57º SBPO
SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL
Gramado • RS
DE 5 A 9 DE OUTUBRO DE 2025

# SAPEVO-M INTERVALAR: UM NOVO MÉTODO DE APOIO À DECISÃO MULTICRITÉRIO PARA GESTÃO DA INCERTEZA

**Solange Maria Fortuna Lucas**
Universidade Federal Fluminense - UFF
Rua Passos da Pátria, 152-470, São Domingos, Niterói.
solangefortunalucas@gmail.com

**Carlos Francisco Simões Gomes**
Universidade Federal Fluminense - UFF
Rua Passos da Pátria, 152-470, São Domingos, Niterói
cfsg1@bol.com.br

**Felipe Fortuna Lucas**
Universidade Federal Fluminense - UFF
Rua Passos da Pátria, 152-470, São Domingos, Niterói
felipefortuna@id.uff.br

## RESUMO

O presente requer novas ações e reflexões para gerir a incerteza. A integração das perspectivas da gestão da incerteza aos modelos e métodos multicritério permite comparar as potenciais soluções alternativas, buscando a compreensão dos aspectos conflitantes para a escolha de uma solução satisfatória, aceitável como solução final do processo de apoio à tomada de decisão. O objetivo deste trabalho é integrar a gestão da incerteza ao método de Apoio Multicritério à Decisão *Simple Aggregation of Preferences Expressed by Ordinal Vectors – Multi Decision makers* - SAPEVO-M (Gomes *et al* 2020), utilizando Números Intervalos. O desenvolvimento deste trabalho permitiu definir o **Peso Intervalar do Critério *j*** e o **Desempenho Global Intervalar da Alternativa *i*** e explorar a possibilidade da aplicação prática mediante a apresentação de um exemplo ilustrativo. Os resultados indicam que o Vetor Intervalo obtido pelo Método SAPEVO-M Intervalar é capaz de introduzir novas reflexões sobre o problema em estudo.

**PALAVRAS CHAVE. Gestão da Incerteza. Auxílio à Decisão Multicritério. Número Intervalo. Simple Aggregation of Preferences Expressed by Ordinal Vectors - SAPEVO-M.**

## ABSTRACT

The present requires new actions and reflections to manage uncertainty. The integration of uncertainty management perspectives with multicriteria models and methods enables the comparison of potential alternative solutions, aiming to understand the conflicting aspects and choose a satisfactory solution that is acceptable as the outcome of the decision-making support process. The objective of this work is to integrate uncertainty management to the Multicriteria Decision Support Method Simple Aggregation of Preferences Expressed by Ordinal Vectors – Multi Decision makers - SAPEVO-M (Gomes et al 2020), using Interval Numbers. The development of this work allowed us to define the **Interval Weight of Criterion *j*** and the **Global Interval Performance of Alternative *i*** and to explore the possibility of practical application through the presentation of an illustrative example. The results indicate that the Interval Vector obtained by the SAPEVO-M Interval Method is capable of introducing new reflections on the problem under study.

**KEYWORDS. Uncertainty Management. Multicriteria Decision Aid. Interval Number. Simple Aggregation of Preferences Expressed by Ordinal Vectors - SAPEVO-M.**

## 1. Introdução

A todo momento, um novo algoritmo é introduzido na vida das pessoas tornando o dia a dia mais ágil. As facilidades apresentadas permitem a escolha de um estilo de vida onde o ser humano pode dedicar mais tempo aos próprios talentos.

Mamadaev & Mamadaev (2024) afirmam que os dispositivos móveis desempenham um papel importante na vida diária de cada pessoa, sem os quais muitos não conseguem mais imaginar suas vidas.

Algoritmos de reconhecimento de padrões, aprendizagem de máquina, otimização e de métodos de apoio a decisão se complementam em aplicativos computacionais que retratam a realidade com eficácia. Entretanto, o aperfeiçoamento contínuo do estágio atual é um desafio quando consideramos a incerteza que envolve a natureza e a humanidade.

Neste contexto, o medo das doenças, das catástrofes naturais e da escassez de recursos que atinge a humanidade requer a realização de pesquisas e desenvolvimentos de novos métodos e novas reflexões para gerir a incerteza. Fatos novos surgem rotineiramente e a exploração de situações diversas daquelas que tenham sido suportadas até agora podem fazer a diferença no sentido da sociedade se preparar para os desafios futuros.

O desenvolvimento de técnicas para conhecer bem um ambiente de incerteza multidimensional pode aumentar a assertividade das decisões a serem tomadas.

A integração das perspectivas da gestão da incerteza aos modelos e métodos multicritério permite comparar as potenciais soluções alternativas, buscando a compreensão dos aspectos conflitantes para a escolha de uma solução satisfatória, aceitável como solução final do processo de apoio à tomada de decisão.

