem heurística para otimizar o processo de corte de bobinas de aço descrito por Sierra-Paradinas et al. [2021]. O objetivo principal foi reduzir sobras (priorizando as reutilizáveis) e a diferença entre o peso produzido e o demandado pelos clientes. Os autores afirmaram que os modelos matemáticos existentes são capazes de resolver apenas problemas pequenos (menores do que um dia de trabalho) e não são aplicáveis ao problema real abordado.

Como destacado por Pitombeira-Neto e Prata [2020], a maioria dos modelos encontrados na literatura aborda o CSSP com pedidos homogêneos (todos os itens com o mesmo tamanho) e, mesmo integrando corte e sequenciamento, poucos consideram explicitamente a presença de máquinas paralelas no processo. Assim, apesar dos avanços, não foram encontrados trabalhos relacionados ao CSSP que abordem de forma integrada os diversos objetivos operacionais típicos da indústria siderúrgica, e que são requisitados pela unidade estudada.

3. Descrição do problema

Como já mencionado, este trabalho aborda um problema real encontrado em uma das unidades da ArcelorMittal Brasil. O problema como um todo é ilustrado na Figura 1, e pode ser dividido em duas etapas. Na primeira etapa, existe um conjunto de bobinas, com diferentes características (largura, tipos de aço, espessura, etc.), que devem ser cortadas por uma das duas *slitters* disponíveis, gerando assim diversos rolos, também com diferentes características. Já na segunda etapa, os rolos gerados são transformados em produtos acabados (perfis ou tubos) dentro da própria unidade. Para isso, existem sete máquinas formadoras de tubo e quatro perfiladeiras, que processam os rolos antes da entrega aos clientes.

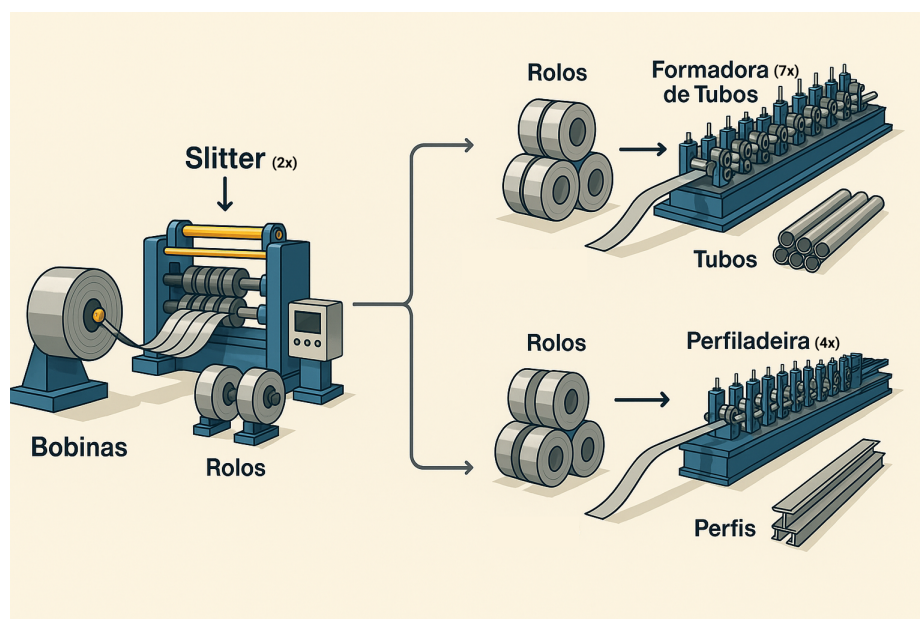


Figura 1: Ilustração do problema.

O escopo deste trabalho se restringe à primeira etapa, na qual tem-se como *input* um conjunto de bobinas disponíveis para corte, e como *output* um conjunto de rolos gerados a partir do corte dessas bobinas. Assim, detalhes referentes às formadoras de tubo e perfiladeiras não serão apresentados.

