

OTIMIZAÇÃO QUÂNTICA PARA O PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE REDUNDÂNCIAS EM SISTEMAS DE COMPLETAÇÃO INTELIGENTE

Vitoria Milena Alves Bezerra^{a,b}

vitoria.milena@ufpe.br

Lavinia Maria Mendes Araújo^{a,b}

lavinia.mendes@ufpe.br

Isis Didier Lins^{a,b}

isis.lins@ufpe.br

Caio Bezerra Souto Maior^{a,b,c}

caio.maior@ufpe.br

Márcio José das Chagas Moura^{a,b}

marcio.cmoura@ufpe.br

^aCentro de Estudos e Ensaios em Risco e Modelagem Ambiental (CEERMA)

^bUniversidade Federal de Pernambuco (UFPE)

^cCentro de Tecnologia (UFPE)

RESUMO

A indústria de Óleo e Gás (O&G) exige sistemas confiáveis. Nesse viés, o Problema da Alocação de Redundâncias (RAP) surge como uma representação matemática que possibilita identificar os cenários de maximização da confiabilidade desses sistemas. No entanto, devido a sua natureza combinatória e complexidade NP-hard é necessário explorar abordagens eficientes para resolvê-lo. Este trabalho investiga a aplicação da otimização quântica para resolução do RAP em sistemas de completção inteligente elétrica (SCI-E) na indústria *offshore*, com ênfase na consideração de seus múltiplos subsistemas. A formulação do RAP foi adaptada para o modelo QUBO (*Quadratic Unconstrained Binary Optimization*) e resolvida utilizando o QAOA (*Quantum Approximate Optimization Algorithm*), com o otimizador COBYLA. As simulações foram realizadas em simulador quântico da IBM com uma instância simulada de 21 bits quânticos. Por fim, os resultados indicam que, apesar das limitações atuais, a abordagem quântica tem potencial para resolver problemas combinatórios no setor de O&G.

PALAVRAS-CHAVE. Otimização quântica. Problema de alocação de redundâncias.

Indústria de Óleo e Gás.

Tópicos: SE-QPO. OQ.

ABSTRACT

The Oil and Gas (O&G) industry demands reliable systems. In this context, the Redundancy Allocation Problem (RAP) emerges as a mathematical formulation that enables the identification of reliability-maximizing scenarios for these systems. However, due to its combinatorial nature and NP-hard complexity, it is necessary to explore efficient approaches to solve it. This work investigates the application of quantum optimization for solving RAP in electrical intelligent completion (SCI-E) systems in the offshore industry, with emphasis on their multiple subsystems. The RAP formulation was adapted to the QUBO (Quadratic Unconstrained Binary Optimization) model and solved using the QAOA (Quantum Approximate Optimization Algorithm) with the COBYLA optimizer. Simulations were performed on IBM's quantum simulator using a 21-qubit instance. Finally, the results indicate that, despite current limitations, the quantum approach holds potential for solving combinatorial problems in the O&G sector.

KEYWORDS. Quantum optimization. Redundancy allocation problem. Oil and Gas industry.

Paper topics: SE-QPO. QO.

1. Introdução

A indústria de óleo e gás (O&G) enfrenta desafios na operação de sistemas em ambientes extremos, como os encontrados em campos *offshore*. Para lidar com essas condições e atender à crescente demanda por monitoramento em tempo real das operações, têm sido desenvolvidos sistemas tecnologicamente avançados, como o sistema de completação inteligente elétrica (SCI-E). Trata-se de um sistema projetado para monitorar e controlar o fluxo entre zonas de poços *offshore* de forma remota e automatizada, permitindo decisões mais rápidas e eficientes durante a produção [Bouldin et al. 2014].

O SCI-E é composto por múltiplos subsistemas – como o de cartões, sensores, e conectores – cada um susceptível a falhas que podem comprometer toda a operação, pois a falha de um único subsistema, em uma configuração série-paralelo, pode causar a falha do sistema inteiro [Ebeling 2019; Lins et al. 2023]. Para lidar com esse risco, uma estratégia é a alocação de componentes redundantes nos subsistemas. Nesse viés, a distribuição estratégica de recursos adicionais pode ser modelada pelo Problema da Alocação de Redundâncias (*Redundancy Allocation Problem* – RAP), que envolve a seleção de componentes redundantes para maximizar a confiabilidade geral do sistema, respeitando restrições como limites orçamentários [Ouyang et al. 2019].