O objetivo deste trabalho é integrar a gestão da incerteza ao método de Apoio Multicritério à Decisão *Simple Aggregation of Preferences Expressed by Ordinal Vectors – Multi Decision makers* - SAPEVO-M (Gomes et al 2020), utilizando Números Intervalos.

O método SAPEVO-M viabiliza o processamento de dados subjetivos e tácitos inerentes ao processo decisório, convertendo tais elementos subjetivos em pontuações cardinais. Essas pontuações expressam, de maneira objetiva, o grau relativo de importância atribuído às variáveis de decisão (SANTOS et al., 2023).

Na literatura científica, alguns autores apresentam diferentes conceitos, como “risco”, “imprecisão”,“incerteza”, entre outros. Esses termos estão associados a diferentes áreas. Por exemplo, nos estudos de risco, técnicas estatísticas são geralmente aplicadas (Fortuna Lucas, 2022).

Liu & Liao (2025) propõe um método para a tomada de decisão em grupo com critérios múltiplos (MCGDM) robusto que agrega opiniões do grupo incorporando fatores psicológicos dos decisores e pesos dos critérios determinados por um método de hierarquia bayesiana baseado em informações intervaladas melhor-pior.

Fernández, Figueira e Navarro (2019) fizeram um método de aproximação não compensatória em linha com o conhecido método ELECTRE, utilizando intervalos de números reais para a introdução da incerteza que difere deste trabalho já que o Método SAPEVO-M é um método compensatório, com entrada de preferências de forma ordinal e multidecisor.

Kaczynska *et al* (2023) afirmam que os métodos MCDA (*Multiple Criteria Decision Analysis*) são modificados para levar em conta a incerteza nos dados e o estudo se concentra nas extensões de intervalo do método TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*) com o objetivo de propor uma nova modificação. Os resultados na forma de intervalos são analisados.

O trabalho foi dividido em seis seções iniciando pela introdução, uma breve revisão bibliográfica sobre Auxílio à Decisão Multicritério na segunda seção, na seção 3, são destacados os principais conceitos sobre Análise de Intervalos, na seção 4, a Gestão da Incerteza é introduzida no Método SAPEVO-M e na seção 5, um exemplo ilustrativo do método desenvolvido mostra os

resultados observados e por fim, na seção 6, as conclusões e perspectivas de desenvolvimento são apresentadas.

## 2.0. Métodos para a Tomada de Decisão Multicritério

Como ensinam os professores Gomes & Gomes (2019), toda vez que estivermos diante de um problema com mais de uma alternativa para a solução, temos que tomar uma decisão. O auxílio multicritério à decisão (AMD) constitui uma atividade humana recorrente que auxilia na tomada de decisões (Zhang *et al*., 2017).

A utilização de métodos multicritério tem como propósito oferecer suporte aos tomadores de decisão na seleção entre diferentes alternativas, proporcionando uma estrutura sistemática de avaliação. A objetividade constitui um aspecto fundamental nesse processo. Conforme afirmam Gomes e Gomes (2019), embora possa haver divergência entre os participantes durante a fase de avaliação, a decisão final do grupo tende a ser objetiva. Para tanto, o uso de pesos torna-se um recurso relevante, permitindo a agregação dos valores das funções-objetivo em uma medida única.

Importa destacar que a abordagem de problemas sob a ótica multicritério não tem como objetivo apresentar uma solução única e definitiva ao decisor, mas sim apoiar o processo decisório por meio da recomendação de ações ou cursos de ação possíveis (Gomes e Gomes, 2019).

Dentre os métodos de auxílio multicritério à decisão o Método SAPEVO-M viabiliza a análise decisória integrada de múltiplos decisores mediante entradas ordinais (Gomes *et al* 2020).

Uma das evoluções mais relevantes e contemporâneas nos modelos matemáticos de AMD diz respeito à incorporação de informações parciais — ou mesmo imprecisas e incompletas — relativas às preferências do tomador de decisão. Essa abordagem reflete um avanço significativo na tentativa de representar, de forma mais realista, a complexidade e a incerteza inerentes aos processos decisórios em contextos multicritério. (Almeida et al., 2018)

## 2.1 O Método SAPEVO-M

No cenário de avaliação de grupos, um fator relevante se dá pelos pontos de incerteza envolvidos no problema, os quais são significativamente influenciados pela expertise e pelo conhecimento dos tomadores de decisão (Santos *et al.,* 2023).

Outros métodos para as avaliações em grupo estão presentes na literatura e buscam tratar e integrar as preferências dos tomadores de decisão que vivem uma determinada situação problema. As avaliações em grupo têm base em três tarefas do processo de avaliação, a organização e a estruturação do processo de decisão, a representação das preferências e agregação das preferências. (Salo; Hamalainen, 2017)

Nesta perspectiva, foi desenvolvido o método SAPEVO-M, que opera sob uma abordagem de entrada ordinal e avalia variáveis do cenário em estudo. O método processa os dados subjetivos e tácitos do processo de tomada de decisão, tornando a subjetividade em pontuações cardinais, representando um grau relativo de importância das variáveis de decisão. (Santos et al., 2020) O método foi criado a partir do método SAPEVO (Gomes; Mury; Gomes, 1997).

