

## **UMA ABORDAGEM DE PROGRAMAÇÃO POR METAS PARA A ALOCÇÃO DE RECURSOS DO FNDE\***

**Leonardo de Abreu**

Universidade Federal do Ceará  
Campus do Pici, Bloco 910, Fortaleza-CE,  
60.440-900  
leonardo.abreu@lia.ufc.br

**José Antônio Macêdo**

Universidade Federal do Ceará  
Campus do Pici, Bloco 910, Fortaleza-CE,  
60.440-900  
jose.macedo@ufc.br

**Manoel Campêlo**

Universidade Federal do Ceará  
Campus do Pici, Bloco 910, Fortaleza-CE,  
60.440-900  
mcampelo@ufc.br

**Rodrigo Menezes**

Universidade Federal do Ceará  
Campus do Pici, Bloco 910, Fortaleza-CE,  
60.440-900  
rodrigo.menezes@alu.ufc.br

**Lívia Cruz**

Universidade Federal do Ceará, Campus de  
Quixadá  
Av. José de Freitas Queiroz, 5003, Cedro,  
Quixadá-CE, 63.902-580  
livia.almada@ufc.br

**Anselmo Pitombeira-Neto**

Universidade Federal do Ceará  
Campus do Pici, Bloco 735, Fortaleza-CE,  
60.455-900  
anselmo.pitombeira@ufc.br

### **RESUMO**

Este artigo apresenta uma abordagem de programação por metas (goal programming) para a alocação eficiente de recursos financeiros do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) entre seus diversos programas. A proposta busca atender a múltiplos objetivos do governo federal, estabelecidos no Plano Nacional de Educação (PNE), respeitando restrições orçamentárias e critérios de equidade e eficiência. O modelo proposto é abrangente e pode ser adaptado a vários cenários. São reportados experimentos computacionais preliminares com alguns programas do governo e algumas metas do PNE selecionadas, para os quais dados reais estão disponíveis.

**PALAVRAS CHAVE.** Programação por metas. Alocação de recursos. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). Plano Nacional de Educação (PNE).

**Outras aplicações em PO, Métodos Multicritério para Ajuda à Tomada de Decisão.**

### **ABSTRACT**

This paper presents a goal programming approach for the efficient allocation of financial resources from the National Education Development Fund (FNDE) among its various programs. The proposal seeks to meet multiple objectives of the federal government that are established in the National Education Plan (PNE), while respecting budget restrictions and equity and efficiency criteria. The model is comprehensive and can be adapted to various scenarios. Preliminary computational experiments are reported with some government programs and some selected PNE targets, for which real data are available.

**KEYWORDS.** Goal Programming. Resource Allocation. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). Plano Nacional de Educação (PNE).

**Other applications in OR, Multicriteria Methods for Decision Making Support.**

\*Este trabalho foi apoiado pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento Educacional (FNDE) em parceria com a Universidade Federal do Ceará (UFC) por meio do Projeto "Plataforma Big Data e Inteligência Artificial para Governança dos Programas de Educação Básica do FNDE" [TED 12.222/2023].

## 1. Introdução

O Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) é um dos principais instrumentos de financiamento das políticas públicas educacionais no Brasil. Através de programas como o Programa Nacional de Alimentação Escolar (PNAE), o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), o Programa Dinheiro Direto na Escola (PDDE), entre outros, o FNDE distribui recursos que impactam diretamente a qualidade da educação básica em todo o país.

Diante da limitação de recursos públicos e da complexidade dos critérios para sua alocação, torna-se crucial desenvolver métodos quantitativos que auxiliem na tomada de decisão de forma racional e transparente. Nesse contexto, a programação por metas (*goal programming* - GP) apresenta-se como uma ferramenta robusta e apropriada, permitindo considerar múltiplos objetivos simultaneamente — como equidade regional, prioridade a populações vulneráveis e eficiência operacional — ao mesmo tempo em que respeita as restrições orçamentárias impostas ao sistema.

A relevância desse tema se intensifica quando se considera o Plano Nacional de Educação (PNE), instituído pela Lei nº 13.005/2014, que estabelece diretrizes, metas e estratégias para a política educacional brasileira em um horizonte de dez anos [Brasil, 2014].<sup>1</sup> Entre as metas do PNE estão a universalização do ensino básico, a ampliação da jornada escolar, a valorização dos profissionais da educação e a redução das desigualdades educacionais. O cumprimento dessas metas demanda uma gestão eficiente e estratégica dos recursos públicos, o que inclui decisões sobre sua alocação entre os diversos programas e ações federais.

Neste trabalho, propõe-se uma abordagem via programação por metas para orientar a alocação dos recursos financeiros do FNDE entre seus diversos programas, de forma a maximizar o alinhamento com as metas estabelecidas no PNE. O modelo é genérico, capaz de se adaptar a diversos cenários, pode considerar indicadores relacionados a cada meta — como taxas de matrícula, indicadores de qualidade e infraestrutura escolar — e procura distribuir os recursos de maneira a minimizar os desvios em relação aos objetivos definidos. Assim, busca-se fornecer uma ferramenta analítica de apoio à formulação e implementação de políticas públicas mais eficazes, transparentes e orientadas por resultados.

A programação por metas (GP) é uma extensão da programação linear proposta por Charnes et al. [1955] e formalizada mais amplamente por Charnes e Cooper [1961, 1977], com o objetivo de tratar problemas de decisão com múltiplos objetivos (potencialmente conflitantes). Diferentemente da programação linear tradicional, que busca otimizar uma única função objetivo, a GP procura minimizar desvios em relação a metas previamente estabelecidas, permitindo, assim, um tratamento mais realista de problemas do mundo real.

De acordo com Romero [1991], a GP é especialmente útil em situações onde o decisor precisa atender a vários critérios simultaneamente, mesmo que nem todos possam ser atendidos integralmente. A estrutura básica de um modelo de GP envolve a definição de variáveis de decisão, metas desejadas para cada objetivo e variáveis de desvio que indicam o quanto se afasta (positiva ou negativamente) dessas metas. A função objetivo busca minimizar uma combinação ponderada desses desvios.