O RAP já foi explorado por métodos como o *Branch-and-Bound*, Algoritmo Genético e Colônia de Formigas [Konar et al. 2017; Ha e Kuo 2006]. No entanto, uma alternativa crescente para a resolução de problemas de otimização combinatória é o uso de computação quântica (CQ), pois os algoritmos quânticos são baseados em conceitos da mecânica quântica, que oferecem uma opção potencial para lidar com problemas combinatórios em NP (*Nondeterministic Polynomial time*), como o RAP.

Assim, este artigo explora o uso da otimização quântica na alocação eficiente de redundâncias em subsistemas de uma SCI-E, visando maximizar a confiabilidade total do sistema. Este trabalho é um avanço de [Bezerra et al., 2024], em que foi considerado um sistema paralelo ativo (sem subsistemas). Aqui a análise estende-se para múltiplos subsistemas por meio de uma formulação aproximada compatível com o modelo QUBO (*Quadratic Unconstrained Binary Optimization*). A abordagem é testada em instâncias simuladas usando um simulador quântico.

2. Metodologia

Para utilização de algoritmos quânticos, a metodologia adotada neste estudo consiste na transformação do RAP em uma formulação do tipo QUBO. Em seguida, utiliza-se o modelo no algoritmo de otimização quântica, o *Quantum Approximate Optimization Algorithm* (QAOA).

Na transformação do RAP clássico em um modelo QUBO, minimiza-se uma função objetivo quadrática e binária, incorporando penalidades, que são as restrições do problema original [Wang e Kleinberg, 2009]. Para garantir que o problema se adapte ao modelo QUBO, foi utilizada a formulação presente nas Equações (1)-(3), que aproxima o RAP por meio de uma linearização simplificada.

$$\min \sum_{j=1}^s \sum_{k=1}^{ct_j} x_{jk} \ln(1 - R_{jk}) \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^s \sum_{k=1}^{ct_j} c_{jk} x_{jk} \leq C \quad (2)$$

$$x_{jk} \in \{0, 1\}, \forall j; \forall k \quad (3)$$

Nesse sentido, a função objetivo representa a confiabilidade do sistema que receberá a redundância, onde x_{jk} é a quantidade do componente do tipo k alocado ao subsistema j , e R_{jk} é sua confiabilidade; o termo $\ln(1 - R_{jk})$ expressa sua contribuição para a falha do subsistema. O índice j varia de 1 até s , em que s representa o número total de subsistemas no sistema, enquanto ct_j indica a quantidade de tipos de componentes disponíveis para o subsistema j . A restrição da Equação (2) garante que o custo total de alocação, dados os custos unitários c_{jk} , não ultrapasse o orçamento disponível C . Por fim, a restrição (3) define que x_{jk} deve assumir apenas valores binários, o que simplifica a formulação e permite sua aplicação em sistemas reais de maior escala.

As restrições de número mínimo e máximo de componentes por subsistema, embora importantes nas formulações clássicas, para refletir limitações físicas ou de configuração, são tratadas de forma implícita nesta formulação para reduzir o número de *qubits* exigidos pela computação quântica. Isso é possível porque as variáveis binárias utilizadas já limitam o valor máximo possível, enquanto o valor mínimo não é imposto diretamente, mas é desincentivado pela função objetivo, que penaliza soluções com baixa confiabilidade. Dessa forma, soluções com zero componentes alocados em um subsistema — que comprometeriam a confiabilidade total — tornam-se naturalmente subótimas e não passíveis de escolha pelo algoritmo de otimização.

A instância utilizada está apresentada na Tabela 1, na qual o subsistema 1 representa o conjunto de sensores da SCI-E, o subsistema 2 corresponde aos cartões, e o subsistema 3 aos conectores, seguindo uma analogia baseada na importância e nos custos típicos desses elementos em aplicações reais.

ct	c_{tj}	$R_1, \dots, R_{ct}$	$c_1, \dots, c_{ct}$	C
13	[3, 6, 4]	[0.6137, 0.9824, 0.7966, 0.9553, 0.8687, 0.7318, 0.7781, 0.9382, 0.9209, 0.5578, 0.9093, 0.8503, 0.7323]	[10, 49, 24, 41, 31, 11, 22, 35, 33, 10, 32, 25, 19]	178

Tabela 1: Instância utilizada.