Na modelagem matemática, é realizada uma série de comparações par a par entre as variáveis, sejam critérios ou alternativas representando as informações de preferência individual de cada tomador de decisão (Santos et al., 2020)

O método SAPEVO-M transforma as preferências ordinais dos critérios em um vetor de peso dos critérios (Passo 1 e 2); integra o vetor de critérios de diferentes decisores (Passo 3); transforma as preferências ordinais das alternativas para um dado conjunto de critérios ordenado nas preferências dos decisores (Passos 4, 5 e 6); determina a preferência global das alternativas (Passos 7, 8 e 9). A informação da preferência é provida na forma de um conjunto de pares comparados das alterativas. A **Figura 1** mostra os passos do método.

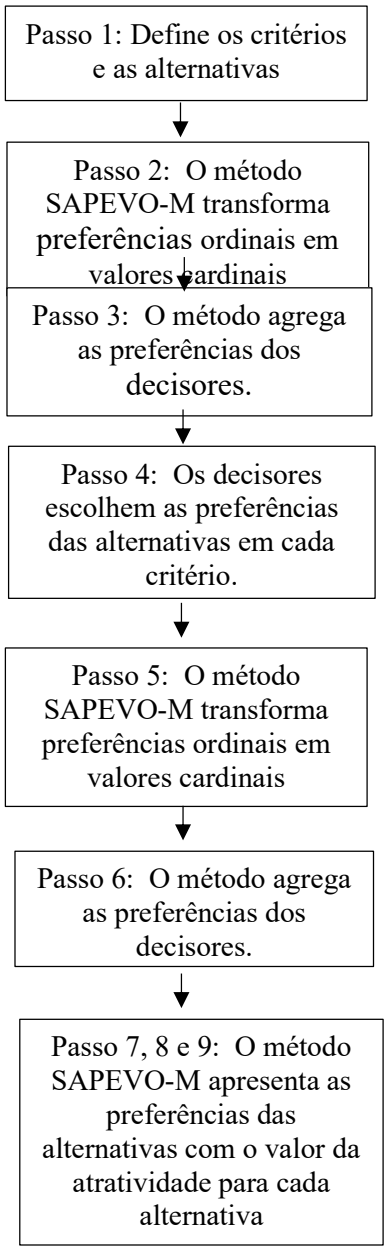



**Figura 1 – Passos do Método SAPEVO-M**

As pontuações normalizadas dos critérios e das alternativas são apresentadas em 2.1.

$$v_i = \frac{a_i - \min(a_i)}{\max(a_i) - \min(a_i)} \quad (2.1)$$

Os vetores prioridades são obtidos pela normalização de cada valor e a divisão pelas somas das pontuações do conjunto (2.2)

$$v_i = \frac{v_i}{\sum_{i=1}^{n} v_i} \quad (2.2)$$

A ponderação dos pesos dos critérios e os desempenhos das alternativas em cada critério produzem a relação de desempenho global das alternativas (2.3)

$$v_i = \sum_{j=1}^{m} w_j a_{ij} \quad (2.3)$$

Quanto maior for o valor da agregação de $v_i$ melhor será o desempenho global da alternativa. (Santos *et al*., 2020)
O processo de avaliação é realizado mediante uso do software desenvolvido por Moreira et al. (2022) disponível de forma online no sítio www.sapevo-m.com.

## 3. Análise de Intervalos

Em matemática, existem os números reais, uma aritmética real para combiná-los e a análise real para o estudo das propriedades dos números e da aritmética. A Matemática de Intervalos é a generalização no qual os números intervalos substituem os números reais, aritmética de intervalos substitui aritmética dos reais, e análise de intervalos substitui análise real (Hansen, 1992).

Pode-se afirmar que a matemática de intervalos teve início com o aparecimento em 1966 do livro de Ramon Edgard Moore, cujo título é "Interval Analysis", editado pela Prentice Hall. Este trabalho transformou esta simples ideia numa ferramenta viável para análise do erro. Ao invés de meramente tratamento de arredondamento de erro, Moore estendeu o uso de análise de intervalos para limitar o efeito do erro de todas as origens, inclusive erro de aproximação e erro em dados.

Desde o aparecimento do livro do Moore, várias publicações sobre análise de intervalos têm ocorrido (Hansen, 1992).

### 3.1 Principais definições

Um número intervalo é definido como um conjunto fechado de números reais (Hansen, 1992).

Consideremos um intervalo real $X = [a, b]$, o número intervalo X é tal como um intervalo fechado. Este consiste no conjunto $\{x: a \leq x \leq b\}$ de números reais incluindo os pontos $a$ e $b$.