A Figura 2 ilustra um exemplo de “padrão de corte” para o eixo das *slitters*, que possuem especificações distintas, como quantidade máxima de cortes (“facas”), laminação do aço, tamanho do eixo, espessuras mínima e máxima suportadas, velocidade de corte, tempo de *setup* e refilos (sobras) mínimo e máximo permitidos, sendo que esses podem variar de acordo com a espessura da bobina.

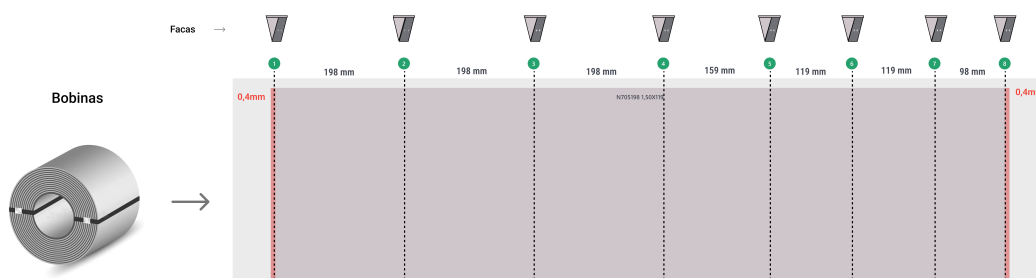


Figura 2: Exemplo de padrão de corte de uma *slitter*.

Devido a restrições logísticas e operacionais da unidade estudada e das próprias *slitters* disponíveis, uma é capaz de produzir apenas rolos que serão enviados às formadoras de tubo, ou seja, ela não possui “acesso” às perfiladeiras. Assim, uma *slitter* não é capaz de gerar rolos para produção de perfis, ficando restrita à produção de tubos. Já a outra pode operar os dois tipos de material, desde que as bobinas estejam dentro das especificações da mesma (espessura, largura, etc.).

Frequentemente, a unidade opera com “bobinas de oportunidade”, que são bobinas de reaproveitamento que foram desclassificadas por alguma anomalia de qualidade, não se enquadrando ao cliente para o qual a mesma foi “vazada”. Entretanto, essas bobinas podem ser reaproveitadas em outros processos. Como exemplo, bobinas “padrão” possuem largura de 1200 mm, mas às vezes a siderúrgica produz bobinas com 1210 mm, 1215 mm ou 1185 mm. Essas bobinas são chamadas de “fora padrão”.

Para tratar esses casos, existe uma “lista técnica” com as especificações referentes a 130 tipos de bobinas disponíveis, cada um com tipo de aço, espessura e larguras mínimas e máximas dos possíveis lotes recebidos. Assim, são recebidos como insumo vários lotes de um mesmo tipo de bobina (tipo de aço e espessura), mas com diferentes comprimentos, pesos e larguras (entre as larguras mínima e máxima do tipo da bobina).

Há também uma lista técnica com as especificações dos produtos passíveis de fabricação. Os produtos são divididos em dois tipos: PUDC (Perfis) e TUBOS (Tubos de aço com costura). Existem 136 produtos do tipo PUDC e 730 do tipo TUBOS, totalizando 866 produtos diferentes no portfólio.

Além do tipo, cada produto possui uma largura do rolo e uma lista de tipos de bobinas que podem ser utilizadas para sua fabricação, com espessura e tipo de aço compatíveis. Os produtos são classificados conforme a Curva ABC, que é um método de classificação que permite organizar e priorizar informações com base no seu grau de importância, no caso em questão, o faturamento.

As listas técnicas para bobinas e produtos podem ser consideradas “fixas”, com poucas ou nenhuma alteração ao longo de um ano.

Mensalmente, deve-se realizar o planejamento da produção, cuja quantidade demandada gira em torno de 10.000 toneladas, distribuídas em aproximadamente 300 produtos distintos (PUDC e TUBOS), cada um com seu peso demandado. Como insumo, estão disponíveis em torno de 5000 lotes de bobinas com diferentes tipos e larguras. Podem existir vários lotes (bobinas) de um mesmo tipo (conforme lista técnica) com diferentes comprimentos, larguras e pesos.

A partir das listas técnicas e dos dados mensais, referentes às demandas dos clientes e às bobinas disponíveis, deve-se realizar o planejamento da produção. Para isso, considerando o escopo deste trabalho (primeira etapa), foram definidos os objetivos e as restrições a serem tratados, conforme apresentado a seguir.

