57º SBPO
SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL
Gramado • RS
DE 5 A 9 DE OUTUBRO DE 2025

Otimização Multiobjetivo no Planejamento Estratégico da Gestão de Frota em Locadoras de Veículos

Juan de Souza Faustino
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Av. Amazonas, 7675, Nova Gameleira, Belo Horizonte, MG
faustino.juan@gmail.com

Flávio Vinícius Cruzeiro Martins
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Av. Amazonas, 7675, Nova Gameleira, Belo Horizonte, MG
flaviocruzeiro@cefetmg.br

RESUMO

Este artigo propõe um modelo de otimização multiobjetivo para apoiar a tomada de decisão no complexo processo de renovação de frota em empresas de locação de veículos. O problema aborda a transição de veículos das lojas de locação para pontos de revenda, um processo que requer uma etapa intermediária em instalações especializadas para revisão e preparação dos automóveis. O modelo visa minimizar simultaneamente dois objetivos conflitantes: o custo total de frete envolvido na movimentação dos veículos e o número total de instalações de revisão a serem utilizadas/implantadas. Dada a natureza deste problema, que envolve alta capilaridade e dispersão geográfica, especialmente no contexto brasileiro, a modelagem matemática precisa e métodos de solução eficazes são cruciais para a eficiência operacional e estratégica do negócio. Este trabalho detalha a formulação do problema, os critérios de otimização, o modelo matemático multiobjetivo proposto e uma metodologia para sua validação.

PALAVRAS-CHAVE. Otimização Multiobjetivo, Localização de Facilidades, Locadoras de veículos.
Otimização Multiobjetivo
Logística e Transportes
Programação Matemática

ABSTRACT

This article proposes a multi-objective optimization model to support decision-making in the complex fleet renewal process for vehicle rental companies. The problem addresses the transition of vehicles from rental locations to resale points, a process requiring an intermediate step at specialized facilities for vehicle inspection and preparation. The model aims to simultaneously minimize two conflicting objectives: the total freight cost involved in moving the vehicles and the total number of inspection/preparation facilities to be used/deployed. Given the nature of this problem, which involves high capillarity and geographical dispersion, especially in the Brazilian context, precise mathematical modeling and effective solution methods are crucial for the operational and strategic efficiency of the business. This work details the problem formulation, optimization criteria, the proposed multi-objective mathematical model, and a methodology for its validation.

KEYWORDS. Multi-Objective Optimization, Facility Location, Rent-a-car agency.
Multi-Objective Optimization
Logistics and Transportation
Mathematical Programming

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212265
https://proceedings.science/p/212265?lang=pt-br

1. Introdução

A logística é uma área multifacetada que engloba uma miríade de elementos e variáveis, frequentemente resultando em problemas de alta complexidade. Para que estes componentes interajam de forma eficiente, é fundamental não apenas o bom senso ou a experiência profissional, mas também a compreensão e aplicação de ferramentas tecnológicas e analíticas. No contexto empresarial, a logística transcende a mera movimentação de materiais; ela se configura como um esforço integrado que visa criar valor para o cliente, buscando o menor custo total possível, pois, em sua essência, a logística existe para satisfazer às necessidades dos clientes. O trabalho [Ballou 2009] conceitua a logística empresarial como uma abordagem sistemática para o planejamento, aprimoramento e organização das atividades, de modo a entregar valor superior ao cliente.

Para os autores de [Bowersox e Closs 2007] o conceito de logística está diretamente ligado à satisfação do cliente. Logística é um esforço integrado com o intuito de ajudar a criar valor ao cliente pelo menor custo total possível, pois este esforço existe para satisfazer às necessidades dos clientes.

Conforme afirmado em [Bowersox e Closs 2007], a logística é um esforço feito por empresas que valorizam e se preocupam com a satisfação do cliente, e para tanto elas colocam em prática estratégias que fidelizem seus clientes e os aproximem pelo menor preço. O trabalho apresentado em [Ballou 2009] conceitua logística empresarial como uma solução para os problemas, identificando o planejamento, a melhora e a facilidade com que as atividades são organizadas para entregar valor ao cliente. Significa que a logística empresarial nasce para satisfazer o cliente.

Um exemplo emblemático da importância da logística é o da Amazon que, embora não pioneira no e-commerce, destacou-se pela rápida expansão impulsionada pela Internet [Ghemawat 2009]. Um dos maiores desafios para empresas nesse setor é a capacidade logística de garantir que o consumidor final receba o produto de forma alinhada ao modelo de negócio proposto [Carvalho e Encantado 2006]. O sucesso de muitas dessas empresas reside na habilidade de conectar as motivações de compra online dos consumidores com processos logísticos eficientes, segundo [Tortorelli 2018].