Um número real $x$ é equivalente a um intervalo $[x, x]$. Tal intervalo é denominado intervalo degenerado. Quando nós expressamos um número real como um intervalo, nós usualmente mantemos a notação simples. Por exemplo, nós podemos escrever 2 no lugar de [2, 2] ou $x$ no lugar de $[x, x]$.

As regras para aritmética de intervalos são simples quando um ou ambos os termos intervalos são degenerados. Portanto, neste caso é melhor deixar um intervalo degenerado como uma quantidade real.

Um intervalo $X = [a, b]$ é dito ser positivo (ou não negativo) se $a \geq 0$, estritamente positivo se $a > 0$, negativo (ou não positivo) se $b \leq 0$, e estritamente negativo se $b < 0$.

Dois intervalos $[a, b]$ e $[c, d]$ são iguais se e somente se $a = c$ e $b = d$.

Os números intervalos são parcialmente ordenados. Nós temos $[a, b] < [c, d]$ se e somente se $b < c$ (Hansen, 1992).

### 3.2 Aritmética de Intervalos

As principais operações adição, subtração, multiplicação e divisão são indicadas pelos sinais $+$ , $-$ , $*$ , $/$ , respectivamente. Se **op** significa uma destas operações para a aritmética dos números reais $x$ e $y$, assim a correspondente operação para a aritmética dos números intervalos $X$ e $Y$ (Hansen, 1992) é (3.1):

$$X \textbf{ op } Y = \{x \textbf{ op } y : x \in X, y \in Y\} \quad (3.1)$$

Assim, o intervalo X **op** Y resultante desta operação contém todos os números que podem ser formados como x **op** y para cada $x \in X$ e cada $y \in Y$.

Esta definição produz as seguintes regras para geração dos pontos extremos de $X$ **op** $Y$ de dois intervalos $X = [\,a, b]$ e $Y = [\,c, d]$ (3.2)(3.3)(3.4)(3.5)(3.6).

$$X + Y = [a + c, b + d] \tag{3.2}$$

$$X - Y = [a - d, b - c] \tag{3.3}$$

$$X * Y = \begin{cases} [\,ac\,, bd\,] & se \quad a \geq 0 \;\; e \;\; c \geq 0 \\ [\,bc\,, bd\,] & se \quad a \geq 0 \;\; e \;\; c < 0 < d \\ [\,bc\,, ad\,] & se \quad a \geq 0 \;\; e \;\; d \leq 0 \\ [\,ad\,, bc\,] & se \quad a < 0 < b \;\; e \;\; c \geq 0 \\ [\,bd\,, ad\,] & se \quad a < 0 < b \;\; e \;\; d \leq 0 \\ [\,ad\,, bc\,] & se \quad b \leq 0 \;\; e \;\; c \geq 0 \\ [\,ad\,, ac\,] & se \quad b \leq 0 \;\; e \;\; c < 0 < d \\ [\,bd\,, ac\,] & se \quad b \leq 0 \;\; e \;\; d \leq 0 \\ [\min(\,ad\,, bc\,), \max(\,ac\,, bd\,)] & se \quad a < 0 < b \;\; e \;\; c < 0 < d \end{cases} \tag{3.4}$$

$$\frac{1}{Y} = \left[\frac{1}{d}, \frac{1}{c}\right] \quad (0 \notin Y) \tag{3.5}$$

$$\frac{X}{Y} = X * \left(\frac{1}{Y}\right) \quad (0 \notin Y) \tag{3.6}$$

**3.2 Funções de Intervalos**

Uma função de intervalos é uma função cujos argumentos são intervalos. Considere a função de valores reais ***f,*** de variáveis reais $x_1, \ldots, x_n$ e uma função de intervalo ***F,*** de variáveis intervalos $X_1, \ldots, X_n$. A função de intervalo ***F*** é dita uma extensão de intervalo de ***f*** se

$$F(x_1, \ldots, x_n) = f(x_1, \ldots, x_n) \tag{3.7}$$

para todo $x_i$ $(i = 1, \ldots, n)$. Isto é, se os argumentos de ***F*** são intervalos (i.e., $x_i = x_i$), então $F(X_1, \ldots, X_n)$ é um intervalo degenerado igual a $\boldsymbol{f}(x_1, \ldots, x_n)$.

Essa definição pressupõe o uso de aritmética do intervalo exato. Na prática, quando ocorre erro de arredondamento, nós teremos

$$f(x_1, \ldots, x_n) \in F(x_1, \ldots, x_n) \tag{3.8}$$

quando ***F*** é uma extensão do intervalo de ***f***.