3.1. Restrições

Devido a restrições logísticas, como, por exemplo, a alocação dos equipamentos (*slitters*, perfiladeiras e formadoras de tubos) em galpões distintos, ao se cortar uma bobina, deve-se considerar a logística de transporte e operacional, ou seja, priorizar o corte para cada bobina disponível e cortes de materiais que estão alocados em máquinas próximas no mesmo galpão.

Cada bobina só pode ser cortada em uma *slitter* “compatível” (espessura, peso, etc.), ou seja, a *slitter* selecionada deve possuir a capacidade para realizar o corte. As duas *slitters* estão aptas a cortar bobinas para produção de TUBOS, enquanto que a produção de PUDC fica restrita à segunda *slitter*. As demandas das *slitters* são segregadas conforme laminação e espessura do aço.

O padrão de corte definido para cada bobina também influencia na escolha da *slitter*, pois cada uma possui uma especificação de refilhos mínimos e máximos permitidos. Logo, alguns padrões

de corte podem ser exclusivos para uma *slitter* específica.

O atendimento de toda a demanda não pode ser garantido pelas bobinas disponíveis, que variam para cada mês, assim como a demanda. Dessa forma, o atendimento total da demanda não pode ser tratado como uma restrição, mas o déficit de produção pode ser tratado como um objetivo (apresentado a seguir). Além disso, pode ser que “sobrem” bobinas, ou seja, nem todas as bobinas disponíveis precisam ser utilizadas.

Além dessas restrições específicas da unidade estudada, tem-se as restrições “gerais” do problema, que devem definir, para cada bobina disponível, se a mesma será ou não utilizada e, em caso positivo, definir uma única *slitter* para realizar o corte usando um único padrão de corte. Por fim, a sequência das bobinas a serem cortadas em cada *slitter* também deve ser determinada.

3.2. Objetivos

Os principais objetivos a serem otimizados são o déficit na produção dos rolos demandados e o refilo total, ou seja, deve-se priorizar, a partir das bobinas disponíveis para o mês, atender ao máximo a demanda dos clientes minimizando o déficit, e também minimizar o refilo gerado pelos cortes das bobinas (desperdício de material).

Além disso, como objetivos secundários, deve-se minimizar a quantidade de *setups* das *slitters* e tentar fazer com que haja uma quantidade mínima de bobinas sendo cortadas consecutivamente antes da realização de um *setup*, ou seja, tentar cortar, por exemplo, no mínimo três bobinas com um mesmo padrão de corte, para então fazer um *setup* na *slitter*.

O tempo para conclusão de toda a operação também deve ser minimizado (*makespan*), e o tempo de operação e a quantidade de carga processada pelas *slitters* devem ser equilibrados.

Por fim, deve-se tratar os excessos de produção, ou seja, evitar a produção de rolos além do demandado e, se for o caso, priorizar a produção “extra” de rolos com maior facilidade para venda no mês seguinte (Curva A).

4. Modelagem proposta

A partir da descrição apresentada na seção anterior, é descrito a seguir o modelo proposto com o intuito de formalizar o problema. Inicialmente, os dados disponíveis são apresentados na forma de conjuntos e parâmetros, e então são definidas as variáveis de decisão.

Conjuntos

- B : Conjunto de bobinas disponíveis.
- R : Conjunto de rolos passíveis de fabricação, sendo os rolos divididos pela Curva ABC ($R = \{R_A \cup R_B \cup R_C\}$).
- T : Conjunto de tipos diferentes de corte das bobinas (PUDC e TUBOS).
- M : Conjunto de máquinas de corte (*slitters*).
- P : Conjunto de padrões de corte válidos.

Parâmetros

- w_b : peso da bobina b .
- w_r : peso demandado do rolo r .
- $w_{r,b,p,t}$: peso do rolo r gerado ao aplicar o padrão p para cortar a bobina b com o tipo t .
- $w_{b,p}$: refilo (sobra) ao cortar a bobina b com o padrão p .
- $v_{b,m}$: tempo para cortar a bobina b na máquina m (duração do corte).