No Brasil, a discussão sobre logística invariavelmente remete aos desafios da infraestrutura nacional e suas profundas implicações para o desenvolvimento econômico e social [Pereira e Gonçalves 2018]. Embora existam estudos e propostas de soluções para mitigar essas deficiências, também podemos encarar este cenário como um campo fértil para oportunidades, onde ideias e ferramentas inovadoras podem auxiliar as empresas a superarem tais obstáculos.

O problema específico da transição e renovação de frotas em empresas de locação de veículos é um exemplo prático dessa necessidade. Este processo é, em sua essência, um problema de localização de facilidades, onde se busca determinar a quantidade e os locais ótimos para instalações que atendam às demandas do problema da forma mais eficiente possível. Este trabalho propõe uma variação que se assemelha a problemas clássicos como o p-medianas [Hakimi 1964], um tema extensamente pesquisado dada sua relevância e aplicabilidade prática [Brandeau e Chiu 1989].

Contudo, além da decisão sobre o número e a localização das instalações, é crucial considerar a minimização dos custos de frete associados à movimentação dos veículos. Surge, então, um conflito inerente: a redução no número de instalações tende a elevar os custos de transporte para movimentar todos os veículos e zerar os estoques. Este cenário, caracterizado por múltiplos objetivos conflitantes, torna as técnicas de Otimização Multiobjetivo particularmente valiosas para o planejamento estratégico e a tomada de decisão [Deb 2001].

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212265
https://proceedings.science/p/212265?lang=pt-br

Diante disso, este trabalho visa aprofundar o entendimento dos elementos logísticos envolvidos nesse processo e apresentar um modelo de Otimização Multiobjetivo para apoiar as decisões estratégicas relacionadas à gestão de frotas em empresas de locação de veículos.

2. Descrição do Problema

A renovação da frota é um pilar para a satisfação do cliente e para a sustentabilidade das margens operacionais em um negócio de locação de veículos. Veículos com maior tempo de uso tendem a incorrer em custos de manutenção mais elevados, o que pode pressionar a rentabilidade da empresa e comprometer a experiência do cliente. Consequentemente, torna-se imperativo um processo anual de renovação, no qual os veículos que atingem o final de seu ciclo de vida na locação são transferidos para serem comercializados em lojas de seminovos.

Antes de serem revendidos, esses veículos devem passar por um processo de revisão e preparação em instalações especializadas, assegurando assim a qualidade e o padrão dos seminovos ofertados. A definição da quantidade e da localização geográfica dessas instalações representa uma decisão estratégica de grande impacto para a companhia, pois influencia diretamente tanto os custos de frete quanto os custos de revisão, afetando o custo operacional global da frota.

Tipicamente, uma empresa de locação de veículos opera com uma rede de lojas de locação dispersas geograficamente e um conjunto de lojas de revenda de seminovos. Dado que os mercados de locação e revenda possuem características e demandas distintas, a quantidade e a localização dessas diferentes unidades de negócio também variam consideravelmente. Uma vez estabelecida a quantidade de veículos a serem retirados da frota de locação (a oferta), define-se também a demanda correspondente das lojas de seminovos, baseada em estudos de mercado.

O desafio central que este artigo aborda é, então, determinar onde e quantas instalações de revisão devem ser estabelecidas ou utilizadas. Esta decisão deve considerar dois objetivos principais e conflitantes: por um lado, busca-se minimizar os custos totais de frete associados ao deslocamento dos veículos das lojas de locação para as instalações de revisão, e destas para as lojas de revenda. Por outro lado, a abertura e manutenção de cada instalação implicam custos fixos e operacionais significativos, levando a um desejo de minimizar também o número total de instalações. Este é, portanto, um problema de otimização multiobjetivo, onde a melhoria em um critério frequentemente leva à piora no outro, exigindo uma análise de *trade-off* para a tomada de decisão.

Na figura 1 pode-se observar um exemplo reduzido de uma operação com 10 lojas de locação, representadas por círculos, e 5 lojas de revenda, representadas por quadrados, e 3 instalações de revisão representadas por triângulos. As setas em azul representam as remessas de veículos das lojas de locação para serem revisados nas instalações para, então, serem despachados para as lojas de revenda, representado por setas em vermelho.

