57º SBPO
SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL
Gramado • RS
DE 5 A 9 DE OUTUBRO DE 2025

Modelo de Programação Linear Inteira Mista para Otimização da Mistura e Alocação de Sucatas em uma Indústria Siderúrgica

Luiz Otávio Uchoa Pereira
Departamento de Engenharia de Produção — Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Presid. Antônio Carlos, 6627 Pampulha — Belo Horizonte, MG, Brasil
lotaviouchoa@gmail.com

Fernando Lopes Araújo Júnior, Anderson Alves Tzitas
Vallourec Soluções Tubulares do Brasil
Belo Horizonte, MG — Brasil
{fernando.junior, anderson.atzitas}@vallourec.com

RESUMO

A produção de aço com o uso de sucata em aciarias é uma tarefa complexa, impactada por restrições operacionais, requisitos metalúrgicos e custos variáveis. Esse trabalho propõe um modelo de programação linear inteira mista para apoiar a decisão de mistura e carga metálica com sucatas na aciaria de uma usina siderúrgica, considerando o conceito de valor em uso em corridas do aço. O modelo otimiza os custos de produção associados às matérias-primas, respeitando restrições operacionais e metalúrgicas críticas do processo produtivo. Para avaliar o desempenho do modelo, foram realizados testes computacionais com dados reais, utilizando um resolvedor comercial. Os resultados indicam a capacidade do modelo de gerar soluções economicamente vantajosas e oferecendo uma ferramenta prática de apoio à decisão para engenheiros de processo. A abordagem também permite a análise de diferentes cenários de disponibilidade e custo de sucatas, contribuindo para o aumento da flexibilidade e eficiência do processo produtivo.

PALAVRAS CHAVE. Carga metálica, Sucata, Siderurgia, Valor em Uso, Programação Linear Inteira Mista.

Tópicos: POI - PO na Indústria, PM - Programação Matemática, AD&GP – PO na Administração e Gestão da Produção

ABSTRACT

The allocation and blending of scrap metal in the steelmaking process is a complex task influenced by operational constraints, metallurgical requirements, and fluctuating costs. This paper presents a mixed-integer linear programming (MILP) model to support decision-making in scrap charge optimization for steelmaking heats, incorporating the value-in-use concept. The model aims to minimize production costs associated with metallic raw materials while respecting key operational and metallurgical constraints. To evaluate the model's performance, computational experiments were conducted using real production data and a commercial solver. Results show that the model can deliver cost-effective, operationally feasible solutions and serves as a practical decision-support tool for process engineers. The proposed approach also enables scenario analysis under varying scrap availabilities and cost conditions, enhancing process flexibility and efficiency.

KEYWORDS. Metallic charge, Scrap, Steelmaking, Value in Use, Mixed-Integer Linear Programming.

Paper Topics: POI – OR in Industry, PM – Mathematical Programming, AD&GP – OR in Administration and Production Management

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212239
https://proceedings.science/p/212239?lang=pt-br

1. Introdução

A busca por competitividade e produtividade tem levado indústrias a adotarem soluções mais inteligentes, apoiadas em tecnologias da Indústria 4.0 [Çebi Bal e Çisil Erkan, 2019]. Nesse contexto, a Pesquisa Operacional (PO) desempenha papel crucial na tomada de decisões estratégicas e operacionais, contribuindo para o aumento da produtividade, redução de custos e melhor aproveitamento de recursos [Hillier e Lieberman, 2021]. Entre suas ferramentas, os modelos de otimização têm sido amplamente utilizados na programação da produção, onde decisões ágeis e precisas são fundamentais frente à crescente complexidade dos sistemas industriais.

A indústria siderúrgica ocupa posição estratégica na economia global, fornecendo insumos essenciais para setores como construção civil, transporte e bens de consumo duráveis. No Brasil, consolidou-se ao longo do século XX com a fundação de grandes companhias [Aço Brasil, 2024] e lidera a produção de aço na América do Sul [World Steel Association, 2023]. A fabricação do aço envolve diversas etapas, sendo a aciaria responsável por converter ferro-gusa e sucatas metálicas em aço líquido — fase crítica que afeta diretamente a eficiência produtiva e a qualidade final do produto.

Nessa etapa, a produção ocorre em corridas de aço, isto é, ciclos sucessivos de carregamento e fusão em fornos, nos quais diferentes combinações de sucatas metálicas são processadas para atender às especificações de cada ordem. O correto planejamento dessas corridas é fundamental para garantir estabilidade operacional, aproveitamento de insumos e cumprimento de requisitos de qualidade.