- h_m : duração de um *setup* na máquina m .
- q_m : quantidade mínima desejada de bobinas consecutivas na máquina m cortadas com o mesmo padrão (antes de fazer um *setup*).
- N : constante suficientemente grande ($N \approx \max(v_{b,m}) \cdot |B|$).

Variáveis de Decisão

- $x_{b,m,p,t} \in \{0, 1\}$: indica se a bobina b é cortada na máquina m com o padrão p e tipo t .
- $y_{b_1,b_2,m} \in \{0, 1\}$: indica se a bobina b_1 é cortada antes de b_2 na máquina m .
- $s_{b,m,p} \in \{0, 1\}$: indica se a bobina b inicia um novo *setup* na máquina m com o padrão p .
- $z_{b_1,b_2,m,p} \in \{0, 1\}$: indica se a bobina b_1 é cortada antes de b_2 na máquina m , ambas usando o padrão p .
- $u_{b,m,p} \in \{0, 1\}$: indica se a bobina b é o início de uma sequência com menos de q_m bobinas consecutivas com o padrão p na máquina m .
- $o_b \in \mathbb{Z}_{\geq 0}^{|B|}$: ordem da bobina b na sequência de corte de alguma máquina.
- $c_r \geq 0$: quantidade produzida do rolo r .
- $d_r \geq 0$: déficit de produção do rolo r em relação à demanda.
- $e_r \geq 0$: excesso de produção do rolo r em relação à demanda.
- $l_b \geq 0$: instante em que inicia o corte da bobina b .
- $f_m \geq 0$: carga total processada pela máquina m .
- $g_m \geq 0$: tempo total de operação da máquina m .
- $f_{\max} \geq 0$: diferença máxima de carga processada entre as máquinas.
- $g_{\max} \geq 0$: diferença máxima de tempo de operação entre as máquinas.
- $k_{\max} \geq 0$: tempo para finalizar toda a operação (*makespan*).

Função objetivo

A função objetivo é formada por dez termos a serem minimizados, conforme apresentado a seguir. Em (1) tem-se os “principais” objetivos, que são o déficit na produção dos rolos demandados e o refilo total. Já em (2), tem-se a quantidade total de *setups* e a quantidade de vezes em que o mínimo de bobinas consecutivas com um mesmo *setup* não foi respeitado, além do *makespan* e das diferenças de carga processada e tempo de operação entre as máquinas. Por fim, em (3) são considerados os excessos de produção, diferenciados pela Curva ABC dos rolos. Os termos são multiplicados por fatores (pesos) α_i ($i = 1, \dots, 10$), que são utilizados para indicar a importância de cada termo e “equilibrar” a função objetivo devido às diferentes ordens de grandeza.

$$\alpha_1 \sum_{r \in R, w_r > 0} d_r + \alpha_2 \sum_{\substack{b \in B, m \in M, \\ p \in P, t \in T}} w_{b,p} \cdot x_{b,m,p,t} \quad (1)$$

$$+\alpha_3 \sum_{b \in B, m \in M, p \in P} s_{b,m,p} + \alpha_4 \sum_{b \in B, m \in M, p \in P} u_{b,m,p} + \alpha_5 \cdot k_{\max} + \alpha_6 \cdot f_{\max} + \alpha_7 \cdot g_{\max} \quad (2)$$

$$+\alpha_8 \sum_{r \in R_A} e_r + \alpha_9 \sum_{r \in R_B} e_r + \alpha_{10} \sum_{r \in R_C} e_r \quad (3)$$

Restrições de sequenciamento

As restrições (4) garantem que cada bobina seja cortada no máximo uma vez, em uma máquina, com um padrão e um tipo de corte. A sequência de atendimento das bobinas nas máquinas é garantida com a inclusão das restrições (5), (6) e (7). Por fim, as restrições (8) garantem que a ordem de atendimento das bobinas não usadas seja igual a zero.