Posteriormente, a formulação QUBO da instância descrita é aplicada no algoritmo QAOA, que utiliza o princípio variacional para aproximar soluções de problemas de otimização, minimizando a energia esperada de um estado fundamental parametrizado [Blekos et al. 2023]. Ao receber a instância QUBO, o QAOA constrói um circuito quântico que representa o problema, cujos parâmetros são ajustados iterativamente por otimizadores clássicos. Neste trabalho, os parâmetros foram inicializados aleatoriamente, o otimizador utilizado foi o COBYLA (*Constrained Optimization BY Linear Approximations*) e as simulações foram realizadas no simulador quântico QASM (*Quantum Assembly*) da biblioteca Qiskit, fornecida da IBM. A energia resultante da minimização do QUBO está diretamente relacionada à confiabilidade total do SCI-E.

3. Resultados

A solução ótima do problema apresentou uma energia de -14.5996, com a configuração dos elementos dada por [1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0]. Essa configuração minimiza a função objetivo de falha, resultando em uma confiabilidade total do sistema de 0.9754 e um custo total de 178. A análise das confiabilidades por subsistema indica altos níveis de confiabilidade: 0.9932 para sensores, 0.9880 para cartões e 0.9939 para conectores, evidenciando a qualidade da solução.

No contexto tradicional, o problema conta com 8,192 combinações possíveis. Todavia, ao ser reformulado para o contexto quântico, esse número aumenta para 2,097,152 combinações, o que evidencia o crescimento do espaço de soluções. Para avaliar o desempenho do QAOA, utilizamos a solução ótima obtida por busca exaustiva como referência e executamos o algoritmo com as configurações detalhadas na metodologia, fazendo a utilização de 21 *qubits*.

Das 30 iterações realizadas, o experimento encontrou 29 soluções viáveis, das quais 4 foram ótimas, e apenas 1 solução inviável, conforme apresentado na Figura 1, que mostra a distribuição das energias encontradas ao longo das iterações, organizadas em ordem crescente, apresentando a frequência absoluta de cada valor e diferenciando as soluções viáveis da inviável.

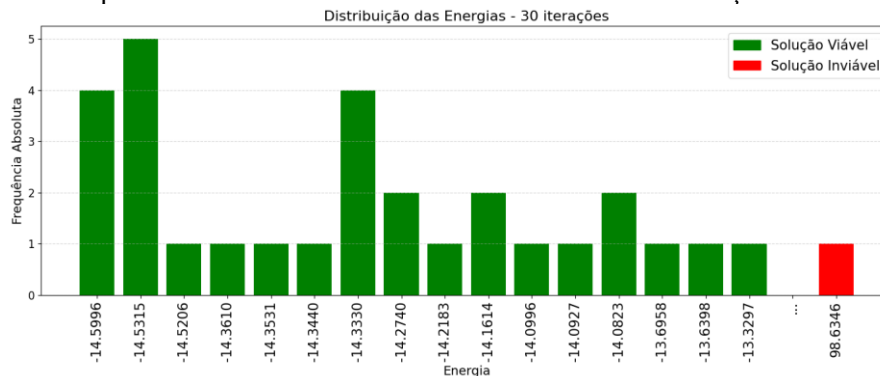


Figura 1: Frequência absoluta das energias encontradas.

Considerando todas as soluções (viáveis e inviáveis) apresentadas na Figura 1, obteve-se uma energia média de -10.5148, com desvio padrão de 20.2707, enquanto o tempo médio de execução foi de aproximadamente 31.41 minutos, com desvio padrão de 3.05 minutos. No entanto, ao analisar somente as soluções viáveis, que representam 97.67% das soluções, a energia média melhora para -14.2785, com desvio padrão de 0.3018, e um tempo médio de execução de cerca de 31.47 minutos, com desvio padrão de 3.08 minutos.