Na literatura podem ser encontradas algumas revisões bibliográficas sobre o tema. Caballero et al. [2009] realizaram um extenso levantamento das aplicações da GP em decisões gerenciais, destacando sua eficácia em contextos onde múltiplos critérios precisam ser considerados simultaneamente. Eles enfatizam que a GP é particularmente útil na gestão de recursos públicos, onde diferentes objetivos devem ser equilibrados. Outra compilação de trabalhos, realizada por Silva e Marins [2015], destaca os principais modelos de Programação por Metas, tanto determinísticos

<sup>1</sup>A validade do PNE foi prorrogada até 2025. O Projeto de Lei 2614/24, do Poder Executivo, que já se encontra em análise no Congresso Nacional, estabelece um novo Plano Nacional de Educação (PNE) até 2034.

quanto sob incerteza. Eles analisam as vantagens e desvantagens de cada modelo quando aplicados a situações reais, discutindo as implicações para a tomada de decisão em ambientes incertos. Numa revisão mais recente, Colapinto et al. [2020] reapresentam os modelos de GP e destacam suas aplicações na tomada de decisões estratégicas, como investimentos em portfólio, decisões de marketing e campanhas de mídia. Eles ressaltam a flexibilidade da GP em lidar com múltiplos objetivos conflitantes e sua aplicabilidade em diversas áreas da gestão estratégica.

Particularmente na área da educacional, a aplicação da GP na alocação de recursos tem sido tema em diversas pesquisas. Athanassopoulos [1995] propôs uma abordagem integrada de GP com Análise Envolvória de Dados (GoDEA) para a alocação de subsídios às autoridades locais na Grécia, considerando desempenho e equidade entre as regiões. O modelo mostrou-se eficaz para o planejamento multinível orientado por metas.

No Brasil, Ziliotto [2022] desenvolveu um modelo de GP como ferramenta de apoio à tomada de decisão em cenários de múltiplos objetivos conflitantes. O estudo mostrou como o modelo pode ser aplicado no setor público, com potencial de adaptação à área educacional. A pesquisa contribui ao propor um modelo estruturado, destacando a flexibilidade da programação por metas em incorporar as prioridades institucionais.

A Tabela 1 apresenta um resumo dos principais trabalhos revisados, destacando o contexto de aplicação, os critérios utilizados e as contribuições metodológicas de cada estudo. A literatura revisada demonstra a versatilidade e eficácia da programação por metas como instrumento de apoio à tomada de decisões complexas, permitindo a consideração simultânea de múltiplos objetivos e promovendo uma alocação de recursos mais eficiente e equitativa. A proposta deste artigo se insere nesse escopo, com foco específico na alocação de recursos do FNDE, contribuindo para o aprimoramento técnico das políticas públicas educacionais no Brasil.

Tabela 1: Resumo dos trabalhos sobre programação por metas na educação e gestão pública

| Autor(es)                                            | Contexto                                  | Contribuição                                                                      |
|------------------------------------------------------|-------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| Charnes et al. [1955]; Charnes e Cooper [1961, 1977] | Fundamentos da GP                         | Formulação original da programação por metas como extensão da programação linear. |
| Romero [1991]                                        | Teoria decisória                          | Estrutura geral da GP e aplicações multicritério em políticas públicas.           |
| Silva e Marins [2014]; Tamiz et al. [1998]           | Revisão teórica                           | Classificação e desenvolvimento de variantes da GP.                               |
| Caballero et al. [2009]                              | Gestão pública                            | Aplicações da GP integradas a métodos multicritério para decisões gerenciais.     |
| Silva e Marins [2015]                                | Ambientes incertos                        | Revisão da GP determinística e sob incerteza em problemas reais.                  |
| Colapinto et al. [2020]                              | Gestão estratégica                        | Estado da arte dos modelos GP e aplicações em marketing, portfólios e campanhas.  |
| Athanassopoulos [1995]                               | Subsídios públicos para educação (Grécia) | Modelo GoDEA: GP + DEA para planejamento multinível orientado por metas.          |
| Ziliotto [2022]                                      | Administração pública (Brasil)            | GP como apoio à decisão com múltiplos objetivos.                                  |

A Seção 2 apresenta formalmente a abordagem da Programação por Metas (GP), elencando o modelo padrão e suas principais variações. A Seção 3 introduz o modelo proposto, considerando alguns programas do FNDE e algumas metas do PNE. A Seção 4 reporta resultados da aplicação do modelo com dados reais.

## 2. Programação por Metas

A abordagem da *Programação por Metas* (GP, do inglês *goal programming*) pode ser traçada a partir da Programação Linear [Schniederjans, 1995]. Desta forma, considere o Problema de Programação Linear (PPL) na forma padrão descrito abaixo:

$$\min \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1)$$

$$\text{s. a.} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad \text{para } i \in \{1, \dots, m\} \quad (2)$$

$$x_j \geq 0 \quad \text{para } j \in \{1, \dots, n\} \quad (3)$$

Nesse modelo, as variáveis  $x_1, \dots, x_n$  são chamadas de *variáveis de decisão*. As constantes  $c_1, \dots, c_n$  são chamadas de *coeficientes de custo* (ou apenas *custos*) e determinam a contribuição na função objetivo  $z(x_1, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n c_j x_j$  por unidade da variável respectiva. Nas restrições, os coeficientes  $a_{ij}$ , para  $j \in \{1, \dots, n\}$  e  $i \in \{1, \dots, m\}$ , chamados de *coeficientes tecnológicos*, definem o uso por unidade da variável  $x_j$  em relação ao requisito representado pelo *coeficiente do lado direito*  $b_i$ . Finalmente, as restrições (3) exigem, por conveniência, não negatividade das variáveis. É sempre possível obter essa exigência a partir de uma transformação de variáveis.