O uso de sucata metálica como principal insumo é prática comum, promovendo a sustentabilidade do setor ao viabilizar a reciclagem e reduzir as emissões do processo siderúrgico convencional [Compañero et al., 2021]. Além disso, esse insumo pode gerar economia de energia e redução de custos operacionais, sendo vantajoso tanto econômica quanto ambientalmente.

Contudo, a preparação de cargas metálicas adequadas para os fornos apresenta desafios significativos. A mistura e alocação das sucatas às ordens de produção constitui um problema altamente combinatório [Yang et al., 2018], agravado pela diversidade de materiais, restrições técnico-operacionais e variações nos preços, na composição química e nos estoques. A complexidade aumenta com o número de ordens, tipos de aço e restrições logísticas e metalúrgicas, tornando o planejamento e a tomada de decisão fortemente dependentes da experiência empírica dos programadores de produção.

Modelos de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) oferecem uma alternativa robusta para lidar com essa complexidade [Wolsey, 1998], permitindo automatizar decisões e gerar planos de produção mais eficientes. Esses modelos representam de forma rigorosa as restrições técnicas, operacionais e econômicas, como limites de composição química e custos associados ao "valor em uso" das sucatas. Este último conceito, mais do que simplesmente o preço de aquisição, traduz o custo do capital já imobilizado nos estoques que é efetivamente alocado nas corridas, de acordo com as combinações de materiais escolhidas.

Este trabalho propõe um modelo de otimização baseado em PLIM para o problema de alocação e mistura de sucatas metálicas na produção de aço. São desenvolvidas duas versões do modelo: uma que considera os níveis atualmente disponíveis de estoque e outra que permite expansão adicional até limites informados. Ambas incorporam restrições técnicas, operacionais, limites de composição, níveis de estoque e custos de aquisição. Testes computacionais com instâncias reais e sintéticas, contemplando diferentes cenários operacionais, avaliam o desempenho do modelo em termos de qualidade das soluções, robustez diante de variações de mercado e escalabilidade. Os resultados demonstram o potencial do modelo em apoiar decisões na programação da produção na planta siderúrgica objeto desse estudo.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212239
https://proceedings.science/p/212239?lang=pt-br

2. Referencial Teórico

A produção de aço a partir da reciclagem e mistura de sucatas metálicas envolve decisões complexas que precisam atender simultaneamente a critérios econômicos, técnicos e operacionais. A definição da carga metálica ideal deve respeitar limites químicos do produto final, capacidades operacionais e custos de aquisição. Diversos estudos propõem modelos matemáticos de otimização para apoiar essa decisão, com diferentes enfoques e níveis de detalhamento.

Um modelo de programação linear *fuzzy* para minimizar o custo total da mistura de sucatas, respeitando faixas de concentração de elementos metálicos, limites de uso e aproveitamento dos materiais, é proposto em [Rong e Lahdelma, 2006]. O diferencial está no uso de restrições *fuzzy* para lidar com incertezas laboratoriais. No entanto, o modelo assume alocação única por ordem e não considera aspectos operacionais como a alocação e movimentação por veículos ou o carregamento em camadas — elementos centrais neste trabalho.

Em [Baş et al., 2024], apresenta-se um modelo voltado à sustentabilidade, incluindo custos com energia e emissões na função objetivo, além do uso de programação por chance para lidar com incertezas. Embora sejam consideradas restrições de estoque, estas são tratadas de forma simplificada e, assim como em [Rong e Lahdelma, 2006], adota-se uma visão agregada da produção, sem decisões discretas de alocação física.

Um modelo mais amplo e robusto, com múltiplos fornos, horizonte temporal e tarifas de energia variáveis, é proposto em [Yang et al., 2018]. A função objetivo inclui custos com energia, aquisição de sucatas e ferroligas, além de penalidades por *setups*. Apesar de considerar decisões de alocação entre fornos e períodos, não são incorporados aspectos de logística de movimentação ou políticas detalhadas de estoque.

Assim, o modelo proposto neste trabalho busca preencher essas lacunas, ao integrar decisões de mistura com a alocação operacional detalhada — envolvendo veículos de movimentação, carregamento em camadas e diferentes políticas de estoque — sem negligenciar as restrições técnicas do processo. Adicionalmente, o modelo permite a análise de cenários distintos com variações nas estratégias de gestão de estoques, possibilitando avaliar os impactos de diferentes políticas sobre o desempenho econômico e operacional da aciaria.

3. Formulação Matemática

Esta seção apresenta a formulação matemática do problema de alocação e mistura de sucatas metálicas na produção de aço. As Tabelas 1 e 2 descrevem os conjuntos, parâmetros e funções utilizados. A subseção 3.1 introduz a Formulação Base, enquanto as subseções 3.2 e 3.3 detalham as versões com os diferentes cenários de políticas de estoque.