Embora a taxa de convergência para a solução ótima tenha sido de apenas 13.33%, o QAOA demonstrou boa capacidade de gerar soluções próximas do ótimo, com 96.67% das execuções dentro da região viável — seja atingindo o valor ótimo global ou soluções muito próximas dele. Além disso, a comparação das métricas evidencia que as métricas de centralidade e dispersão gerais foram fortemente impactadas por um *outlier* (98.6346), que corresponde à solução inviável e, desconsiderando essa solução, observa-se que a variabilidade entre as demais soluções foi bastante reduzida, indicando um bom grau de consistência do algoritmo em encontrar soluções próximas ao ótimo global e com elevados níveis de confiabilidade para o SCI-E.

4. Conclusões

Os resultados demonstram que, apesar das limitações atuais da CQ, como a restrição no número de *qubits* disponíveis em simuladores, os algoritmos quânticos são aplicáveis ao contexto da indústria de O&G. O QAOA gerou soluções viáveis em 96.7% das execuções e reproduziu a solução ótima em 13.33% dos casos.

Assim, a abordagem adotada se mostrou eficaz para representar sistemas compostos por múltiplos subsistemas, respeitando restrições orçamentárias e de configuração, e fornecendo soluções com elevada confiabilidade total do sistema. Desse modo, com o avanço das tecnologias quânticas, especialmente o aumento no número de *qubits*, métodos como o QAOA tendem a se tornar ferramentas relevantes para problemas combinatórios no setor de O&G.

Como trabalhos futuros, sugere-se o aprimoramento da formulação proposta para melhor aproximação do RAP com múltiplos subsistemas, a ampliação do estudo para instâncias maiores, a investigação de outros algoritmos quânticos e a realização de testes com ruído e em computadores quânticos reais.

5. Agradecimentos

Os autores agradecem às seguintes agências brasileiras de fomento à pesquisa pelo apoio financeiro: à CAPES (001), ao CNPq (409701/2022-0, 308924/2021-5, 310892/2022-8, 402761/2023-5), à FAPESP e ao Programa de Recursos Humanos 38 da ANP (24/10387-4).

Referências

- Bezerra, V., Araújo, L., Lins, I., Maior, C., & Moura, M. (2024b). Quantum optimization applied to the allocation of redundancies in systems in the Oil & Gas industry. *Anais Do LVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.
- Blekos, K., Brand, D., Ceschini, A., Chou, C.-H., Li, R.-H., Pandya, K., & Summer, A. (2023). A Review on Quantum Approximate Optimization Algorithm and its Variants. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2306.09198>
- Bouldin, B., Verma, C., Bellaci, I., Black, M., Dyer, S., Algeryø, J., de Oliveira, T., & Pan, Y. (2014). Prototype test of an all-electric intelligent-completion system for extreme-reservoir-contact wells. *SPE Drilling and Completion* 353-362, 29(3), 353–362. <https://doi.org/10.2118/166507-PA>.
- Ebeling, C. E. (2019). *An introduction to reliability and maintainability engineering* (3rd ed.). Long Grove, Illinois: Waveland Press, Inc.
- Ha, C., & Kuo, W. (2006). Reliability redundancy allocation: An improved realization for nonconvex nonlinear programming problems. *European Journal of Operational Research*, 171(1), 24–38. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.06.006>
- Konar, D., Bhattacharyya, S., Sharma, K., Sharma, S., & Pradhan, S. R. (2017). An improved Hybrid Quantum-Inspired Genetic Algorithm (HQIGA) for scheduling of real-time task in multiprocessor system. *Applied Soft Computing*, 53, 296–307. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2016.12.051>
- Lins, I., Araújo, L., Maior, C., Teixeira, E., Bezerra, P., Moura, M., & Droguett, E. (2023). Quantum Optimization for Redundancy Allocation Problem Considering Various Subsystems. *33th European Safety and Reliability (ESREL) Conference*.
- Ouyang, Z., Liu, Y., Ruan, S. J., & Jiang, T. (2019). An improved particle swarm optimization algorithm for reliability-redundancy allocation problem with mixed redundancy strategy and heterogeneous components. *Reliability Engineering and System Safety*, 181, 62–74. <https://doi.org/10.1016/j.res.2018.09.005>
- Wang, D., & Kleinberg, R. (2009). Analyzing quadratic unconstrained binary optimization problems via multicommodity flows. *Discrete Applied Mathematics*, 157(18), 3746–3753. <https://doi.org/10.1016/j.dam.2009.07.009>