As restrições (2) em um programa linear também podem ser desigualdades do tipo:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i \quad \text{ou} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i. \quad (4)$$

Observe que a primeira desigualdade em (4) permite um desvio positivo em relação ao coeficiente do lado direito. No jargão de programação linear, esse desvio é chamado de *sobra* ou *excesso*. Já a segunda desigualdade em (4) permite um desvio negativo, chamado de *folga*.

Qualquer que seja o tipo da restrição, uma solução viável deve satisfazer todas elas. Relembre que, caso nenhuma atribuição das variáveis satisfaça todas as restrições simultaneamente, o programa linear é inviável, e, portanto, não possui solução ótima.

## 2.1. Modelo padrão de GP

Considere agora que haja  $p$  objetivos, descritos por funções lineares como em (1) e, para cada um deles, seja estabelecida uma meta, expressa por um valor mínimo, máximo ou exato a ser atingido. Isto nos levaria a restrições lineares, similares a (2) ou (4), isto é:

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} x_j \approx t_i, \quad \text{para } i \in \{1, \dots, p\},$$

onde  $\approx$  simboliza  $=$ ,  $\leq$  ou  $\geq$ . Em alguns casos, a inclusão direta dessas restrições de metas tornaria o problema linear inviável. Sendo assim, em vez de obrigar seu cumprimento, procuramos minimizar os desvios para as metas, construindo uma função objetivo que os agrega [Charnes e Cooper, 1961; Schniederjans, 1995].

Independentemente do caso, o *desvio* para a meta  $i$  pode ser expresso a partir das funções

$$f_i(x_1, \dots, x_n) = \left| \sum_{j=1}^n c_{ij} x_j - t_i \right| \quad \text{para } i \in \{1, \dots, p\}.$$

Precisamente, definimos as variáveis não negativas  $d_i^+$  e  $d_i^-$ , tais que:

- $\sum_{j=1}^n c_{ij} x_j \geq t_i \Rightarrow d_i^+ = f_i(x_1, \dots, x_n)$  e  $d_i^- = 0$ ,
- $\sum_{j=1}^n c_{ij} x_j \leq t_i \Rightarrow d_i^+ = 0$  e  $d_i^- = f_i(x_1, \dots, x_n)$ .

Dessa forma, a variável  $d_i^+$  representa o desvio positivo (excesso) em relação a  $t_i$ , enquanto a variável  $d_i^-$  representa o desvio negativo (folga) em relação a  $t_i$ .

Considere então  $M_+$ ,  $M_-$  e  $M_0$  uma partição de  $\{1, \dots, p\}$  que indexa as metas do tipo  $=$ ,  $\leq$  e  $\geq$ , respectivamente. Idealmente, desejamos  $d_i^+ = 0$ , para  $i \in M_-$ ,  $d_i^- = 0$ , para  $i \in M_+$ , e  $d_i^- + d_i^+ = 0$ , para  $i \in M_0$ . Isto leva ao seguinte modelo padrão de GP:

$$\min \sum_{i \in M_{\leq}} d_i^+ + \sum_{i \in M_{\geq}} d_i^- + \sum_{i \in M_{=}} (d_i^+ + d_i^-) \quad (5)$$

$$\text{s. a.} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad \text{para } i \in \{1, \dots, m\} \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} x_j - d_i^+ + d_i^- = t_i \quad \text{para } i \in \{1, \dots, p\} \quad (7)$$

$$d_i^+, d_i^- \geq 0 \quad \text{para } i \in \{1, \dots, p\} \quad (8)$$

$$x_j \geq 0 \quad \text{para } j \in \{1, \dots, n\} \quad (9)$$

Vale notar que, em qualquer solução ótima do modelo, as restrições (7) garantem uma atribuição de valor às variáveis de desvio conforme sua definição. Isto decorre do fato de que, para cada  $i \in \{1, \dots, p\}$ , ocorre  $d_i^- = 0$  ou  $d_i^+ = 0$ . De fato, considere uma solução  $(\bar{x}, \bar{d})$  viável para (5)–(9), e suponha que  $\bar{d}_i^+, \bar{d}_i^- > 0$  para algum  $i \in \{1, \dots, m\}$ . Então, defina  $\hat{d}$  que difere de  $\bar{d}$  apenas em  $\hat{d}_i^+$  e  $\hat{d}_i^-$ , fazendo  $\hat{d}_i^+ = \max\{0, \bar{d}_i^+ - \bar{d}_i^-\}$  e  $\hat{d}_i^- = \max\{0, \bar{d}_i^- - \bar{d}_i^+\}$ . Temos que  $\hat{d}_i^- = 0$  ou  $\hat{d}_i^+ = 0$ . Além disso, como  $\hat{d}_i^- - \hat{d}_i^+ = \bar{d}_i^- - \bar{d}_i^+$  e  $\hat{d}_i^- + \hat{d}_i^+ = |\bar{d}_i^- - \bar{d}_i^+| < \bar{d}_i^- + \bar{d}_i^+$ , então  $(\bar{x}, \hat{d})$  também é viável e tem valor de função objetivo estritamente menor. Dessa forma, toda solução ótima tem a propriedade desejada.

## 2.2. Variações do modelo padrão de GP

Na literatura, podemos encontrar algumas variantes do modelo base de GP. Por simplicidade, vamos apresentá-las supondo que todas as metas são de igualdade. Começamos admitindo que há uma ordem de importância entre os cumprimentos das metas, o que pode ser modelado com o programa abaixo:

$$\min \sum_{i=1}^p (w_i^+ d_i^+ + w_i^- d_i^-) \quad \text{s. a.} \quad (7)–(9)$$

onde  $w_i^+$  e  $w_i^-$  são constantes positivas que representam o peso relativo a ser atribuído para os desvios. Este é o *modelo de GP ponderado*. Ele é *não preempivo*, ou seja, busca minimizar o desvio total ponderado de todas as metas. As metas cujos cumprimentos têm maior peso devem apresentar menor desvio na solução ótima. Existem várias estratégias para determinar esses pesos, como *processo de hierarquia analítica* [Saaty, 1987] e *análise conjunta* [Green e Srinivasan, 1990].