3.1. Formulação Base

A formulação matemática base compreende a estrutura comum, cujos elementos são compartilhados pelos dois cenários de estoque propostos e anteriormente introduzidos: (i) o cenário com estoque disponível de sucata, direcionado à operação siderúrgica com os níveis de estoque atualmente disponíveis; e (ii) o cenário com estoque expansível, empregado em simulações com níveis superiores de abastecimento de sucata. As variáveis de decisão comuns em ambos os cenários propostos são definidas conforme a Tabela 3. A Formulação Base é apresentada a seguir:

$$\min f(x) = \sum_{b\in B}\sum_{h\in H_b}\sum_{s\in S}\sum_{c\in C}\sum_{l\in L_c}\sum_{d\in D_b}\sum_{r\in R_d} v_s \cdot x_{bhscldr} \tag{1}$$

$$\min g(z) = \sum_{b\in B} M_b \cdot (1 - z_b) \tag{2}$$

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212239
https://proceedings.science/p/212239?lang=pt-br

Tabela 1: Notação dos conjuntos e parâmetros.

Notação	Descrição
B	Conjunto de ordens de produção
H_b	Conjunto de corridas de aço da ordem de produção $b \in B$
D	Conjunto de trens de sucata
R_d	Conjunto de vagões do trem de sucata $d \in D$
E	Conjunto de elementos metálicos contaminantes
G	Conjunto de ligas de aço
S	Conjunto de sucatas
C	Conjunto de carregamentos de panela de uma corrida de aço
L_c	Conjunto de camadas do carregamento de panela $c \in C$
S_{cl}	Conjunto de sucatas permitidas na camada $l \in L_c$ do carregamento de panela $c \in C$
S_{dr}	Conjunto de sucatas disponíveis no vagão $r \in R_d$ do trem de sucata $d \in D$
R_{dc}	Conjunto de vagões do trem de sucata $d \in D$ atendidos pela ponte-rolante do carregamento de panela $c \in C$
D_b	Conjunto de trens de sucata compatíveis com a ordem de produção $b \in B$
v_s	Valor em uso da sucata $s \in S$
γ_s	Taxa de rendimento metalúrgico da sucata $s \in S$, em porcentagem
σ_{sg}	Quantidade mínima de sucata $s \in S$ na liga de aço $g \in G$, em porcentagem
θ_{sg}	Quantidade máxima de sucata $s \in S$ na liga de aço $g \in G$, em porcentagem
t_b	Meta de produção de aço (em termos de quantidade) da ordem de produção $b \in B$
α_{es}	Concentração de elemento metálico contaminante $e \in E$ na sucata $s \in S$, em porcentagem
β_{eg}	Concentração máxima de elemento metálico contaminante $e \in E$ na liga de aço $g \in G$, em porcentagem
μ_b	Peso médio das corridas de produçao da ordem de produção $b \in B$
λ_{cl}	Peso mínimo da camada $l \in L_c$ do carregamento de panela $c \in C$
η_{cl}	Peso maximo da camada $l \in L_c$ do carregamento de panela $c \in C$
q_s	Estoque disponível para utilização da sucata $s \in S$
Q_s	Estoque máximo da sucata $s \in S$, considerando o estoque disponível atual q_s e a possibilidade de aquisição adicional

$$\min F(x,z) = f(x) + g(z) \tag{3}$$

$$\sum_{d\in D_b}\sum_{r\in R_d}\sum_{c\in C}\sum_{l\in L_c} \gamma_s \cdot x_{bhscldr} \geq \sigma_{sg(b)} \cdot \mu_b \cdot z_b \quad \forall\, b \in B, h \in H_b, s \in S \tag{4}$$

$$\sum_{d\in D_b}\sum_{r\in R_d}\sum_{c\in C}\sum_{l\in L_c} \gamma_s \cdot x_{bhscldr} \leq \theta_{sg(b)} \cdot \mu_b \cdot z_b \quad \forall\, b \in B, h \in H_b, s \in S \tag{5}$$

$$\sum_{s\in S_{dr}} y_{bhsdr} \leq 1 \quad \forall\, b \in B, H \in H_b, d \in D_b, r \in R_d \tag{6}$$

$$\sum_{c\in C}\sum_{l\in L_c} \gamma_s \cdot x_{bhscldr} \leq \mu_b \cdot y_{bhsdr} \quad \forall\, b \in B, h \in H_b, s \in S, d \in D_b, r \in R_d \tag{7}$$

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212239
https://proceedings.science/p/212239?lang=pt-br

Tabela 2: Notação das funções.

Notação	Descrição
$g(b)$	Retorna a liga de aço a ser produzida na ordem de produção $b \in B$

Tabela 3: Variáveis de decisão da Formulação Base.