3. Critérios de Otimização

Este problema é caracterizado pela necessidade de otimizar simultaneamente dois critérios principais, que são inerentemente conflitantes:

1. **Objetivo 1 - Minimizar o Custo Total de Deslocamento dos Veículos**: Este objetivo visa reduzir as despesas logísticas associadas ao transporte dos veículos desde as lojas de locação até as instalações de revisão e, subsequentemente, das instalações de revisão até as lojas de revenda. Este custo é diretamente influenciado pelas distâncias percorridas e pela quantidade de veículos movimentados em cada rota.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212265
https://proceedings.science/p/212265?lang=pt-br

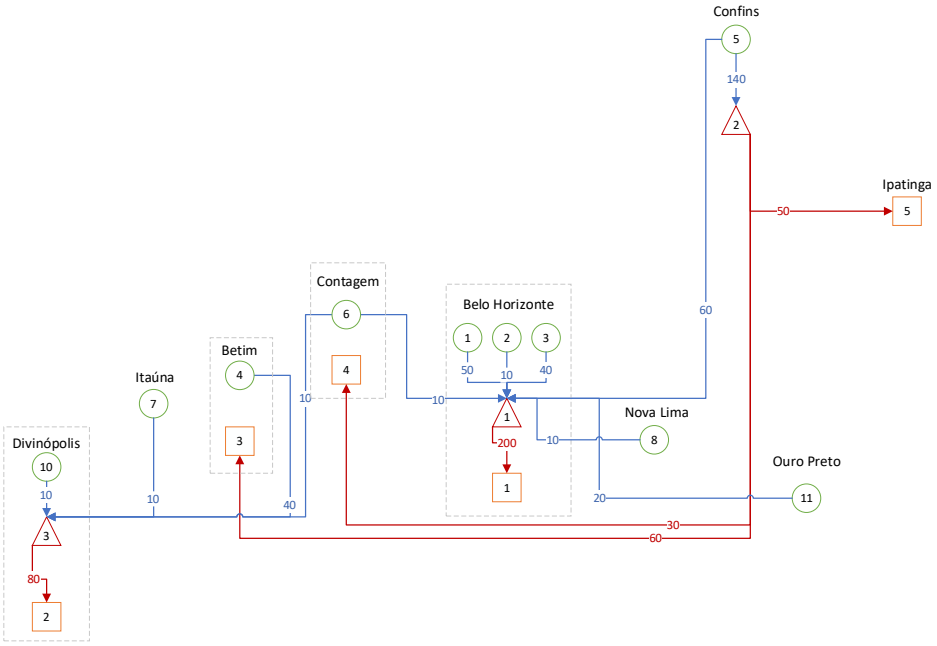


Figura 1 - Exemplo de uma solução factível

2. **Objetivo 2 - Minimizar o Número Total de Instalações de Revisão**: Este objetivo busca reduzir os custos fixos e operacionais associados à abertura, manutenção e operação de cada instalação de revisão. Isso inclui custos de aluguel ou aquisição de espaço, mão de obra, equipamentos, entre outros.

A natureza conflitante desses objetivos é evidente: ao tentar reduzir o número de instalações (Objetivo 2), é provável que as distâncias médias de transporte para os veículos aumentem, elevando o custo total de deslocamento (Objetivo 1). Inversamente, aumentar o número de instalações para aproximá-las das lojas de locação e revenda pode reduzir os custos de frete, mas aumentará os custos associados às próprias instalações. Portanto, a solução do problema não reside em um único ponto ótimo, mas em um conjunto de soluções de compromisso (Pareto-ótimo) que oferecem diferentes balanços entre esses dois critérios. A análise dessas soluções permite ao tomador de decisão escolher aquela que melhor se alinha com as prioridades estratégicas da empresa.

4. Modelagem Matemática do Problema

Para representar formalmente o problema de otimização multiobjetivo descrito, propõe-se um modelo matemático de programação linear inteira mista. O modelo busca determinar a localização ótima e a quantidade de instalações de revisão, bem como o plano de movimentação de veículos entre as lojas de locação, instalações e lojas de revenda, de forma a minimizar simultaneamente o custo total de deslocamento e o número de instalações abertas.

Os seguintes parâmetros são utilizados no modelo:

- $\boldsymbol{L}$: conjunto de lojas de locação de veículos (pontos de oferta).
- $\boldsymbol{R}$: conjunto de lojas de revenda de veículos (pontos de demanda).
- $\boldsymbol{I}$: conjunto de cidades candidatas a receber uma instalação de revisão.
- $\boldsymbol{O_l}$: capacidade de oferta (quantidade de veículos) da locadora $l \in L$.
- $\boldsymbol{D_r}$: necessidade de demanda (quantidade de veículos) da revenda $r \in R$.
- $\boldsymbol{C_{li}}$: custo unitário de transporte de um veículo entre a locadora $l \in L$ e a cidade candidata a instalação $i \in I$.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212265
https://proceedings.science/p/212265?lang=pt-br

- $\boldsymbol{C_{ir}}$: custo unitário de transporte de um veículo entre a cidade candidata a instalação $i \in I$ e a revenda $r \in R$.