É válido destacar que os coeficientes de peso relativo  $w_i^+$  e  $w_i^-$ , para  $i \in \{1, \dots, p\}$ , são definidos preferencialmente com um fator de proporcionalidade para normalizar as metas. Em outros termos, temos  $w_i^+ = \frac{u_i}{k_i}$  e  $w_i^- = \frac{v_i}{k_i}$ , onde  $k_i$  é um termo de normalização, enquanto  $u_i$  e  $v_i$  são termos que determinam a prioridade atribuída à meta  $i$ . Dessa forma, se duas metas  $i$  e  $j$  são expressas em unidades de medida distintas, os termos  $k_i$  e  $k_j$  são definidos a fim de equilibrar a diferença entre as unidades de medida e impedir que o modelo priorize determinadas metas apenas por estas serem expressas em unidades de medida associadas a valores numéricos mais elevados.

Quando o estabelecimento de metas se mostra desafiador, os gestores podem indicar intervalos de valores mínimos e máximos em que os objetivos podem variar. Nesse caso, pode-se utilizar um modelo de programação por metas do tipo *Min-Max*, também conhecido como modelo de Chebyshev [Silva e Marins, 2014; Jones e Tamiz, 2010]. Em vez de minimizar a soma dos desvios (como ocorre no modelo ponderado), deve-se buscar reduzir o *maior* desvio dentre todas as metas. Assim, pretende-se alcançar uma solução mais equilibrada, de forma que nenhuma meta seja desatendida excessivamente.

Uma formulação típica do modelo de Chebyshev é apresentada a seguir:

$$\min \quad \lambda \quad \text{s. a.} \quad w_i^+ d_i^+ + w_i^- d_i^- \leq \lambda, \quad \text{para } i \in \{1, \dots, p\}, \quad (7)–(9).$$

Observe que, ao minimizar  $\lambda$ , garantimos que o pior desempenho (em termos dos desvios ponderados) entre todas as metas seja o menor possível, promovendo assim algum equilíbrio entre os objetivos considerados.

Esta abordagem é particularmente útil em situações nas quais se deseja evitar que uma única meta seja prejudicada em detrimento de outras metas [Silva e Marins, 2014]. O modelo de programação por metas Min-Max dá prioridade para o objetivo mais deslocado, o que possibilita a busca de uma solução mais equilibrada para os objetivos.

### 3. Proposta de Modelo para Gerenciamento de Recursos

A alocação de recursos via programação por metas busca determinar a melhor distribuição dos mesmos, considerando múltiplos objetivos e restrições. Esses modelos são amplamente utilizados em cenários práticos, como distribuição de verbas governamentais entre programas em diferentes regiões ou unidades administrativas.

A seguir, propomos um modelo de programação por metas para dar suporte à decisão no gerenciamento de recursos destinados à educação. Este trabalho foi desenvolvido no contexto de um projeto articulado junto com o Ministério da Educação (MEC). Consideramos o seguinte cenário: um gestor tem um valor pré-determinado de recursos para distribuir entre os entes federativos (estados e municípios). Os recursos podem ser atribuídos a cada ente federativo no âmbito de diversos programas do governo federal, relacionados às metas do PNE.

A seguir, apresentamos formulações matemáticas, exploramos algumas variações e comentamos sobre implicações práticas dos modelos.

#### 3.1. Definição das Metas

O PNE estabelece uma série de diretrizes, metas e estratégias para a política educacional brasileira [Brasil, 2014]. Essas diretrizes, no entanto, são definidas em linguagem natural de forma muito ampla. A Meta 1, por exemplo, consiste em: "Universalizar, até 2016, a Educação Infantil na pré-escola para crianças de 4 a 5 anos de idade e ampliar a oferta de Educação Infantil em creches de forma a atender, no mínimo, 50% das crianças de até 3 anos até o final da vigência deste PNE". É válido ressaltar que tais metas não foram atingidas no prazo estabelecido (2016) e que o PNE definido em 2014 ainda está em execução.

Observe que, definido dessa forma, não é imediato como as Metas do PNE devem ser representadas em programação por metas via restrições lineares. O PNE, no entanto, define uma série de indicadores para cada Meta, a fim de avaliar o cumprimento dessas metas, os quais podem servir de inspiração para a definição das restrições no modelo. Para a Meta 1, por exemplo, há o indicador "percentual da população de 4 a 5 anos que frequenta a escola/creche" para cada Estado e Região da federação. Nessa perspectiva, a meta poderia ser "representada" pelos indicadores associados, para os quais se pode quantificar patamares desejados.

Além disso, o MEC, durante os ciclos do Programa de Ações Articuladas (PAR), também solicita que os entes federativos (estados, municípios e o Distrito Federal) forneçam ou declarem uma série de dados, que incluem indicadores de diagnóstico referentes às Metas do PNE. Alguns desses indicadores referentes ao 4º ciclo do PAR utilizam unidades absolutas, enquanto nos ciclos anteriores eles eram solicitados em unidades relativas (porcentagem). Assim, os dados de diagnóstico do 4º ciclo do PAR, além de mais atuais, foram mais apropriados para o modelo. Nesse diagnóstico, a partir da capacidade atual de suas redes de ensino infantil, fundamental e médio, os estados e municípios declaram, entre outros números, quantos alunos podem ser atendidos; quantos alunos estão sendo atendidos em unidades que precisam ser substituídas (como galpão, barracão, etc.); quantos alunos são atendidos por transporte escolar, e quantos precisam deste serviço, mas não há vagas suficientes.

Os dados de diagnóstico, bem como outros indicadores de desempenho dos estados e municípios, podem ser encontrados no SIMEC (Sistema Integrado de Monitoramento, Execução e Controle), uma plataforma do MEC que gerencia informações, recursos e ações de programas educacionais – não apenas o PAR, como também outros projetos e programas do FNDE e MEC.