Variável	Descrição
$x_{bhscldr}$	Quantidade de sucata $s \in S$ alocada na camada $l \in L_c$ do carregamento de panela $c \in C$ e no vagão $r \in R_d$ do trem de sucatas $d \in D_b$ para atender a corrida de aço $h \in H_b$ da ordem de produção $b \in B$. A sucata deve ser permitida na camada de carregamento de panela ($s \in S_{cl}$) e deve estar disponível no vagão do trem de sucata ($s \in S_{dr}$). O vagão deve ser atendido pela ponte-rolante do carregamento de panela ($r \in R_{dc}$).
y_{bhsdr}	1 se a sucata $s \in S$ é alocada no vagão $r \in R_d$ do trem de sucatas $d \in D_b$ para atender a corrida de aço $h \in H_b$ da ordem de produção $b \in B$; 0 caso contrário;
w_{dbh}	1 se o trem de sucata $d \in D_b$ é usado para atender a corrida de aço $h \in H_b$ da ordem de produção $b \in B$; 0 caso contrário;
z_b	1 caso a ordem de produção $b \in B$ seja produzida; 0 caso contrário;

$$\sum_{s \in S_{cl}} \sum_{d \in D_b} \sum_{r \in R_d} \gamma_s \cdot x_{bhscldr} \geq \lambda_{cl} \cdot z_b \quad \forall\, b \in B, h \in H_b, c \in C, l \in L_c \tag{8}$$

$$\sum_{s \in S_{cl}} \sum_{d \in D_b} \sum_{r \in R_d} \gamma_s \cdot x_{bhscldr} \leq \eta_{cl} \cdot z_b \quad \forall\, b \in B, h \in H_b, c \in C, l \in L_c \tag{9}$$

$$\sum_{h \in H_b} \sum_{s \in S} \sum_{c \in C} \sum_{l \in L_c} \sum_{d \in D_b} \sum_{r \in R_d} \gamma_s \cdot x_{bhscldr} = t_b \cdot z_b \quad \forall\, b \in B \tag{10}$$

$$\sum_{s \in S} \sum_{c \in C} \sum_{l \in L_c} \sum_{d \in D_b} \sum_{r \in R_d} (\alpha_{es} - \beta_{eg(b)} \cdot \gamma_s) \cdot x_{bhscldr} \leq 0 \quad \forall\, e \in E, b \in B, h \in H_b \tag{11}$$

$$\sum_{r \in R_d \,:\, s \in S_{dr}} y_{bhsdr} \leq |R_d| \cdot w_{dbh} \quad \forall\, b \in B, h \in H_b, d \in D_b, s \in S \tag{12}$$

$$\sum_{d \in D_b} w_{dbh} = z_b \quad \forall\, b \in B, h \in H_b \tag{13}$$

$$z_{b+1} \leq z_b \quad \forall\, b \in \{1, ..., |B| - 1\} \tag{14}$$

$$x_{bhscldr} \geq 0 \qquad \forall\, b \in B, h \in H_b, s \in S, c \in C, l \in L_c, d \in D_b, r \in R_d \tag{15}$$

$$y_{bhsdr} \in \{0, 1\} \qquad \forall\, b \in B, h \in H_b, s \in S, d \in D_b, r \in R_d \tag{16}$$

$$w_{dbh} \in \{0, 1\} \qquad \forall\, b \in B, h \in H_b, d \in D_b \tag{17}$$

$$z_b \in \{0, 1\} \qquad \forall\, b \in B \tag{18}$$

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212239
https://proceedings.science/p/212239?lang=pt-br

A expressão (1) representa a função objetivo de minimização do valor em uso total das sucatas utilizadas para a produção siderúrgica. A expressão (2), por sua vez, representa a função objetivo de maximização do número de ordens de produção efetivamente produzidas.

Como se trata de um problema multiobjetivo, é necessário expressar ambas as funções no mesmo sentido de otimização para permitir sua combinação em um único objetivo. Neste trabalho, adota-se a soma direta das funções, uma vez que essa estratégia permite capturar simultaneamente os custos do valor em uso e a maximização da produção em uma formulação linear mista de resolução mais simples. Assim, a segunda função objetivo, originalmente expressa por $\max \sum_{b \in B} z_b$, é reformulada como uma função de minimização equivalente, em que cada ordem não atendida é penalizada por meio de uma constante suficientemente grande, conforme formalizado na expressão (2).

O parâmetro M_b é definido de modo a refletir o custo relativo de não atender a ordem de produção $b \in B$, sendo calculado a partir da seguinte relação:

$$M_b = \frac{v_{s'}}{\gamma_{s'}} \cdot t_b \qquad s' \leftarrow \operatorname*{argmax}_{s \in S} \frac{v_s}{\gamma_s}$$

A partir dessa transformação, a formulação multiobjetivo é consolidada em um problema de minimização com objetivo único, conforme apresentado na expressão (3).