As seguintes variáveis de decisão são empregadas:

- $\boldsymbol{Z_i}$: variável binária, que assume valor 1 se uma instalação de revisão é aberta na cidade candidata $i \in I$, e 0 caso contrário.
- $\boldsymbol{X_{li}}$: quantidade de veículos transportados da locadora $l \in L$ para a instalação de revisão na cidade candidata $i \in I$.
- $\boldsymbol{Y_{ir}}$: quantidade de veículos transportados da instalação de revisão na cidade candidata $i \in I$ para a loja de revenda $r \in R$.

4.1. Funções de Avaliação

O modelo possui duas funções de avaliação a serem minimizadas simultaneamente: Minimização do custo de deslocamento (Equação 1), que representa o custo total de transporte dos veículos, somando os custos da primeira perna (locadora para instalação) e da segunda perna (instalação para revenda) e a minimização do número de instalações (Equação 2) que contabiliza o número total de instalações de revisão abertas.

(1)

$$Minimizar\ f_1(x) = \sum_{l \in L} \sum_{i \in I} c_{li} x_{li} + \sum_{r \in R} \sum_{i \in I} c_{ir} y_{ir}$$

(2)

$$Minimizar\ f_2(x) = \sum_{i \in I} Z_i.$$

4.4. Restrições

As seguintes restrições devem ser satisfeitas:

1. **Satisfação da Oferta das Lojas de Locação (Equação 3)**: Todo o volume de veículos ofertado por cada locadora deve ser enviado para alguma instalação de revisão.

(3)

$$\sum_{l \in L} x_{li} = o_l \forall l \in L.$$

2. **Satisfação da Demanda das Lojas de Revenda (Equação 4)**: Todo o volume de veículos demandado por cada revenda deve ser recebido de alguma instalação de revisão.

(4)

$$\sum_{r \in R} y_{ir} = d_r \qquad \forall r \in R.$$

3. **Conservação de Fluxo nas Instalações de Revisão (Equação 5)**: A quantidade total de veículos que entra em uma instalação de revisão deve ser igual à quantidade total de veículos que sai dela.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212265
https://proceedings.science/p/212265?lang=pt-br

(5)

$$\sum_{l \in L} x_{li} = \sum_{r \in R} y_{ir}\,, \qquad \forall i \in I.$$

4. **Ativação de Instalações (Envio) (Equação 6)**: Veículos só podem ser enviados para uma cidade candidata i se uma instalação estiver aberta ($Z_i = 1$) nessa cidade.

(6)

$$\sum_{l \in L} x_{li} \leq M_i . Z_i, \qquad \forall i \in I$$

Considerando que M_1 é um número suficientemente grande (e.g., $\sum_{l \in L} O_l$ que pode ser substituído por $\sum_{l \in L} x_{li}$ chegamos à Equação 7 com parâmetros e variáveis conhecidas.

(7)

$$\sum_{l \in L} x_{li} - \left(\sum_{l \in L} x_{li} \right) Z_i \leq 0, \forall \mathrm{i} \in \mathrm{I}$$

Considerando a restrição dada pela Equação 5 seria redundante considerar esse tipo de restrição no recebimento. A Equação 8 garante finalmente que o fluxo de veículos só pode passar por cidade candidata se uma instalação estiver aberta nessa cidade.

(8)

$$\sum_{l \in L} x_{li} - \mathrm{Z_i} \geq 0, \forall \mathrm{i} \in \mathrm{I}$$

5. **Não Negatividade e Escopo das Variáveis de Fluxo (Equações 9, 10 e 11)**:

(9)

$$x_{li} \geq 0, \forall \mathrm{l} \in \mathrm{L}, \mathrm{i} \in \mathrm{I}$$

(10)

$$y_{ir} \geq 0, \forall \mathrm{r} \in \mathrm{R}, \mathrm{i} \in \mathrm{I}$$

(11)

$$Z_i \in \{0,1\}$$

A Figura 2 exemplifica um plano de remessas para 12 lojas de locação, 5 lojas de revenda e 11 cidades candidatas a instalação de revisão. Considerando 3 instalações de revisões abertas nas cidades 12202 (Belo Horizonte), 12591 (Contagem) e 12746 (Divinópolis). Note que os totais de veículos recebidos nas instalações das locadoras são iguais as ofertas de cada locadora, assim como os totais de veículos despachados das instalações para as revendas são iguais as demandas de cada revenda. As Equações 7 e 8 comprovam que só houve fluxo de veículos por instalações abertas.