Nesse contexto, para a apresentação e uma avaliação inicial do modelo, consideramos as seguintes Metas do PNE:

- Meta 1 Universalizar, até 2016, a educação infantil na pré-escola para as crianças de 4 (quatro) a 5 (cinco) anos de idade e ampliar a oferta de educação infantil em creches de forma a atender, no mínimo, 50% (cinquenta por cento) das crianças de até 3 (três) anos até o final da vigência deste PNE.;
- Meta 2 Universalizar o ensino fundamental de 9 (nove) anos para toda a população de 6 (seis) a 14 (quatorze) anos e garantir que pelo menos 95% (noventa e cinco por cento) dos alunos concluam essa etapa na idade recomendada, até o último ano de vigência deste PNE;
- Meta 3 Universalizar, até 2016, o atendimento escolar para toda a população de 15 (quinze) a 17 (dezessete) anos e elevar, até o final do período de vigência deste PNE, a taxa líquida de matrículas no ensino médio para 85% (oitenta e cinco por cento).

Para limitar o escopo do trabalho e sem prejuízo na descrição do modelo, optamos por considerar apenas a oferta de vagas na rede pública de educação e a oferta de transporte escolar. Assim, a partir de dados do SIMEC, estimamos os custos totais (em reais) para corrigir o *deficit* de vagas em cada município/estado na rede de ensino Infantil, Fundamental ou Médio. Seja então  $m_{kj}$  este custo associado ao ente federativo  $j$  e à Meta  $k \in \{1, 2, 3\}$ . Adicionalmente, a partir de dados de projetos financiados pelo FNDE, determinamos o custo unitário  $c_{kj}$  para oferecer uma vaga relativa à Meta  $k$  no ente federativo  $j$ . Mais detalhes sobre o cálculo desses custos são abordados na Seção 4. Definindo a variável  $y_{kj}$ , que representa quantas vagas deveriam ser abertas para atingir a Meta  $k$  no ente federativo  $j$ , estabelecemos a seguinte meta para o modelo:

$$c_{kj}y_{kj} + \delta_{kj}^- - \delta_{kj}^+ = m_{kj}, \quad (10)$$

onde  $\delta_{kj}^-$  e  $\delta_{kj}^+$  representam, respectivamente, desvios negativos e positivos para os patamares estabelecidos.

Similarmente, definimos uma meta referente à oferta de transporte escolar no município/estado  $j$ :

$$c_{4j}y_{4j} + \delta_{4j}^- - \delta_{4j}^+ = m_{4j}, \quad (11)$$

onde  $c_{4j}$  é o custo *per capita* do transporte escolar no ente federativo  $j$ , e  $m_{4j}$  é o valor (em reais) que deve ser empenhado para disponibilizar transporte escolar naquele estado/município.

Para simplificar o modelo, podemos fixar os desvios positivos em 0, já que as metas definidas buscam atingir 100%, enquanto as diretrizes do PNE são menos otimistas, exigindo apenas 50% no caso da educação infantil, ou 95% de oferta de vagas para o ensino fundamental.

### 3.2. Formulação Matemática

Apresentamos nesta subseção o modelo de GP de forma genérica, procurando evidenciar que ele pode abranger outros programas e metas, além daqueles mencionados na subseção anterior. Para tal, sejam  $I$  o conjunto de programas de financiamento para a educação a serem considerados (por exemplo, PAR e Caminho da Escola), e  $J$  o conjunto de entes federativos (estados ou municípios) que receberão recursos desses programas. Seja também  $K$  conjunto de metas em foco, como discutido na Seção 3.1, e  $K_i \subset K$ , para  $i \in I$ , o subconjunto dessas metas que são impactadas pelo programa  $i$ . Além disso, considere o *orçamento total*  $T$  (em reais) a ser distribuído entre os programas.

Propomos o seguinte modelo para o problema de alocação de recursos do FNDE:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} (w_{kj}^+ \delta_{kj}^+ + w_{kj}^- \delta_{kj}^-) \quad (12)$$

$$\text{s. a.} \quad \sum_{i \in I} x_i \leq T \quad (13)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K_i} c_{kj} y_{kj} \leq x_i, \quad \forall i \in I \quad (14)$$

$$c_{kj} y_{kj} + \delta_{kj}^- - \delta_{kj}^+ = m_{kj}, \quad \forall k \in K, \forall j \in J \quad (15)$$

$$0 \leq \delta_{kj}^-, \delta_{kj}^+ \leq m_{kj}, \quad \forall k \in K, \forall j \in J \quad (16)$$

$$x_i \geq 0, \quad \forall i \in I \quad (17)$$

$$y_{kj} \in Y_{kj} \quad \forall k \in K, \forall j \in J \quad (18)$$

No modelo acima,  $x_i$  é a variável de decisão que representa a quantidade de recurso alocada no programa  $i$ , para  $i \in I$ . Para cada  $k \in K$  e  $j \in J$ , o conjunto  $Y_{kj}$  contém os possíveis valores da variável  $y_{kj}$ . Por exemplo, se  $y_{kj}$  é o número de vagas no ensino fundamental em escolas construídas segundo projetos padrão do FNDE no município  $j$ , os elementos de  $Y_{kj}$  poderiam ser combinações de múltiplos de 350 (escola com 5 salas) com múltiplos de 910 (escola com 13 salas). A restrição referente à variável  $y_{kj} \in Y_{kj}$  poderia ser implementada com uso de variáveis inteiras, da seguinte de forma:  $y_{kj} = 350v_{kj}^1 + 910v_{kj}^2$ , com  $v_{kj}^1, v_{kj}^2 \in \mathbb{Z}$ . Além disso,  $v_{kj}^1$  e  $v_{kj}^2$  podem ser limitadas superiormente, dependendo das condições do ente federativo  $j$ .