$$\sum_{m \in M, p \in P, t \in T} x_{b,m,p,t} \leq 1 \quad b \in B \quad (4)$$

$$y_{b_1,b_2,m} \leq \sum_{p \in P, t \in T} x_{b_1,m,p,t} \quad b_1 \neq b_2 \in B, m \in M \quad (5)$$

$$y_{b_1,b_2,m} \leq \sum_{p \in P, t \in T} x_{b_2,m,p,t} \quad b_1 \neq b_2 \in B, m \in M \quad (6)$$

$$o_{b_1} + 1 \leq o_{b_2} + |B| \cdot (1 - y_{b_1,b_2,m}) \quad b_1 \neq b_2 \in B, m \in M \quad (7)$$

$$o_b \leq |B| \cdot \sum_{m \in M, p \in P, t \in T} x_{b,m,p,t} \quad b \in B \quad (8)$$

Restrições de produção

A produção de cada rolo é calculada nas restrições (9), enquanto o déficit é definido em (10) e (11), e o excesso de produção em (12).

$$c_r = \sum_{\substack{b \in B, m \in M, \\ p \in P, t \in T}} w_{r,b,p,t} \cdot x_{b,m,p,t} \quad r \in R \quad (9)$$

$$d_r \geq w_r - c_r \quad r \in R, w_r > 0 \quad (10)$$

$$d_r = 0 \quad r \in R, w_r = 0 \quad (11)$$

$$e_r \geq c_r - w_r \quad r \in R \quad (12)$$

Restrições de setup

A quantidade de *setups* é definida em (13), sendo as restrições (14), (15) e (16) necessárias para manter a consistência com as demais variáveis x e y . A verificação da quantidade mínima desejada de bobinas consecutivas cortadas com o mesmo padrão é definida em (17).

$$s_{b,m,p} \geq \sum_{t \in T} x_{b,m,p,t} - \sum_{b' \in B, b' \neq b} z_{b',b,m,p} \quad b \in B, m \in M, p \in P \quad (13)$$

$$z_{b_1,b_2,m,p} \leq \sum_{t \in T} x_{b_1,m,p,t} \quad b_1 \neq b_2 \in B, m \in M, p \in P \quad (14)$$

$$z_{b_1,b_2,m,p} \leq y_{b_1,b_2,m} \quad b_1 \neq b_2 \in B, m \in M, p \in P \quad (15)$$

$$z_{b_1,b_2,m,p} \geq \sum_{t \in T} x_{b_1,m,p,t} + y_{b_1,b_2,m} - 1 \quad b_1 \neq b_2 \in B, m \in M, p \in P \quad (16)$$

$$\sum_{b' \in B, b' \neq b} z_{b,b',m,p} \leq (q_m - 1) + (|B| \cdot u_{b,m,p}) \quad b \in B, m \in M, p \in P \quad (17)$$

Restrições de carga

A carga processada pelas máquinas é calculada nas restrições (18), e a diferença máxima de carga (balanceamento de carga) é definida em (19).

$$f_m = \sum_{b \in B, p \in P, t \in T} w_b \cdot x_{b,m,p,t} \quad m \in M \quad (18)$$

$$f_{\max} \geq f_m - f_{m'} \quad m \neq m' \in M \quad (19)$$

Restrições de tempo

O instante de início do corte das bobinas é definido pelas restrições (20), enquanto o tempo de operação das máquinas é calculado em (21), a diferença máxima de tempo (balanceamento de tempo) é definida em (22), e o *makespan* em (23).

$$l_{b_2} \geq l_{b_1} + v_{b_1,m} + h_m \cdot s_{b_2,m,p} - N \cdot (1 - y_{b_1,b_2,m}) \quad b_1 \neq b_2 \in B, m \in M \quad (20)$$

$$g_m \geq l_b + v_{b,m} - N \cdot \left(1 - \sum_{p \in P, t \in T} x_{b,m,p,t} \right) \quad b \in B, m \in M \quad (21)$$

$$g_{\max} \geq g_m - g_{m'} \quad m \neq m' \in M \quad (22)$$

$$k_{\max} \geq g_m \quad m \in M \quad (23)$$

5. Tratamento dos dados

Para a realização deste trabalho, a unidade da ArcelorMittal Brasil forneceu duas planilhas eletrônicas com os dados do problema. A primeira contém os dados “fixos”, ou seja, as listas técnicas referentes ao portfólio de produtos (rolos, na primeira etapa) passíveis de produção e aos possíveis tipos de bobinas utilizadas como insumo, além das características das *slitters*. Essa planilha apresenta todas as informações necessárias, como especificação dos rolos, bobinas e *slitters*.