Uma função de intervalo ***F*** é dita ser uma inclusão monótona se $X_i \subset Y_i$ $(i = 1, \ldots, n)$ implica

$$F(X_1, \ldots, X_n) \subset F(Y_1, \ldots, Y_n) \tag{3.9}$$

Isto segue da relação definida (3.1) que aritmética de intervalos é inclusão monótona. Isto é, se **op** designa +, −, ∗, ou / , então $X_i \subset Y_i$ $(i = 1, 2)$ implica

$$(X_1 \textbf{ op } X_2) \subset (Y_1 \textbf{ op } Y_2) \tag{3.10}$$

Do fato que os operadores de aritmética de intervalos são inclusão monótona, segue que as funções com intervalos racionais são inclusões monótonas. Entretanto, nós temos que restringir uma dada função racional para uma forma singular. Um exemplo de Caprani e Madsen (1980) apud Hansen (1982) mostra que uma dada função racional é calculada em diferentes modos para diferentes intervalos, o resultado pode não exibir monotonicidade da inclusão.

### 3.3 Funções Monótonas

Se as funções são monótonas podemos obter limites precisos sobre o seu intervalo. Suponhamos $f$(x) monótona e não decrescente num intervalo $X = [a, b]$.
Então

$$f(X) = [f(a), f(b)] \tag{3.13}$$

Na prática em casos de arredondamento, nós podemos calcular $f$(a) e $f$(b) usando "outward rounding" e obter $[f^{E}(a), f^{D}(b)]$ e $[f^{E}(b), f^{D}(b)]$, respectivamente.
Então

$$F(X) \subset [f^{E}(a), f^{D}(b)] \tag{3.14}$$

Os limites corretos são obtidos até mesmo na presença de arredondamento (Hansen, 1992).

### 3.4 Equações Lineares de Intervalos

Um vetor intervalo é um vetor cujos componentes são intervalos. Uma matriz de intervalos é uma matriz cujos elementos são intervalos. Seja $x$ um vetor real com componentes $x_i$ ($i$= 1, ... , $n$), e seja $X$ ser um vetor intervalo com componentes $xi$ ($i$=1, ... , $n$). Dizemos que "$x$ pertence a $X$" (e escrito $x \in X$) se e somente se $x_i \in X_i$ para todo $i$ = 1, ... , $n$.

Seja $A$ uma matriz real com elementos $a_{ij}$, e seja $A^{I}$ uma matriz intervalo com elementos $a^{I}_{ij}$ para $i$= 1, ... , $m$ e $j$= 1, ... , $n$. Nós dizemos que "$A$ pertence a $A^{I}$" ( e escrito $A \in A^{I}$) se e somente se $a_{ij} \in a^{I}_{ij}$ para todo $i$= 1, ... , $m$ e $j$= 1, ... , $n$.

Similarmente, para os vetores intervalos $X$ e $Y$ escrevemos $X \subset Y$ se e somente se $Xi \subset Yi$ para todo $i$= 1, ... , $n$, onde $Y_1$, ... , $Y_n$ são os componentes de Y. Também, escrevemos $A^{I} \subset B^{I}$ se e somente se $a^{I}_{ij} \subset b^{I}_{ij}$ para todo $i$= 1, ... , $m$ e $j$= 1, ... , $n$ onde os $b^{I}_{ij}$ ($i$= 1, ... , $m$; $j$= 1, ... , $n$) são os elementos de $B^{I}$.

O conjunto de pontos reais (i. e., vetores) $x$ em um vetor intervalo $X$ forma um paralelepípedo $n$-dimensional com lados paralelos aos eixos coordenados. referimos a um vetor intervalo como uma caixa (*box*) (Hansen, E., 1992) **Figura 2**.

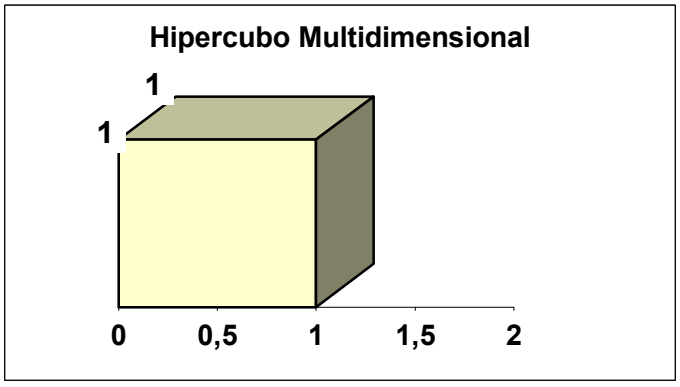



**Figura 2 – Vetor Intervalo – $I$ = {[0,1], [0,1], [0,1]}**

Considere a equação real

$$Ax = b \tag{3.15}$$

Existem muitas aplicações em que os elementos da matriz A e/ou os componentes do vetor b não são precisamente conhecidos. Se nós conhecemos uma matriz intervalo $A^{I}$ limitando A e um vetor intervalo $b^{I}$ limitando $b$, nós podemos substituir (3.15) por (3.16)

$$A^{I}x = b^{I} \tag{3.16}$$

## 4. Gestão da Incerteza no Método SAPEVO - M

Os estudos de previsão e a perspectiva da gestão da incerteza futura sempre provocaram curiosidade nas pessoas. O medo das doenças, das catástrofes naturais e da escassez de recursos assola a humanidade e requer a realização de pesquisas e desenvolvimentos de novos métodos e novas reflexões para gerir a incerteza. Fatos novos surpreendem a todo o momento e a exploração de situações diversas daquelas que tenham sido experimentadas até agora pode fazer a diferença para se preparar e vencer os desafios futuros.