5. Instâncias

O problema de otimização da gestão de frota e localização de instalações de revisão, conforme proposto, não se encaixa perfeitamente em uma única categoria de problemas clássicos da Pesquisa Operacional. Em vez disso, ele representa uma hibridização de conceitos de diferentes problemas bem conhecidos. A decisão de onde e quantas instalações abrir remete aos problemas

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212265
https://proceedings.science/p/212265?lang=pt-br

Lojas		Cidades Candidatas (I) com Instalações abertas ($i = 1$) ou não ($i = 0$)											Z_i
		1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	
Oferta (O_l)	Locadora (L)	12202	12222	12591	12619	12746	13065	13145	13419	13596	13650	13760	
50	12202	50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
10	12202	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
40	12202	40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
40	12222	0	0	0	0	40	0	0	0	0	0	0	
200	12591	60	0	140	0	0	0	0	0	0	0	0	
20	12619	10	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	X_{li}
10	13145	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	
10	13596	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
10	13650	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
10	12746	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	
10	13419	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
10	13760	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	
Demanda (D_r)	Revenda (R)												
200	12202	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
80	12746	0	0	0	0	80	0	0	0	0	0	0	
60	12222	0	0	60	0	0	0	0	0	0	0	0	Y_{ir}
30	12619	0	0	30	0	0	0	0	0	0	0	0	
50	13065	0	0	50	0	0	0	0	0	0	0	0	

Figura 2 - Exemplo de uma solução em que os principais parâmetros e variáveis do problema são mostrados para uma distribuição de veículos que atende todas as restrições.

de localização, como o problema de p-medianas, onde se busca localizar um número p de facilidades para minimizar alguma medida de distância ou custo de atendimento. Simultaneamente, a determinação do fluxo de veículos das lojas de locação para as instalações e destas para as lojas de revenda se assemelha a problemas de transporte e transbordo, onde se busca otimizar a movimentação de bens entre pontos de origem, intermediários e destino, sujeito a capacidades e demandas.

Dada essa natureza híbrida e a aplicação em um contexto prático específico, não existem instâncias de *benchmark* universalmente estabelecidas para este problema exato. Por essa razão, foi necessário construir um conjunto de instâncias para testar e validar o modelo proposto. Essas instâncias foram geradas utilizando dados reais e fontes públicas de uma grande empresa de locação de veículos do Brasil:

- **Dados de Lojas**: As listas de lojas de locação (pontos de oferta) e lojas de revenda (pontos de demanda), incluindo suas localizações, foram baseadas em informações obtidas em site público de uma grande empresa do setor. No entanto, suas capacidades e necessidades foram definidas aleatoriamente, pois tais informações não foram fornecidas. Entretanto, a aleatoriedade foi influenciada pela relevância econômica de cada região, isso confere melhor grau de realismo ao volume dos fluxos entre os pontos de origem e destino.
- **Cidades Candidatas**: As cidades candidatas a receberem instalações de revisão foram selecionadas utilizando dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística [IBGE 2024]. Foram consideradas diferentes abrangências geográficas para as cidades candidatas.
- **Custos de Frete/Distâncias**: Os custos de frete entre os pares de locais (locadora-instalação, instalação-revenda) foram calculados com base nas distâncias geográficas. As distâncias entre as cidades foram obtidas utilizando a fórmula de Haversine [Robinson 1950], que calcula a distância ortodrômica entre dois pontos em uma esfera dadas suas latitudes e longitudes. As coordenadas das cidades também foram obtidas junto ao [IBGE 2024]. Para simplificação, o custo de frete por unidade movimentada por km foi considerado como unitário.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212265
https://proceedings.science/p/212265?lang=pt-br

As instâncias de referência criadas para os testes do modelo foram projetadas para variar em escala e complexidade, abrangendo diferentes números de lojas, cidades candidatas e escopos geográficos:

- **Inst_17x11:** Envolve 17 lojas no total (12 locadoras e 5 revendas) e 11 cidades candidatas a instalações. Neste conjunto, todas as cidades candidatas possuem pelo menos uma loja (locadora ou revenda).
- **Inst_17xReg:** Mantém as 17 lojas, mas expande o conjunto de cidades candidatas para 83, localizadas dentro de uma região geográfica delimitada pelas cidades mais extremas que contêm as lojas existentes. A maioria destas cidades candidatas não possui lojas da empresa.
- **Inst_17xMG:** Para as mesmas 17 lojas, considera todas as 853 cidades do estado de Minas Gerais como candidatas a instalações. Novamente, a maioria não possui lojas da empresa.
- **Inst_38x26:** Aumenta a escala para 38 lojas (29 locadoras e 9 revendas) com 26 cidades candidatas, onde todas as candidatas possuem alguma loja.
- **Inst_38xReg:** Para as 38 lojas, considera 780 cidades candidatas dentro da região geográfica delimitada. A maioria sem lojas da empresa.
- **Inst_38xMG:** Para as 38 lojas, considera todas as cidades de Minas Gerais como candidatas. A maioria sem lojas da empresa.
- **Inst_369x217:** Uma instância de grande porte com 369 lojas (255 locadoras e 114 revendas) e 217 cidades candidatas, todas com presença de lojas.
- **Inst_369xBR:** A maior instância, com 369 lojas e considerando todas as 5565 cidades do Brasil como candidatas a instalações.