As restrições (4) e (5) garantem a conformidade da utilização de sucata com os respectivos limites inferiores e superiores de sucatas nas ligas de aço fundidas. A restrição (6) limita a alocação de no máximo uma única sucata por vagão de trem de sucata. A restrição (7) garante que a quantidade de aço fundido gerada em cada corrida não exceda o peso médio estabelecido para as corridas da respectiva ordem de produção. As restrições (8) e (9) garantem que a quantidade total de aço fundido por camada de carregamento de panela esteja em conformidade com os limites inferiores e superiores de capacidade da respectiva camada de carregamento de panela. A restrição (10) garante que a quantidade de aço fundido produzido para uma ordem de produção atenda a meta de produção de aço da ordem. A restrição (11) garante que a concentração de cada elemento metálico contaminante no aço produzido por corrida seja inferior ao seu respectivo limite máximo permitido pelas ligas de aço. A restrição (12) garante que a quantidade de vagões utilizados de um trem de sucata para alocação de uma sucata não exceda o número total de vagões existentes neste trem. A restrição (13) garante que, se uma ordem de produção for atendida, cada uma de suas corridas utilize um trem de sucata compatível com a respectiva ordem. A restrição (14) garante que a ordens de produção sejam produzidas conforme a sequência de ordenação no conjunto de ordens de produção B. As restrições (15) a (18) definem os domínios das variáveis de decisão.

3.2. Formulação - Estoque Disponível

A formulação matemática do cenário com estoque disponível é composta da união da formulação base apresentada na Seção 3.1 com a seguinte restrição apresentada abaixo:

$$\sum_{b \in B} \sum_{h \in H_b} \sum_{c \in C} \sum_{l \in L_c} \sum_{d \in D_b} \sum_{r \in R_d} x_{bhscldr} \leq q_s \quad \forall s \in S \tag{19}$$

A restrição (19) garante que a quantidade total utilizada de cada sucata em toda a produção siderúrgica não exceda sua quantidade disponível em estoque.

3.3. Formulação - Estoque Expansível

A formulação matemática do cenário com estoque expansível é composta da união entre (i) a formulação base apresentada na Seção 3.1; (ii) a variável de decisão adicional apresentada na Tabela 4; e (iii) a função objetivo e restrições adicionais apresentadas abaixo:

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212239
https://proceedings.science/p/212239?lang=pt-br

Tabela 4: Variável de decisão adicional da Formulação Estoque Expansível.

Variável	Descrição
h_s	Quantidade de sucata $s \in S$ adicionalmente expandida

$$\min \phi(h) = \sum_{s \in S} v_s \cdot \tau_s \cdot h_s \tag{20}$$

$$\min G(x, z, h) = f(x) + g(z) + \phi(h) \tag{21}$$

$$\sum_{b \in B} \sum_{h \in H_b} \sum_{c \in C} \sum_{l \in L_c} \sum_{d \in D_b} \sum_{r \in R_d} x_{bhscldr} \leq Q_s \quad \forall\, s \in S \tag{22}$$

$$h_s \geq \sum_{b \in B} \sum_{h \in H_b} \sum_{c \in C} \sum_{l \in L_c} \sum_{d \in D_b} \sum_{r \in R_d} x_{bhscldr} - q_s \quad \forall\, s \in S \tag{23}$$

$$h_s \geq 0 \qquad \forall\, s \in S \tag{24}$$

A expressão (20) define a função que representa o custo total de expansão do estoque de sucatas. Essa parcela é somada aos objetivos da Formulação Base, resultando na função objetivo unificada apresentada em (21), que minimiza simultaneamente o valor em uso, as penalidades por ordens não atendidas e o custo de expansão de estoques de sucatas.

A restrição (22) garante que a quantidade total de sucata utilizada em toda a produção siderúrgica não exceda o limite máximo de estoque (considerando tanto o estoque atualmente disponível quanto a quantidade adicional passível de aquisição). A restrição (23) determina a quantidade de sucata adicionalmente expandida. A restrição (24) define o domínio da variável de decisão adicional.

4. Resultados Computacionais

Os experimentos computacionais foram executados em uma instância do tipo *c7g.2xlarge* da *Amazon Web Services* (AWS), configurada com 8 vCPUs e 16 GiB de memória RAM. Os modelos matemáticos de programação linear inteira mista foram implementados em *Python 3*, utilizando a biblioteca *PuLP* como interface de modelagem, e resolvidos com o solver *FICO® Xpress Optimization*.