Note que, se todas as metas tiverem seus desvios expressos em reais, como as metas definidas na Seção 3.1, é razoável normalizar os pesos na função objetivo para que estes tenham como unidade de medida o número de alunos atendidos. Se os desvios não forem normalizados, o modelo dará prioridade para metas mais custosas, mesmo que o benefício final obtido seja menor (i.e. menos estudantes sejam atendidos). Dessa forma, para a meta  $k \in K$  em relação ao município/estado  $j$ , os pesos são definidos como

$$w_{kj}^+ = \frac{u_{kj}^+}{c_{kj}}, \quad w_{kj}^- = \frac{u_{kj}^-}{c_{kj}},$$

enquanto  $u_{kj}^+$  e  $u_{kj}^-$  são parâmetros que estabelecem a relação de prioridade entre os diversos pares município/meta, para cada tipo de desvio.

Avaliamos duas alternativas para a definição dos parâmetros  $u_{kj}^+$  e  $u_{kj}^-$ . Em ambas, definimos  $u_{kj}^+ = 0$ , para todos  $k$  e  $j$ , o que se alinha ao comentário do final da subseção anterior, apontando que os desvios positivos poderiam ser considerados nulos. Na primeira alternativa, admite-se que todas as metas de todos os municípios possuem a mesma importância, traduzido por  $u_{kj}^- = 1$ , para todos  $k$  e  $j$ . Na segunda alternativa, faz-se  $u_{kj}^- = \frac{1}{m_{kj}}$ , para todos  $k$  e  $j$ . Isso define uma função objetiva que minimiza a soma percentual de vagas não atendidas para o cumprimento de cada meta. Uma terceira alternativa, a ser avaliada futuramente, consiste em definir  $u_{kj}^-$  admitindo que as metas em um mesmo ente federativo sejam equivalentes, enquanto os municípios e estados poderiam ser ranqueados em uma lista de prioridade, sendo ela preemptiva ou não preemptiva [Lee, 1972; Jones e Tamiz, 2010].

### 3.3. Modelo Simplificado

A simplificação das restrições de metas, com a remoção explícita dos desvios positivos, como discutida anteriormente, leva (15) à seguinte identidade:

$$y_{kj} = m'_{kj} - \delta_{kj}, \quad (19)$$

onde  $m'_{kj} = \frac{m_{kj}}{c_{kj}}$  e  $\delta_{kj} = \frac{\delta_{kj}^-}{c_{kj}}$ . Naturalmente, podemos presumir  $c_{kj} > 0$ . Como  $y_{kj}$  é uma variável discreta e  $m'_{kj}$  é uma constante, a variável  $\delta_{kj}$  também é discreta. Ao substituirmos (19) em (14) e usarmos  $u_{kj} = u_{kj}^-$ , chegamos ao seguinte modelo sem as variáveis  $y$ :

$$\min \quad Z = \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} u_{kj} \delta_{kj} \quad (20)$$

$$\text{s. a.} \quad \sum_{i \in I} x_i \leq T \quad (21)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K_i} (m'_{kj} - \delta_{kj}) c_{kj} \leq x_i, \quad \forall i \in I \quad (22)$$

$$\delta_{kj} \in \{m'_{kj} - y \mid y \in Y_{kj}\}, \quad \forall k \in K, \forall j \in J \quad (23)$$

$$x_i \geq 0, \quad \forall i \in I \quad (24)$$

Vale observar que também as variáveis  $x_i$  poderiam ser eliminadas, somando as restrições (22) e substituindo o resultado em (21). Preferimos mantê-las para deixar explícita a alocação em cada programa. Alternativamente, este modelo mais simples poderia ser expresso apenas nas variáveis  $y_{kj}$ , resultando em um problema de mochila com variáveis discretas.

Além do modelo acima, também consideramos a seguinte variante, que utiliza uma estratégia Min-Max:

$$\min \quad \lambda \quad \text{s. a.} \quad \frac{c_{kj}}{m'_{kj}} \delta_{kj} \leq \lambda, \quad \forall k \in K \forall j \in J, \quad Z \leq b, \quad (21-24), \quad (25)$$

em que  $b$  pode ser calculado a partir de uma solução ótima de (20–24), por exemplo, permitindo que  $Z$  seja até 10% ou 20% pior que o valor ótimo.

Para os testes computacionais na Seção 4, consideramos  $Y_{kj} = \mathbb{Z}_+$ , para todos  $k$  e  $j$ . Isso implica  $\delta_{kj} \in \mathbb{Z}_+$  em (23), pois  $m'_{kj} = \frac{m_{kj}}{c_{kj}} \in \mathbb{Z}$  é número de vagas que devem ser oferecidas para atingir a Meta do PNE correspondente, que é inteiro.

#### 4. Validação Experimental

A fim de validar o modelo, utilizamos as metas definidas na Seção 3.1, avaliando o programa PAR, especificamente no que se refere à construção ou reforma de escolas e creches, e a aquisição de veículos para transporte escolar referente ao programa Caminho da Escola. Para isso, coletamos os seguintes índices para os 26 estados da federação e o Distrito Federal, como também para suas respectivas capitais, os quais foram obtidos de páginas oficiais do governo brasileiro, como a plataforma SIMEC.