Os arquivos das instâncias podem ser obtidos no repositório [Instâncias 2025].

6. Metodologia para Validação do Modelo Matemático

A validação do modelo matemático multiobjetivo proposto é uma etapa crucial para assegurar sua corretude e aplicabilidade. Dado que o modelo visa otimizar dois objetivos conflitantes – minimizar o custo de deslocamento e minimizar o número de instalações – a "validação" aqui se refere a encontrar soluções ótimas que representem os melhores compromissos possíveis entre esses objetivos e exibi-las em um Pareto [Zitzler e Thiele 1999].

Para este fim, foi desenvolvida uma abordagem baseada em programação linear exata, utilizando a técnica conhecida como método da épsilon-restrição (fixação de um dos objetivos como restrição do problema e otimização do outro iterativamente) [Mavrotas 2009]. Especificamente, para gerar a fronteira de Pareto, o problema multiobjetivo foi transformado em uma série de problemas mono-objetivo. Para cada quantidade possível de instalações k (onde k varia de 1 até o número total de cidades candidatas I), o modelo matemático foi resolvido com o objetivo de minimizar apenas o custo de deslocamento (Equação 1), sujeito à restrição de que o número de instalações abertas ($\sum_{i \in I} Z_i$) seja exatamente igual a k.

Por tanto, $f_2(x)$, dada pela Equação 2, passa a ser considerada uma restrição:

(12)

$$\sum_{i \in I} Z_i = k, \qquad \forall\, k \in I$$

Cada solução ótima encontrada para um valor específico de k representa um ponto na fronteira de Pareto, desde que ele não seja dominado por outra solução com um valor menor de k

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212265
https://proceedings.science/p/212265?lang=pt-br

e custo igual. Ao executar o modelo para todas as quantidades relevantes de instalações, obtém-se um conjunto de soluções que ilustra o *trade-off* entre os dois objetivos.

A implementação computacional desta abordagem foi realizada na linguagem de programação Python, aproveitando a robustez e eficiência do solver [Gurobi 2024] para resolver os problemas de programação linear inteira mista resultantes em cada iteração. Esta metodologia permite não só validar a formulação matemática ao encontrar soluções ótimas para diferentes cenários, mas também fornecer aos tomadores de decisão um conjunto rico de alternativas eficientes.

7. Resultados Obtidos

A aplicação da metodologia de validação, utilizando o [Gurobi 2024] para resolver o problema mono-objetivo de minimização de custos para cada quantidade de instalações fixada, permitiu obter um conjunto de soluções ótimas que formam a fronteira de Pareto para as instâncias testadas. Os resultados para a instância "Inst_17x11" (17 lojas, 11 cidades candidatas), por exemplo, são apresentados na Tabela 1.

Número de Instalações	Custo de Frete	Tempo de Execução (s)
1	28820	0,003
2	22170	0,033
3	19440	0,054
4	17960	0,023
5	17480	0,006
6	17480	0,008
7	17480	0,012
8	17480	0,013
9	17480	0,006
10	17481	0,007
11	17481	0,007

Tabela 1. Resultados Instância 17x11

Esses resultados demonstram claramente o *trade-off* entre os dois objetivos: aumentar o número de instalações reduz o custo de frete, mas cada instalação adicional tem um custo marginal (implícito, de ser uma instalação a mais). A Figura 3 plota essa fronteira de Pareto.