Já a segunda planilha apresenta os dados referentes ao mês de produção a ser planejado, contendo uma lista com os produtos (rolos) e respectiva quantidade demandada, e outra lista com os lotes de bobinas disponíveis como insumo e suas características (largura, peso, etc.).

A partir dessas planilhas, foi realizada uma checagem de possíveis inconsistências (rolos fora do portfólio, lotes fora dos tipos de bobina, etc.) e duplicidades. Feito isso, foram filtrados os lotes disponíveis, permanecendo apenas aqueles associados a alguma demanda do mês. Também foram excluídos os rolos sem demanda.

Após a filtragem, os lotes de bobinas disponíveis foram agrupados de acordo com o tipo da bobina (tipo de aço e espessura) e, para cada grupo, foram verificados os possíveis tipos de corte, ou seja, se os lotes de bobinas do grupo podem ser usados para produção de PUDC, TUBOS ou ambos. Essa verificação foi baseada nos rolos demandados, ou seja, se não há rolos demandados do tipo PUDC associados às bobinas de um grupo, todos os lotes de bobinas desse grupo serão designados à produção de TUBOS, por exemplo.

Para cada grupo (lotes de um mesmo tipo de bobina) e tipo de corte possível (PUDC e TUBOS), foram definidas duas listas: lst_{bob} com todas as larguras das bobinas do grupo; e lst_{rol} com todas as larguras de rolos passíveis de produção a partir das bobinas do grupo para o tipo de corte. Valores duplicados foram removidos dessas listas.

A partir dessas listas e das especificações das *slitters*, foi possível definir, para cada grupo de bobinas e tipo de corte, a menor e a maior largura válida para um corte, e o menor e o maior número de rolos possíveis a serem gerados a partir das bobinas. Esses valores podem ser obtidos a partir das equações descritas a seguir.

$$lar_{\min} = \min(lst_{bob}) - \max_{m \in M}(\text{refilo máx. em } m) \quad (24)$$

$$lar_{\max} = \min \left(\max_{m \in M}(\text{eixo de } m), \max(lst_{bob}) - \min_{m \in M}(\text{refilo min. em } m) \right) \quad (25)$$

$$rol_{\min} = \left\lceil \frac{lar_{\min}}{\max(lst_{rol})} \right\rceil \quad (26)$$

$$rol_{\max} = \min \left(\max_{m \in M}((\text{facas de } m) + 1), \left\lceil \frac{lar_{\max}}{\min(lst_{rol})} \right\rceil \right) \quad (27)$$

Em (24), a menor largura válida para um corte é obtida pela subtração do maior refilo permitido entre as máquinas (*slitters*) a partir da menor largura de bobina. Já a maior largura válida (25) é calculada pela retirada do menor refilo permitido da maior largura de bobina, sendo esse valor limitado pelo tamanho do maior eixo entre as *slitters*.

O menor número de rolos produzidos a partir de um corte (26) é calculado pela divisão da menor largura de corte possível pela maior largura de rolo a ser produzido, enquanto o maior número de rolos (27) é obtido pela divisão da maior largura de corte pela menor largura de rolo, sendo limitado pelo número de facas das *slitters*.

A partir desses valores, o Algoritmo 1 foi implementado para geração dos padrões de corte válidos, respeitando as especificações das *slitters* (refilos mínimos e máximos, número de facas, tamanho do eixo, etc.).