Para a avaliação do modelo proposto foram utilizadas cinco instâncias de teste: três reais, derivadas de cenários enfrentados por uma aciaria de uma empresa siderúrgica, e duas sintéticas, elaboradas com volumes de produção significativamente maiores, de modo a avaliar o comportamento do modelo em situações de alta complexidade e escala.

Todas as instâncias — reais e sintéticas — compartilham a mesma estrutura de modelagem adotada pela aciaria, de forma que diversos conjuntos e parâmetros permanecem constantes entre os testes. A Tabela 5 resume as principais características de cada instância, destacando a quantidade de ordens de produção, corridas, trens de sucata, tipos de sucata e o número de variáveis geradas pelo modelo em cada cenário de estoque.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212239
https://proceedings.science/p/212239?lang=pt-br

Tabela 5: Caracterização do conjunto de instâncias utilizado.

Instância	**Ordens de produção** $\|B\|$	**Total de corridas** $\sum_b \|H_b\|$	**Trens de sucata** $\|D\|$	**Vagões por trem de sucata** $\|R_d\|$	**Elementos contaminantes** $\|E\|$	**Sucatas** $\|S\|$	**Número de variáveis geradas**	
							Estoque Disponível	**Estoque Expansível**
Real 1	1	17	8	6	3	14	1.599	1.613
Real 2	1	22	8	6	3	14	2.069	2.083
Real 3	3	18	8	6	3	14	1.443	1.457
Sintética 1	10	123	8	6	3	14	11.174	11.188
Sintética 2	30	304	8	6	3	14	28.032	28.046

Além da definição das instâncias, foram consideradas quatro hipóteses de configuração para representar diferentes condições operacionais:

Padrão (P)	Condições nominais de operação
Restritiva (R)	Menores estoques e maiores preços de sucatas
Otimista (O)	Maiores estoques e menores preços de sucatas
Alta Demanda (AD)	Aumento da demanda de produção e do número de corridas, mantendo estoques e preços originais.

Cada combinação de instância e hipótese define um experimento, conforme detalhado na Tabela 6. Para todas as combinações, o tempo de processamento foi limitado a uma hora, sendo a otimalidade alcançada em todos os casos.

Tabela 6: Caracterização dos experimentos realizados (valores relativos em relação ao cenário padrão).

Experimento	**Instância**	**Hipótese**	**Número de Corridas** $\sum_b \|H_b\|$	**Meta de produção** (%)	**Nível de estoques** (%)	**Precificação de sucata** (%)
$R1^P$	Real 1	Padrão	17	100	100	100
$R1^R$	Real 1	Restritiva	17	100	50	200
$R1^O$	Real 1	Otimista	17	100	200	50
$R1^{AD}$	Real 1	Alta Demanda	32	190,56	100	100
$R2^P$	Real 2	Padrão	22	100	100	100
$R2^R$	Real 2	Restritiva	22	100	50	200
$R2^O$	Real 2	Otimista	22	100	200	50
$R2^{AD}$	Real 2	Alta Demanda	38	177,39	100	100
$R3^P$	Real 3	Padrão	18	100	100	100
$R3^R$	Real 3	Restritiva	18	100	50	200
$R3^O$	Real 3	Otimista	18	100	200	50
$R3^{AD}$	Real 3	Alta Demanda	50	300	100	100
$S1^P$	Sintética 1	Padrão	123	100	100	100
$S1^R$	Sintética 1	Restritiva	123	100	75	135
$S1^O$	Sintética 1	Otimista	123	100	170	70
$S2^P$	Sintética 2	Padrão	304	100	100	100
$S2^R$	Sintética 2	Restritiva	304	100	75	145
$S2^O$	Sintética 2	Otimista	304	100	180	70

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212239
https://proceedings.science/p/212239?lang=pt-br

Adicionalmente, cada experimento foi resolvido em dois cenários de estoque:

Disponível	A produção é limitada aos recursos de estoque originalmente disponíveis.
Expansível	A disponibilidade de sucatas pode ser ampliada até um limite definido como parâmetro, incorrendo em custo adicional de expansão de estoques.

4.1. Instância Real 1

Tabela 7: Resultados dos experimentos da instância Real 1.

Exp.	Cenário de Estoques	Tempo de Solução (s)	Ordens Produzidas	Atendimento da Meta de aço (%)	Valor em uso relativo (%)	Custo relativo de expansão de estoques (%)
$R1^P$	Disponível	0,23	1	100,00	100,00	—
$R1^P$	Expansível	0,23	1	100,00	94,17	100,00
$R1^R$	Disponível	0,24	1	100,00	213,03	—
$R1^R$	Expansível	0,24	1	100,00	188,23	250,96
$R1^O$	Disponível	0,21	1	100,00	48,00	—
$R1^O$	Expansível	0,23	1	100,00	47,07	44,75
$R1^{AD}$	Disponível	0,25	1	190,56	202,37	—
$R1^{AD}$	Expansível	0,26	1	190,56	179,73	239,25

4.2. Instância Real 2

Tabela 8: Resultados dos experimentos da instância Real 2.