1. Número de alunos que precisam de vagas na Educação Infantil, mas não há disponibilidade de vagas na região em que vive, ou estão em escolas que precisam ser substituídas por estarem em prédio alugado ou cedido temporariamente, ou ainda, estão em escolas que precisam ser substituídas por estarem em galpão/rancho/paiol/barracão, local compartilhado, provisório ou outro motivo;
2. Número de alunos que precisam de vagas na Educação Fundamental, mas não há disponibilidade de vagas na região em que vive, ou estão em escolas que precisam ser substituídas por estarem em prédio alugado ou cedido temporariamente, ou ainda, estão em escolas que precisam ser substituídas por estarem em galpão/rancho/paiol/barracão, local compartilhado, provisório ou outro motivo;

3. Número de alunos que precisam de vagas na Educação Médio, mas não há disponibilidade de vagas na região em que vive, ou estão em escolas que precisam ser substituídas por estarem em prédio alugado ou cedido temporariamente, ou ainda, estão em escolas que precisam ser substituídas por estarem em galpão/rancho/paiol/barracão, local compartilhado, provisório ou outro motivo;
4. Número de estudantes que necessitam mas não estão sendo atendidos pelo transporte escolar, ou são atendidos por transporte escolar que precisa ser substituído por ser de serviço terceirizado ou por necessidade de renovação da frota própria.;
5. Custo para disponibilização de uma vaga na educação infantil/creche, ou na rede de ensino fundamental e médio;
6. Custo *per capita* para disponibilização de transporte escolar;

Em relação ao modelo, os índices 1–4 definem os termos  $m'_{kj}$ , enquanto os índices 5 e 6 definem os termos  $c_{kj}$ .

Os índices 1–4, foram declarados pelos gestores dos entes federativos e podem conter inconsistências ou estar incompletos. Ainda assim, avaliamos que são os dados mais confiáveis que estão disponíveis na atualidade.

Quanto ao índice 5, o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação (Fundeb) divulga periodicamente levantamentos de valores anuais por aluno (VAAF), valores anuais totais por aluno (VAAT) e valor anual total mínimo por aluno (VAAT-MIN), assim como estimativas desses valores para períodos posteriores. Entretanto, os cálculos desses valores incluem quantidades referentes a outros programas relacionados ao Fundeb e até parcela da participação pela exploração de petróleo e gás natural vinculada à educação. Dessa forma, optou-se por utilizar outra estimativa para o custo *per capita* para oferecimento de vaga na rede de ensino.

Calculamos, na verdade, o índice 5 como o preço por vaga oferecida com a construção de escola de acordo com o Projeto Escola 13 Salas do FNDE para o ano de 2023, o qual consiste em um projeto de infra-estrutura (projeto arquitetônico) padronizado definido pelo FNDE para a construção de uma escola com 13 salas com capacidade total de 910 matrículas. A escola é destinada à etapa do ensino fundamental I e II, compostos pelos segmentos do 1º ao 9º ano, com possibilidade de duas turmas simultâneas para quatro dos segmentos. Escolhemos esse projeto, pois anualmente é publicado um estudo descrevendo o custo de realização do mesmo em cada estado da federação e no Distrito Federal. Além disso, esse projeto é aplicado com bastante frequência em vários municípios, e parece ser o predominante nos últimos anos dentre os projetos padronizados. Extrapolamos essa estimativa para as redes de ensino infantil e médio para simplificar o experimento.

Para o índice 6, foram utilizadas estimativas do Programa Nacional de Apoio ao Transporte Escolar (PNATE) para o ano de 2023. Apesar de não serem valores ideais, não encontramos um estudo abrangente sobre o custo do transporte escolar que contemple as diferenças regionais, os diferentes modais de transporte (terrestre e aquático, por exemplo), entre outros aspectos. Os dados de custo *per capita* do transporte do PNATE são aqueles disponíveis mais próximos da realidade, apesar de se referirem a outro programa (e não ao Caminho da Escola).

Dessa forma, definimos o conjunto de projetos  $I = \{\text{"Escola"}, \text{"Transporte"}\}$ , em que o projeto “Escola” agrupa as metas referentes ao PAR, e o projeto “Transporte” agrupa as metas referentes ao programa Caminho da Escola. A partir disso, define-se a restrição (21). Definimos também  $J$  como o conjunto dos 26 estados da federação junto com o Distrito Federal, e as respectivas capitais. Para cada estado ou capital  $j \in J$ , temos as restrições descritas a seguir.

Para o projeto “Escola”, temos metas do tipo (10), para  $i \in \{1, 2, 3\}$ , relacionadas às vagas de ensino Infantil, Fundamental e Médio, respectivamente. A partir dessas metas, obtêm-se as restrições (22) e (23), nas quais  $m'_{1j}$ ,  $m'_{2j}$  e  $m'_{3j}$  correspondem, respectivamente, aos índices 1, 2 e 3, e  $c_{1j}$ ,  $c_{2j}$  e  $c_{3j}$  são iguais ao índice 5.

Com relação ao projeto “Transporte”, as metas são do tipo (11), com  $i = 4$ , que refere-se às metas de vagas de transporte escolar. Então, as restrições (22) e (23) obtidas a partir da meta  $i = 4$  são tais que  $m'_{4j}$  corresponde, ao índice 4, e  $c_{4j}$  é equivalente ao índice 6.

Além disso, todos os desvios são inteiros e não ultrapassam o valor da meta, ou seja:

$$\delta_{kj} \in \{y \in \mathbb{Z}_+ \mid y \leq m'_{kj}\}, \forall k \in \{1, 2, 3, 4\}, \forall j \in J.$$

Para efeito de comparação, consideramos os repasses do programa PAR no ano de 2023. Sendo assim, no modelo usamos  $T = 191.914.428,74$  reais, que foi o valor total de repasses do PAR no ano de 2023 para estados e capitais, excluindo aqueles não relacionados à construção e reforma de escolas/creches ou a transporte. Os experimentos foram realizados utilizando o pacote CPLEX Optimizer 22.1.1.