Algoritmo 1: gerar_padroes_validos(lst_{rol} , $lar_{\min}$, $lar_{\max}$, $rol_{\min}$, $rol_{\max}$)

```

1 pilha ← lista de tuplas, com a tupla (-1, 0, 0, 0);
2 combinacao ← vetor de zeros com 18 posições;
3 padroes ← lista vazia;
4 enquanto pilha não está vazia faça
5     (i, largura, qtd, posicao) ← pilha.pop();
6     se i ≠ -1 então
7         combinacao[posicao - 1] ← lst_rol[i];
8     fim
9     se largura > lar_max ou qtd > rol_max então
10        continue;
11    fim
12    se lar_min ≤ largura ≤ lar_max e rol_min ≤ qtd ≤ rol_max então
13        padroes ← padroes + combinacao[0 : qtd];
14    fim
15    para j ← max(0, i) até |lst_rol| - 1 faça
16        nova_largura ← largura + lst_rol[j];
17        pilha ← pilha + (j, nova_largura, qtd + 1, posicao + 1);
18    fim
19 fim
20 retorna padroes;
```

O Algoritmo 1 foi executado para cada grupo de bobina e tipo de corte (PUDC ou TUBOS), recebendo como parâmetro a lista com as larguras dos rolos, as larguras mínima e máxima permitidas para o corte e os números mínimo e máximo de rolos.

Nesse algoritmo, uma pilha foi utilizada para simular recursão, ou seja, é uma pilha para um *backtracking* iterativo. Cada elemento da pilha é uma tupla: (índice da largura, soma atual,

quantidade de rolos, posição na combinação). Uma combinação é definida como um vetor temporário com até 18 posições, que é o maior valor possível de rolos por bobina (17 facas). É então definida uma lista onde serão armazenados os padrões de corte válidos. O laço de *backtracking* é iniciado, processando todos os estados empilhados. Uma largura de rolo pode ser inserida, e as combinações que excederem os limites são descartadas. Uma cópia da combinação atual é inserida nos padrões caso ela seja válida (em largura total e número de rolos). A pilha é atualizada e o processo continua gerando novas combinações, permitindo repetições de larguras de rolos. O *backtracking* é finalizado quando a pilha ficar vazia, ou seja, não houver mais combinações válidas. O algoritmo retorna uma lista com os padrões de corte válidos.

Caso não sejam gerados padrões válidos para alguma bobina, os produtos (rolos) do portfólio sem demanda no mês ($w_r = 0$) que podem ser produzidos a partir da bobina são incluídos, ou seja, a largura desses rolos é considerada para geração de novos padrões. No final, os padrões gerados para todos os grupos de bobinas foram unificados e, para cada lote de bobina, foram definidos quais padrões são válidos para o corte de PUDC e para TUBOS.

Após a geração dos padrões de corte, tem-se os conjuntos de dados necessários, descritos na seção anterior. O conjunto B com 3.463 lotes de bobinas ($|B| = 3.462$) de 50 tipos diferentes. O conjunto de rolos R , incluindo possíveis rolos sem demanda (usados nos padrões de corte) com um total de 314 rolos ($|R| = 314$), sendo 278 com demandas ($w_r \geq 0$) e 36 sem demanda ($w_r = 0$). O conjunto T com dois tipos de corte ($|T| = 2$, PUDC ou TUBOS), e o conjunto de máquinas M com as duas *slitters* ($|M| = 2$). Por fim, o conjunto P com 4.586.575 padrões de corte ($|P| = 4.586.575$).

A partir desses conjuntos e das especificações das *slitters*, os parâmetros definidos na seção anterior (peso das bobinas e dos rolos, refilos, etc.) foram determinados. Já a quantidade de variáveis binárias, também apresentadas na seção anterior, pode ser reduzida significativamente, considerando apenas as combinações válidas. Por exemplo, nem todos os padrões de corte podem ser aplicados a uma bobina, uma bobina pode não ser compatível com uma *slitter* ou só pode ser cortada obrigatoriamente para produção de PUDC, etc. Além disso, considerando cada bobina e seus respectivos padrões de corte válidos, é possível ainda verificar se a bobina com aquele padrão gera um refile dentro das especificações de uma *slitter*.

Ao final do processo, foram obtidos, para cada bobina disponível, os padrões de corte válidos para cada tipo (PUDC e TUBOS) com os respectivos refilos e a(s) *slitter(s)* em que ela pode ser cortada. Todos os dados foram armazenados em arquivos simplificados (.txt) para serem utilizados como entrada de um código para montagem do modelo, ou um possível “otimizador”.