Exp.	Cenário de Estoques	Tempo de Solução (s)	Ordens Produzidas	Atendimento da Meta de aço (%)	Valor em uso relativo (%)	Custo relativo de expansão de estoques (%)
$R2^P$	Disponível	0,17	1	100,00	100,00	—
$R2^P$	Expansível	0,17	1	100,00	91,31	100,00
$R2^R$	Disponível	0,18	1	100,00	207,94	—
$R2^R$	Expansível	0,18	1	100,00	182,60	224,95
$R2^O$	Disponível	0,18	1	100,00	46,97	—
$R2^O$	Expansível	0,17	1	100,00	45,64	42,10
$R2^{AD}$	Disponível	0,23	1	177,39	185,13	—
$R2^{AD}$	Expansível	0,25	1	177,39	162,78	198,77

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212239
https://proceedings.science/p/212239?lang=pt-br

4.3. Instância Real 3

Tabela 9: Resultados dos experimentos da instância Real 3.

Exp.	Cenário de Estoques	Tempo de Solução (s)	Ordens Produzidas	Atendimento da Meta de aço (%)	Valor em uso relativo (%)	Custo relativo de expansão de estoques (%)
$R3^P$	Disponível	0,47	3	100,00	100,00	—
$R3^P$	Expansível	0,26	3	100,00	100,00	0,00
$R3^R$	Disponível	3,53	3	100,00	207,33	—
$R3^R$	Expansível	0,28	3	100,00	200,00	100,00
$R3^O$	Disponível	0,17	3	100,00	50,00	—
$R3^O$	Expansível	0,46	3	100,00	50,00	0,00
$R3^{AD}$	Disponível	1,21	2	199,93	206,22	—
$R3^{AD}$	Expansível	0,72	3	300,00	300,78	365,08

4.4. Instância Sintética 1

Tabela 10: Resultados dos experimentos da instância Sintética 1.

Exp.	Cenário de Estoques	Tempo de Solução (s)	Ordens Produzidas	Atendimento da Meta de aço (%)	Valor em uso relativo (%)	Custo relativo de expansão de estoques (%)
$S1^P$	Disponível	1,91	10	100,00	100,00	—
$S1^P$	Expansível	1,19	10	100,00	80,64	0,00
$S1^R$	Disponível	6,49	7	69,54	111,61	—
$S1^R$	Expansível	1,83	10	100,00	137,16	100,00
$S1^O$	Disponível	1,18	10	100,00	62,56	—
$S1^O$	Expansível	7,07	10	100,00	52,81	0,00

4.5. Instância Sintética 2

Tabela 11: Resultados dos experimentos da instância Sintética 2.

Exp.	Cenário de Estoques	Tempo de Solução (s)	Ordens Produzidas	Atendimento da Meta de aço (%)	Valor em uso relativo (%)	Custo relativo de expansão de estoques (%)
$S2^P$	Disponível	12,40	19	64,47	100,00	—
$S2^P$	Expansível	10,05	26	84,80	131,88	100,00
$S2^R$	Disponível	11,41	12	40,39	107,96	—
$S2^R$	Expansível	14,39	16	55,01	146,68	465,44
$S2^O$	Disponível	7,99	27	88,43	89,08	—
$S2^O$	Expansível	5,99	30	100,00	100,61	9,80

4.6. Avaliação Comparativa entre Instâncias e Cenários

De forma geral, o modelo apresentou desempenho consistente em todas as instâncias analisadas: obteve soluções ótimas com tempos computacionais reduzidos (máximo de 15s), plenamente compatíveis com aplicações práticas no contexto da aciaria em estudo. Não foram observadas inviabilidades ou tempos de solução excessivos, mesmo em hipóteses mais complexas ou em instâncias de maior escala.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212239
https://proceedings.science/p/212239?lang=pt-br

Para a maioria das instâncias testadas, todas as ordens foram atendidas integralmente na hipótese Padrão, sem necessidade de expansão de estoques. Já na hipótese Restritiva, que simula escassez de recursos e elevação de preços de sucatas, o modelo mostrou-se especialmente valioso como ferramenta de apoio à decisão. Na instância Sintética 1, por exemplo, o atendimento de ordens estaria limitado a cerca de 70% no cenário de estoques Disponível, enquanto que no cenário de estoques Expansível, a solução prescrita recupera a produção plena, com custo adicional claramente quantificado. Nas instâncias Real 1 e Real 3, mesmo sob condições desfavoráveis da hipótese Restritiva, foi possível atender integralmente às ordens, ainda que com aumento expressivo no valor em uso das sucatas (superior a 200%).