Tabela 2: Comparação entre os Repasses do PAR 2023 e as abordagens de Programação por Metas

| Solução     | Escola (R\$)   | Transporte (R\$) | Nº Vagas Escola | Nº Vagas Transporte | Z            | $\lambda$ |
|-------------|----------------|------------------|-----------------|---------------------|--------------|-----------|
| PAR 2023    | 151 754 314,35 | 40 160 114,39    | 12 213,88       | 218 723,87          | 4 956 141,25 | 14 499,18 |
| GP          | 0,00           | 191 914 413,49   | 0,00            | 1 063 979,00        | 4 123 100,00 | 14 517,00 |
| GP-r10      | 81 082 307,86  | 110 818 555,42   | 5 826,00        | 645 878,00          | 4 535 375,00 | 13 467,03 |
| GP-r12 5    | 99 350 275,60  | 92 557 687,96    | 7 171,00        | 541 421,00          | 4 638 487,00 | 13 440,39 |
| GP-r15      | 117 491 966,25 | 74 422 354,72    | 8 507,00        | 437 063,00          | 4 741 509,00 | 13 415,02 |
| GP-r20      | 152 975 159,35 | 38 939 249,64    | 11 120,00       | 231 928,00          | 4 944 031,00 | 13 363,78 |
| GP-Relativo | 88 417 830,17  | 103 492 422,23   | 7 107,00        | 539 144,00          | 4 640 828,00 | 14 517,00 |

A Tabela 2 compara os repasses do PAR em 2023 com as soluções apresentadas pelo modelo de programação por metas simplificado com  $u_{kj} = 1$  (GP), por este mesmo modelo com  $u_{kj} = \frac{1}{m'_{kj}}$  (GP-Relativo) e pela estratégia Min-Max (GP-r $\rho$ , onde  $\rho$  é o percentual de aumento permitido para  $Z$ ). As colunas “Escola” e “Transporte” indicam o valor destinado aos respectivos programas. As colunas “Nº Vagas Escola” e “Nº Vagas Transporte” indicam o número de vagas de ensino e transporte escolar, respectivamente, que seriam oferecidas como resultado dos repasses. As colunas “Z” e “ $\lambda$ ” indicam, respectivamente, a soma dos desvios (20) e o valor da função objetivo em (25). As entradas na linha “PAR 2023” foram calculados a partir dos repasses a cada estado e capital, respeitando a formulação (20–24).

Observe que o modelo de programação por metas indica que se deveria dar prioridade ao programa Caminho da Escola, caso se deseje maximizar o número de vagas oferecidas, o que permitiria reduzir em até 17.6% o total dos desvios (coluna  $Z$ ) em relação aos repasses de 2023. A tabela também indica que soluções mais equilibradas em relação aos repasses entre os programas podem ser obtidas utilizando a etapa de refino com diferentes parâmetros ( $\rho$  entre 10% e 20%). Destacamos a solução do modelo GP-r20, que teve uma distribuição similar ao PAR 2023 em relação aos programas, mas que permitiria oferecer 13 204 vagas de transporte e 1 093 vagas para alunos a mais em relação ao repasse do PAR, enquanto mantém a função  $\lambda$  cerca de 8% menor.

## 5. Considerações Finais

A programação por metas se apresenta como uma abordagem promissora para o auxílio à tomada de decisão na alocação de recursos do FNDE, pois pode prover fundamentos analíticos para o gestor, e oferece uma base de comparação entre distribuições distintas. Os modelos descritos podem ser adaptadas a diferentes cenários e considerar outros programas do FNDE.

Como trabalhos futuros, experimentos em uma base de dados mais abrangente podem ser realizados, a fim de elucidar as capacidades e limitações dessa abordagem. Além disso, pode-se avaliar a utilização de uma forma de ranqueamento entre os entes federativos aplicada a função objetivo

do modelo de programação por metas. Finalmente, é imprescindível que essas ferramentas sejam avaliadas junto à gestão do FNDE, a fim de compreender a aplicabilidade delas e a possibilidade de adaptação para atender as necessidades da unidade gestora do fundo.

### Referências

- Athanassopoulos, A. (1995). Goal programming and data envelopment analysis (GoDEA) for target-based multi-level planning: Allocating central grants to the greek local authorities. *European Journal of Operational Research*, 87:535–550.
- Brasil (2014). Plano nacional de educação (PNE) 2014-2024: Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014. <http://pne.mec.gov.br/>. Acesso em: maio de 2025.
- Caballero, R., Gómez, T., e Ruiz, F. (2009). Goal programming: realistic targets for the near future. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 16(3-4):79–110.
- Charnes, A., Cooper, W. W., e Ferguson, R. O. (1955). Optimal estimation of executive compensation by linear programming. *Management Science*, 1(2):138–151.
- Charnes, A. e Cooper, W. (1961). Management models and industrial applications of linear programming. *Management Science*, 8(1):1–25.
- Charnes, A. e Cooper, W. (1977). Goal programming and multiple objective optimizations. *European Journal of Operational Research*, 1(1):39–54.
- Colapinto, C., Jayaraman, R., e La Torre, D. (2020). *Goal Programming Models for Managerial Strategic Decision Making*, p. 487–507. Springer International Publishing.
- Green, P. E. e Srinivasan, V. (1990). Conjoint Analysis in Marketing: New Developments with Implications for Research and Practice. *Journal of Marketing*, 54(4):3–19.
- Jones, D. e Tamiz, M. (2010). *Practical Goal Programming*, volume 141 of *International Series in Operations Research & Management Science*. Springer US.
- Lee, S. M. (1972). *Goal programming for decision analysis*. Auerbach, 1. ed edition.
- Romero, C. (1991). *Handbook of Critical Issues in Goal Programming*. Pergamon Press.
- Saaty, R. (1987). The analytic hierarchy process—what it is and how it is used. *Mathematical Modelling*, 9(3-5):161–176.
- Schniederjans, M. J. (1995). *Goal Programming: Methodology and Applications*. Springer US.
- Silva, A. F. e Marins, F. A. (2015). Revisão da literatura sobre modelos de programação por metas determinística e sob incerteza. *Production*, 25(1):92–112.
- Silva, A. F. d. e Marins, F. A. S. (2014). Revisão da literatura sobre modelos de Programação por Metas determinística e sob incerteza. *Production*, 25:92–112.
- Tamiz, M., Jones, D., e Romero, C. (1998). Goal programming for decision making: An overview of the current state-of-the-art. *European Journal of Operational Research*, 111(3):569–581.
- Ziliotto, C. (2022). Aplicação da programação por metas como auxílio na tomada de decisão em cenários de múltiplos objetivos. Master's thesis, Universidade Federal do Paraná.