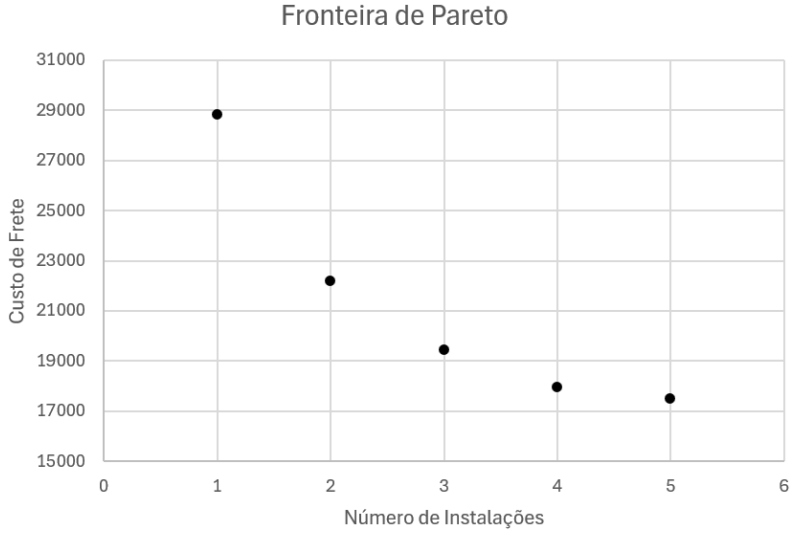


Figura 3. Fronteira de Pareto Instância 17x11

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212265
https://proceedings.science/p/212265?lang=pt-br

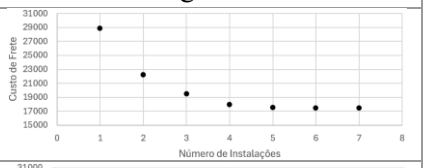
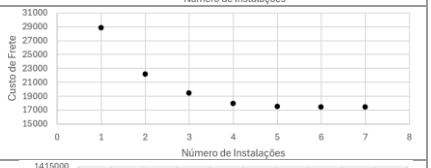
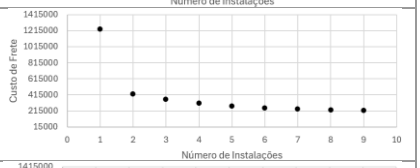
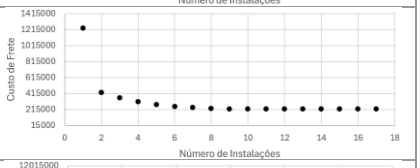
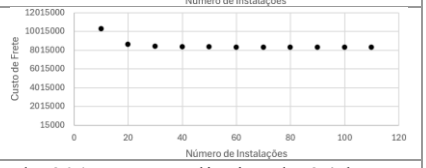
Instância	Tempo de Execução (s)	K	Fronteira de Pareto
Inst_17x11	0,172	11	Figura 3
Inst_17xReg	1,542	11	
Inst_17xMG	21,506	11	
Inst_38x26	2,080	26	
Inst_38xReg	175,675	26	
Inst_38xMG	224,819	26	
Inst_369x217	4984,513	217	
Inst_369xBR	Sem solução factível com GAP de 2% e tempo limite de 24 horas		

Tabela 2. Resultados Consolidados

Os resultados indicam que, para as instâncias testadas, a abordagem exata foi capaz de encontrar fronteiras de Pareto e em tempos computacionais significativamente pequenos. Isso ressalta a eficácia da programação matemática para este problema, especialmente para instâncias de tamanho moderado onde se busca a fronteira ótima exata.

Analisando os gráficos de fronteira de Pareto da Tabela 2, todos eles demonstram consistentemente o *trade-off* fundamental do problema: à medida que o número de instalações aumenta, o custo de frete total diminui. No entanto, essa redução no custo de frete exibe retornos decrescentes, ou seja, cada instalação adicional proporciona um benefício progressivamente menor em termos de economia de frete, tornando a curva menos inclinada em regiões com mais instalações. O método épsilon-restrição ajudou a gerar compromissos bem diversos com uma boa cobertura da fronteira. Por tanto, oferece ao tomador de decisão uma variedade representativa de compromissos entre os objetivos. O tomador de decisão, consegue aplicar sua estratégia de negócio com mais assertividade. Por exemplo, poderá decidir por um custo fixo menor (menos instalações) até um custo variável (custo de frete) maior, mas razoável, ou o contrário

8. Considerações Finais

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212265
https://proceedings.science/p/212265?lang=pt-br

Este artigo dedicou-se a identificar, descrever e propor um modelo de otimização multiobjetivo para um problema prático e de considerável importância no contexto da gestão de frota de empresas de locação de veículos no Brasil: o planejamento da localização e quantidade de instalações de revisão e o consequente roteamento dos veículos em processo de desmobilização. A relevância do problema se manifesta nos impactos diretos sobre os custos operacionais e na eficiência logística de empresas com alta capilaridade e operações geograficamente extensas, uma realidade comum no território brasileiro.