Este trabalho visa obter os pesos dos critérios em intervalos para um conjunto de decisores pré-definidos e encontrar o desempenho global intervalar das alternativas pelo método SAPEVO-M. Com este método é possível estabelecer uma ordenação das alternativas considerando a incerteza introduzida pelo Peso Intervalar de cada critério (Figura 3).

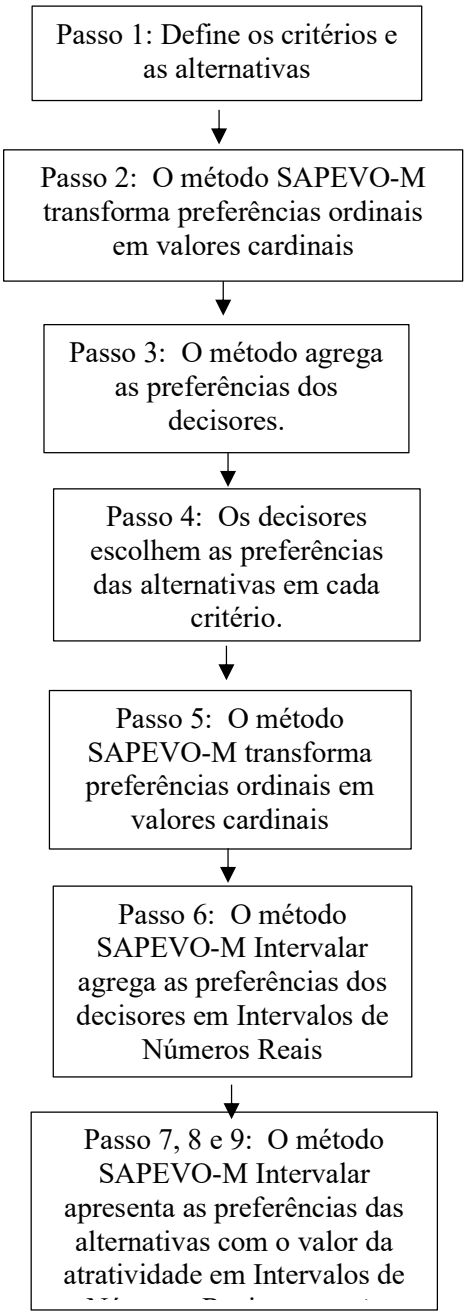



**Figura 3 – Passos do Método SAPEVO-M Intervalar**

**Definição 4.1:** Denominamos **Peso Intervalar do Critério *j*** o número intervalo onde o limite inferior do intervalo é o peso mínimo para o critério ***j*** obtido pelo Método SAPEVO-M considerando todos os ***d*** decisores e o limite superior do intervalo é o peso máximo para o critério ***j*** considerando todos os ***d*** decisores também pelo Método SAPEVO-M.

**Definição 4.2:** Denominamos **Desempenho Global Intervalar da Alternativa *i*** o Vetor Intervalo obtido pelo Método SAPEVO-M Intervalar, onde o limite inferior é obtido a partir dos mínimos dos Pesos Intervalos de Cada Critério e o limite superior a partir dos máximos respectivamente em ambos os casos implementando o Método SAPEVO-M, utilizando as operações de Aritmética de Intervalos (seção 3.2).

## 5. Exemplo Ilustrativo

### 5.1 Apresentação do Exemplo Ilustrativo do Método SAPEVO- M Clássico.

O exemplo numérico do Método SAPEVO-M foi apresentado em Santos *et al* (2023). Considerando um conjunto de dois decisores avaliando um conjunto de três alternativas de smartphones (SMP A, SMP B e SMP C) sob a análise de quatro critérios que são: câmera, design, custo e armazenagem (Tabelas 1 a 6)

**Tabela 1 – Avaliação dos Critérios pelo Decisor 1**

| Decisor 1 | Câmera | Design | Custo | Armazenagem | Soma das Pontuações | Normalização | Pesos |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Câmera | 0 | 2 | 0 | 1 | 3 | 1 | 0,4 |
| Design | -2 | 0 | -2 | -1 | -5 | 0 | 0,002 |
| Custo | 0 | 2 | 0 | 1 | 3 | 1 | 0,4 |
| Armazenagem | -1 | 1 | -1 | 0 | -1 | 0,5 | 0,2 |
| Total | /// | /// | /// | /// | /// | 2,5 | /// |