Todo esse processo de tratamento dos dados foi realizado através de um código implementado na linguagem Python e executado em um computador com processador Intel Core i7-13700K de 3.40 GHz com 64GB de memória RAM. Algumas partes críticas do código, como a geração de padrões (Algoritmo 1), foram executadas em paralelo, e todo o processo, desde a leitura das planilhas até a geração dos arquivos simplificados, foi concluído em torno de 170 segundos.

6. Considerações finais

Este trabalho apresentou um caso real de uma das unidades da ArcelorMittal Brasil no qual busca-se realizar um planejamento para corte e sequenciamento de bobinas de aço em diferentes máquinas, permitindo o tratamento de diferentes objetivos.

Como um estudo inicial, foi proposto um modelo de programação linear inteira mista para formalizar o problema. A principal característica do modelo é o tratamento de múltiplos objetivos de forma integrada, considerando o déficit no atendimento da demanda, o desperdício de material, a minimização de custos de *setup*, o *makespan* e o balanceamento de tempo e carga entre as *slitters*, e o excesso de produção separado pela Curva ABC.

Apesar de representar o problema de forma mais próxima à realidade da unidade estudada, a partir das dimensões do modelo/problema, ficou evidente a sua complexidade.

O tratamento dos dados foi realizado em poucos segundos, resultando em arquivos simplificados para serem utilizados como entrada para um otimizador que utilize ou não o modelo proposto. Assim, considerando que atualmente uma equipe é responsável pela realização do planejamento mensal da produção, que leva em torno de uma semana, a resolução do problema formalizado neste trabalho possivelmente apresentará ganhos no processo, tanto em termos de automatização quanto em otimização.

O próximo passo deste estudo envolve a implementação do modelo a partir dos arquivos gerados com os dados tratados. Também como trabalhos futuros, tem-se a utilização de meta-heurísticas para resolução do problema/modelo, além da modelagem do problema encontrado na segunda etapa de produção, que envolve o sequenciamento dos rolos (gerados na primeira etapa) nas formadoras de tubo e perfiladeiras. Por fim, tem-se também a integração das duas etapas como uma otimização global do processo.

Agradecimentos: Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq (processo 303850/2022-1) pelo apoio financeiro.

Referências

- Braga, N., Alves, C., e Carvalho, J. M. V. (2016a). Exact solution of combined cutting stock and scheduling problems. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*.
- Braga, N., Alves, C., Macedo, R., e Carvalho, J. V. (2016b). Combined cutting stock and scheduling: a matheuristic approach. *International Journal of Innovative Computing and Applications*, 7(3).
- Giannelos, N. F. e Georgiadis, M. C. (2001). Scheduling of cutting-stock processes on multiple parallel machines. *Chemical Engineering Research and Design*, 79(7):747–753.
- Martin, M., Yanasse, H. H., e Salles-Neto, L. L. (2022). Pattern-based ilp models for the one-dimensional cutting stock problem with setup cost. *Journal of Combinatorial Optimization*, 44(1):557–582.
- Ni, Y., Dai, S., Yuan, S., Wang, B., e Zhang, Z. (2024). Model and algorithm for a two-machine group scheduling problem with setup and transportation time. *Mathematics*, 12(6).
- Pitombeira-Neto, A. R. e Prata, B. A. (2020). A matheuristic algorithm for the one-dimensional cutting stock and scheduling problem with heterogeneous orders. *TOP*, 28(1):178–192.
- Sierra-Paradinas, M., Soto-Sánchez, O., Alonso-Ayuso, A., Martín-Campo, F. J., e Gallego, M. (2021). An exact model for a slitting problem in the steel industry. *European Journal of Operational Research*, 295(1):336–347.
- Soto-Sánchez, O., Sierra-Paradinas, M., Gallego, M., Alonso-Ayuso, A., e Gortázar, F. (2025). A heuristic algorithm to improving the coil slitting process in the steel industry. *Journal of Heuristics*, 31(13).
- Wäscher, G., Haußner, H., e Schumann, H. (2007). An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 183(3):1109–1130.
- Yuen, B. J. (1991). Heuristics for sequencing cutting patterns. *European Journal of Operational Research*, 55(2):183–190.