Na hipótese Otimista, observou-se maior aproveitamento de sucatas de menor custo, mantendo o atendimento máximo das ordens com reduções relevantes no valor em uso. Por fim, a hipótese de Alta Demanda, aplicada às instâncias reais, evidenciou a escalabilidade do modelo: em Real 1 e Real 2, toda a meta adicional de produção de aço foi atendida, enquanto em Real 3 identificou-se a necessidade de expansão de estoques, a um custo proporcional e justificável, sem comprometer a viabilidade da solução.

Em síntese, o modelo demonstrou robustez e flexibilidade frente às diferentes hipóteses e cenários, conciliando eficiência computacional, realismo industrial e suporte efetivo à tomada de decisão — inclusive em contextos de escassez ou de expansão da demanda.

5. Conclusão

Este trabalho apresentou o desenvolvimento de um modelo de programação linear inteira mista voltado para a otimização da mistura de sucatas em uma aciaria, com base no conceito de valor em uso. O modelo foi formulado para decidir sobre cada corrida de aço de forma individual, refletindo a realidade operacional da planta siderúrgica estudada.

Os testes computacionais realizados com dados industriais reais demonstraram a capacidade do modelo em representar de forma adequada as restrições metalúrgicas e operacionais envolvidas no processo. Os resultados indicaram que é possível obter economias significativas nos custos com matérias-primas metálicas sem comprometer a qualidade ou a viabilidade operacional do aço produzido. Do ponto de vista prático, o modelo mostrou-se uma ferramenta útil para os planejadores e programadores de produção, permitindo a simulação de diferentes cenários e a análise de alternativas de alocação de sucatas de forma eficiente e fundamentada.

Como trabalhos futuros, sugere-se a incorporação de aspectos estocásticos relacionados à disponibilidade e variabilidade de composição das sucatas, bem como a integração com sistemas de automação ou planejamento da produção. Também seria relevante explorar abordagens de otimização multiobjetivo que considerem, além do custo, métricas ambientais ou de desempenho energético do processo.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212239
https://proceedings.science/p/212239?lang=pt-br

Referências

Aço Brasil (2024). História do aço. URL https://www.acobrasil.org.br/site/historia-do-aco/. Acesso em 10 maio 2025.

Baş, A., Birgören, B., e Sakalli, Ü. S. (2024). Obtaining a multi-factor optimum blend using scrap within the scope of sustainable and environmentally friendly steel production: Application in a steel-casting company. *Sustainability*, 16(11):4446.

Compañero, R. J., Feldmann, A., e Tilliander, A. (2021). Circular steel: How information and actor incentives impact the recyclability of scrap. *Journal of Sustainable Metallurgy*, 7(4):1654–1670. ISSN 2199-3831. URL https://doi.org/10.1007/s40831-021-00436-1.

Hillier, F. S. e Lieberman, G. J. (2021). *Introduction to operations research*. McGraw-Hill Education, New York, New York, eleventh edition. edition. ISBN 9781260579376.

Rong, A. e Lahdelma, R. (2006). Fuzzy chance constrained linear programming based scrap charge optimization in steel production. *UMUDIKE JOURNAL OF ENGINEERING AND TECHNOLOGY*.

Wolsey, L. (1998). *Integer Programming*. Wiley Series in Discrete Mathematics and Optimization. Wiley. ISBN 9780471283669. URL https://books.google.com.br/books?id=x7RvQgAACAAJ.

World Steel Association (2023). World steel in figures 2023. URL https://worldsteel.org/publications/bookshop/product/world-steel-in-figures-2023/. Accessed: 2025-05-10.

Yang, Y., Chen, W., Wei, L., e Chen, X. (2018). Robust optimization for integrated scrap steel charge considering uncertain metal elements concentrations and production scheduling under time-of-use electricity tariff. *Journal of Cleaner Production*, 176:800–812. ISSN 0959-6526. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959652617330445.

Çebi Bal, H. e Çisil Erkan (2019). Industry 4.0 and competitiveness. *Procedia Computer Science*, 158:625–631. ISSN 1877-0509. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050919312669. 3rd WORLD CONFERENCE ON TECHNOLOGY, INNOVATION AND ENTREPRENEURSHIP"INDUSTRY 4.0 FOCUSED INNOVATION, TECHNOLOGY, ENTREPRENEURSHIP AND MANUFACTURE"June 21-23, 2019.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212239
https://proceedings.science/p/212239?lang=pt-br