**Tabela 2 – Avaliação das alternativas para a câmera pelo decisor D1.**

| Decisor 1 | SMP A | SMP B | SMP C | Soma das Pontuações | Normalização | Vetor Prioridade |
|---|---|---|---|---|---|---|
| SMP A | 0 | 2 | 3 | 5 | 1 | 0,889 |
| SMP B | -2 | 0 | 0 | -2 | 0,125 | 0,111 |
| SMP C | -3 | 0 | 0 | -3 | 0 | 0 |
| Total | /// | /// | /// | /// | 1,125 | /// |

**Tabela 3 – Avaliação das alternativas para o design pelo decisor D1.**

| Decisor 1 | SMP A | SMP B | SMP C | Soma das Pontuações | Normalização | Vetor Prioridade |
|---|---|---|---|---|---|---|
| SMP A | 0 | -1 | 0 | -1 | 0 | 0,000 |
| SMP B | 1 | 0 | -1 | 0 | 0,5 | 0,333 |
| SMP C | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0,667 |
| Total | /// | /// | /// | /// | 1,5 | /// |

**Tabela 4 – Avaliação das alternativas para o custo pelo decisor D1.**

| Decisor 1 | SMP A | SMP B | SMP C | Soma das Pontuações | Normalização | Vetor Prioridade |
|---|---|---|---|---|---|---|
| SMP A | 0 | -2 | -3 | -5 | 0 | 0,0 |
| SMP B | 2 | 0 | -1 | 1 | 0,667 | 0,4 |
| SMP C | 3 | 1 | 0 | 4 | 1 | 0,6 |
| Total | /// | /// | /// | /// | 1,667 | /// |

**Tabela 5 – Avaliação das alternativas para a armazenagem pelo decisor D1.**

| Decisor 1 | SMP A | SMP B | SMP C | Soma das Pontuações | Normalização | Vetor Prioridade |
|---|---|---|---|---|---|---|
| SMP A | 0 | 2 | 3 | 5 | 1 | 0,889 |
| SMP B | -2 | 0 | 0 | -2 | 0,125 | 0,111 |
| SMP C | -3 | 0 | 0 | -3 | 0 | 0,000 |
| Total | /// | /// | /// | /// | 1,125 | /// |

**Tabela 6 – Resultados agregados individuais do decisor D1**

| Resultados agregados | Peso dos Critérios |
|---|---|
| Câmera | 39,92% |
| Design | 0,20% |
| Custo | 39,92% |
| Armazenamento | 19,96% |
| Desempenhos agregados individuais | |
| SMP A | 53,23% |
| SMP B | 22,68% |
| SMP C | 24,09% |

De forma análoga, foram obtidos e apresentados os resultados agregados individuais do decisor D2 (Tabela 7).

**Tabela 7 – Resultados agregados individuais do decisor D2.**

| Resultados agregados | Peso dos Critérios |
|---|---|
| Câmera | 37,43% |
| Design | 0,20% |
| Custo | 21,86% |
| Armazenamento | 40,52% |
| Desempenhos agregados individuais | |
| SMP A | 28,74% |
| SMP B | 49,34% |
| SMP C | 21,92% |

Os resultados agregados globais apontam para o Smartphone A como o de melhor desempenho (Tabela 8).

**Tabela 8 – Resultados agregados globais**

| Resultados Agregados Globais | Peso dos Critérios |
|---|---|
| Câmera | 38,70% |
| Design | 0,20% |
| Custo | 30,90% |
| Armazenamento | 30,20% |
| Desempenhos agregados individuais | |
| SMP A | 43,06% |
| SMP B | 32,17% |
| SMP C | 24,78% |

**5.2 Apresentação do Exemplo Ilustrativo na perspectiva do Método SAPEVO-M Intervalar.** Considerando os valores mínimos e máximos dos resultados individuais de cada critério, o peso intervalar de cada critério é apresentado na Tabela 9.

**Tabela 9 – Peso Intervalar do Critério**

| **Peso Intervalar do Critério** | |
|---|---|
| Câmera | [0,3743, 0,3992] |
| Design | [0,2, 0,2] |
| Custo | [0,2186, 0,3992] |
| Armazenamento | [0,1996, 0,4052] |

Utilizando o peso intervalar de cada critério é possível encontrar o desempenho global intervalar de cada smartphone, onde o limite inferior é obtido a partir dos mínimos dos Pesos Intervalos de Cada Critério e o limite superior a partir dos máximos respectivamente, em ambos os casos utilizando o Método SAPEVO-M. Analisando o limite inferior dos intervalos, o Smartphone A tem melhor desempenho, pelo limite superior, o Smartphone B tem melhor desempenho (Tabela 10).