A modelagem matemática desenvolvida revelou-se uma ferramenta valiosa, não apenas para aprimorar a compreensão da complexa interação entre os custos de transporte e os custos associados ao número de instalações, mas também como um passo essencial para a estruturação de soluções em um cenário que carece de instâncias de *benchmark* amplamente conhecidas. A abordagem multiobjetivo permitiu capturar o conflito inerente entre minimizar os custos de frete e minimizar o número de instalações, fornecendo um conjunto de soluções Pareto-ótimas que oferecem diferentes alternativas de compromisso para o tomador de decisão.

Os resultados obtidos com a metodologia de validação, que utilizou programação linear exata para gerar a fronteira de Pareto, demonstraram a capacidade do modelo em encontrar soluções de alta qualidade. Observou-se, para as instâncias testadas, que a expansão da área geográfica para cidades candidatas nem sempre resultou em melhorias significativas na solução, muitas vezes levando à escolha das mesmas localidades presentes em áreas menores. Embora esses comportamentos tenham sido notados, é fundamental reconhecer a simplificação aplicada ao problema. Tratou-se apenas de minimizar as quantidades de instalações, não foi considerado o custo de manutenção por região e o limite da capacidade da instalação.

Apesar da resolução exata iterativa (fixando o número de instalações) ter sido eficaz tanto em qualidade de solução quanto em tempo computacional, precisa ser destacado que foi utilizado instâncias relativamente pequenas. Como demonstrado na Tabela 2, o processamento da instância Inst_369xBR não conseguiu encontrar uma solução factível em 24 horas para apenas um k, considerando o quanto seria demorado para todos os 217 k. Isso remete à necessidade de aplicação de meta-heurísticas para instâncias de grande escala ou com estruturas mais complexas onde métodos exatos se tornam intratáveis.

Como trabalhos futuros, sugere-se a exploração de modelos mais robustos que incorporem detalhes das instalações como por exemplo, custo de manutenção ou limite de capacidade; a inclusão de outros objetivos como emissões de carbono ou tempo de transbordo e o desenvolvimento de heurísticas e meta-heurísticas mais sofisticadas, possivelmente híbridas, capazes de lidar eficientemente com instâncias de maior porte e complexidade, visando encontrar boas soluções mesmo em instâncias muito grandes. A contínua pesquisa e desenvolvimento de ferramentas de otimização para a gestão de frotas no Brasil pode posicioná-lo com um player internacional mais competitivo e a sustentável, tornando-se um grande diferencial.

Referências

Ballou, R. H. (2009). Logística Empresarial: Transportes, administração de materiais e distribuição física (1. ed.). São Paulo: Atlas.

Bowersox, D. J. e Closs, D. J. (2007) Logística Empresarial. O processo de integração da cadeia de suprimentos. São Paulo: Atlas.

Brandeau, M.L. e Chiu, S.S. (1989). An Overview of Representative Problems in Location Research. Management Science, 35(6), 645-674.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212265
https://proceedings.science/p/212265?lang=pt-br

Carvalho, J. e L. Encantado (2006). Logística e negócio electrónico. Porto: SPI - Sociedade Portuguesa de Inovação.

Deb, K. (2001). Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms. Chichester: John Wiley & Sons.

Ghemawat, P. (2009). Strategy and the Business Landscape, Prentice Hall.

Gurobi Optimization, LLC. (2024). Gurobi Optimizer Reference Manual. Web page. https://www.gurobi.com. Acessado: 2024-10-11.

Hakimi, S. L. (1964). Optimum Locations of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of a Graph. Operations Research, 12(3), 450-459.

IBGE (2024). Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Portal do IBGE. Web page. https://www.ibge.gov.br/. Acessado: 2024-10-11.

Instâncias (2025). Repositório das instancias utilizadas neste artigo. Web page. https://www.dropbox.com/scl/fo/lntkn4ikw46i7cxxj68v6/ANxvrsmO7c8MNroPI0s3DZk?rlkey=nl48bc7s441x06t3mp9sso0p0&st=5bpj0ogw&dl=0. Acessado: 2025-05-17.

Mavrotas, G. (2009). Effective implementation of the ϵ-constraint method in Multi-Objective Mathematical Programming problems. Applied Mathematics and Computation, 213(2), 455-465.

Pereira, P. R., & Gonçalves, M. B. (2018). Infraestrutura e Desenvolvimento no Brasil: Desafios e Perspectivas. Editora FGV.

Robinson, A. H. (1950). The Haversine Formula for Calculating Distances on a Sphere. Journal of Geographical Research, v. 12, n. 3, p. 45-52.

Tortorelli, H. F. (2018). Estratégias de Negócios Internacionais: O caso da empresa Amazon. Universidade da Beira Interior, Covilhã, Portugal.

Zitzler, E.; Thiele, L. (1999). Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 3(4), 257-271.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212265
https://proceedings.science/p/212265?lang=pt-br