**Tabela 10 – Desempenho Global Intervalar**

| **Desempenho Global Intervalar** | |
|---|---|
| Smartphone A = | [0,2044819, 0,7151116] |
| Smartphone B = | [0,1303029, 0,7356664] |
| Smartphone C = | [0,0666 , 0,5326] |

É possível incluir na análise a amplitude dos intervalos como o nível de certeza do desempenho de cada Smartphone.

## 6. Conclusões e Perspectivas de Desenvolvimento

Foi possível constatar a utilidade do uso dos Números Intervalos para integrar a incerteza ao processo de tomada de decisão com múltiplos decisores utilizando o método de Apoio Multicritério à Decisão *Simple Aggregation of Preferences Expressed by Ordinal Vectors – Multi Decision makers* - SAPEVO-M.

A partir da construção do **Peso Intervalar do Critério** foi possível encontrar o **Desempenho Global Intervalar** que possibilita ordenar as alternativas e gerar conhecimento sobre o problema de estudo.

Vale a pena destacar a viabilidade computacional da aplicação do SAPEVO-M Intervalar ao problema apresentado, onde o Smartphone A apresenta o melhor desempenho na perspectiva do limite inferior e o Smartphone B é o melhor pelo limite superior do intervalo, comparando as potenciais soluções alternativas a fim de compreender a natureza dos compromissos feitos para a escolha de uma solução satisfatória aceitável como solução final do processo de apoio à tomada de decisão.

Explorar a amplitude do intervalo de solução encontrado pode ser uma perspectiva de desenvolvimento futuro com o objetivo de proporcionar maior assertividade na escolha da melhor alternativa e classificar cada alternativa face a sua robustez.

## Referências

Almeida AT, Geiger MJ & Morais DC. (2018) Challenges in multicriteria decision methods. IMA *Journal of Management Mathematics, 247-252.*

Fernández E., Figueira J. R., Navarro J. (2020) Interval-based extensions of two outranking methods for multi-criteria ordinal classification. *Omega*. 95: 102065. Doi:10.1016/j.omega.2019.05.001

Fortuna Lucas S., Neves J. C. S., Neves G.C. (2022) Robust Solution Identification for uncertainty Management in MOLP – An Interactive Approach. *Pesquisa Operacional*. 42: 1-17. doi: 10.1590/0101-7438.2022.042.00247885.

Gomes C. F. S., Santos M., Teixeira L. F. H. S. B., Sanseverino, A. M. & Barcelos, M. R. S. (2020) - SAPEVO-M: a Group Multicriteria Ordinal Ranking Method. *Pesquisa Operacional*, 40: e226524. doi 10.1590/0101-7438.2020.040.00226524.

Gomes, C. F. S., Gomes, L. F. A. M. (2019) Princípios e métodos para tomada de decisão: Enfoque multicritério. 6 Edições. São Paulo. Atlas.

Gomes, L. F. A. M.; Mury, A. R.; Gomes, C. F. S. (1997) Multicriteria ranking with ordinal data. *Systems Analysis Modelling Simulation*, v. 27, n. 2-3, p. 139-145.

Hansen, E. (1992) Global Optimization Using Interval Analysis, Marcel Dekker, Inc., New York.

Kaczynska, A., Sulikowski, P, Watrobski, J, Salabun, W. (2023). Enhancing Sustainable Assessment of Electric Vehicles: A Comparative Study of the TOPSIS Technique with Interval Numbers for Uncertainty Management. *Energies*. 16 (18). 6652. https://doi.org/10.3390/en16186652.

Liu, F. and Liao, H. (2025) Bayesian Weighting for Multiple Criteria Group Decision-Making With Interval Preference Information," in *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 33, no. 2, pp. 524-536, Feb. 2025, doi: 10.1109/TFUZZ.2024.3482312.

Mamadaev, I. and Mamadaev, M. (2024) Performance Optimization of Machine Learning-Driven Image Recognition Algorithms for iOS Mobile Platforms, *2024 6th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA)*, Lipetsk, Russian Federation, 401-404, doi: 10.1109/SUMMA64428.2024.10803881.

Moore, R. E. (1966) Interval Analysis. Prentice-Hall, Englewood Cliff, NJ.
Salo, A.; Hämäläinen, R. P. (2010) Multicriteria decision analysis in group decision processes. *Handbook of group decision and negotiation*, p. 269-283.

Santos, M., Gomes, C. F. S., Moreira, L. A. L., Costa, I. P. A. (2023) Ferramentas computacionais de apoio a decisão. 1ª edição. Rio de Janeiro. Ed. Dos autores.

Zhang, W.; Ju, Y.; Liu, X. (2017) Interval-valued intuitionistic fuzzy programming technique for multicriteria group decision making based on Shapley values and incomplete preference information. *Soft Computing*, v. 21, p. 5787-5804.