

APLICAÇÃO DE UMA HEURÍSTICA *RELAX AND FIX* NA SOLUÇÃO DE PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES COM FRACIONAMENTO LIMITADO

Daniel Fernandes Jelin

Universidade Federal de São Carlos - Sorocaba, Departamento de Física, Química e Matemática
Rod. João Leme dos Santos, km 110, 18052-780, Sorocaba-SP, Brasil
danieljelin@ufscar.br

João Vitor Naves Mesa

Universidade Federal de São Carlos - Sorocaba, Departamento de Computação
Rod. João Leme dos Santos, km 110, 18052-780, Sorocaba-SP, Brasil
joaomesa@estudante.ufscar.br

Deisemara Ferreira

Universidade Federal de São Carlos - Sorocaba, Departamento de Física, Química e Matemática
Rod. João Leme dos Santos, km 110, 18052-780, Sorocaba-SP, Brasil
deise@ufscar.br

RESUMO

Este trabalho descreve a aplicação de uma heurística *relax and fix* ao problema de dimensionamento de lotes de produção em máquinas paralelas com fracionamento limitado (LSPMLS, na sigla em inglês). O problema tem por motivação o caso real de uma empresa de eletrodomésticos da linha branca cujo processo produtivo é caracterizado por: múltiplos itens; múltiplos recursos; múltiplas linhas paralelas; restrições de capacidade; e limites ao fracionamento dos lotes. O modelo já havia sido usado com sucesso na resolução de instâncias com horizontes de planejamento até três meses. Contudo, casos em que o planejamento se estendia até quatro, cinco ou seis meses restavam sem solução, dado o tempo limite de quatro horas, mostrando assim a necessidade de métodos de solução específicos para instâncias de grande porte. No presente trabalho desenvolvemos então uma heurística do tipo *relax and fix* que se mostrou eficiente na solução das instâncias de grande porte.

PALAVRAS CHAVE. Dimensionamento de lotes, fracionamento de lotes, processo de produção de eletrodomésticos.

Tópicos: PO na Indústria, Otimização discreta.

ABSTRACT

This paper presents the application of a relax and fix heuristic to the lot sizing problem with parallel machines and limited splitting (LSPMLS). The problem is motivated by a real-world case in a white goods manufacturing company, whose production process is characterized by multiple items, multiple resources, multiple parallel lines, capacity constraints, and limited batch splitting. The mathematical model had previously been successfully applied to planning horizons of up to three months. However, instances with four-, five-, or six-month horizons remained unsolved within the four-hour time limit, highlighting the need for specific solution methods to tackle large-scale instances. In this work, we therefore developed a relax and fix heuristic, which proved effective in solving such instances.

KEYWORDS. Lot sizing, batch splitting, home appliance production process.

Paper topics: OR in Industry, Discrete Optimization.

1. Introdução

A indústria brasileira de eletroeletrônicos teve em 2024 seu melhor resultado em dez anos, segundo balanço da associação nacional de fabricantes [Brasil, 2025]. No segmento da chamada linha branca (fogões, lavadoras, geladeiras), as vendas ao varejo aumentaram 17%, passando de 13,3 milhões de aparelhos em 2023 para 15,6 milhões.

O aquecimento da demanda impõe óbvios desafios à indústria, especialmente quando se consideram dois traços marcantes do setor: a sazonalidade do mercado, com vendas concentradas no primeiro e último trimestres; e a crescente demanda pela diversificação de produtos [Bonaglia et al., 2007].

Uma recente contribuição ao segmento dos eletrodomésticos da linha branca é a modelagem do problema de dimensionamento de lotes de produção em máquinas paralelas com fracionamento limitado, ou LSPMLS, na sigla em inglês [Bergamini et al., 2021]. Esse modelo foi motivado pelo caso real de um fabricante de peso do setor, cujo processo produtivo é caracterizado por: múltiplos itens; múltiplos recursos; múltiplas linhas paralelas; restrições de capacidade; lotes de tamanho padronizado com limites ao seu fracionamento.

A partir de dados coletados em visitas ao fabricante, Bergamini et al. [2021] definiram instâncias com horizontes de planejamento de 1 a 6 meses. No entanto, só foram encontradas soluções factíveis para as instâncias de 1 a 3 meses: horizontes de 4, 5 e 6 meses restaram sem solução. Esse é o ponto de partida da presente pesquisa.

Neste trabalho, propomos uma MIP-heurística, a *relax and fix*, para resolver o problema, sobretudo as instâncias de grande porte. Esse tipo de heurística tem sido amplamente utilizado na solução de problemas de programação inteira mista, em diversos setores [Ferreira et al., 2010; Toledo et al., 2015; Araujo et al., 2023]. No presente caso, veremos que a abordagem leva em menos de 5 minutos à solução de instâncias que na literatura foram tratadas como infactíveis no tempo limite de 4 horas.

2. Descrição do problema

O problema LSPMLS foi motivado pela dificuldade de um fabricante em cumprir o cronograma de entregas. Mês a mês, a empresa não conseguia atender nem 80% da demanda programada. Sua produção era então toda planejada e controlada com base em planilhas eletrônicas, a partir da experiência dos gestores – ou seja, sem ferramentas automatizadas [Bergamini et al., 2021].

A fábrica em questão tem um grande número de produtos ativos, o que é típico de um segmento em que os lançamentos se sucedem em prazos exíguos. Nas instâncias analisadas, o número de itens variou de 72 a 91, entre fogões e lavadoras de roupas, produzidos em seis linhas paralelas. As dezenas de produtos compartilham múltiplos recursos – um total de 17 –, de capacidades variadas. A Tabela 1 sintetiza os dados de seis instâncias do problema.

Tabela 1 – Instâncias do problema LSPMLS

Instância	A	B	C	D	E	F
Itens	72	72	84	91	91	91
Períodos (dias)	20	22	39	77	95	116
Meses	1	1	2	4	5	6

Baseado no clássico modelo de dimensionamento de lotes de produção com capacidade, o LSPMLS tem por objetivo minimizar os tempos de produção conforme os tempos de processamento de cada um dos muitos itens, em cada uma das linhas, ao longo de todo o horizonte de planejamento.

Entre as restrições do problema, ressaltamos duas: as linhas paralelas têm velocidades diferentes e não relacionadas – um mesmo item pode ser produzido em linhas diferentes, em ritmos diferentes; além disso, o tamanho dos lotes é padronizado (240 unidades), e seu

fracionamento deve ser evitado – em cada linha, a cada período, apenas um produto pode ter o lote fracionado.

A solução do problema LSPMLS consiste na determinação das quantidades de lotes, inteiros e fracionados, que serão produzidos de cada produto, em cada linha, em cada período, de modo a minimizar o tempo de produção e, ao mesmo tempo, inibir o fracionamento desnecessário dos lotes.

3. Testes computacionais

Para encontrar a solução para as instâncias com horizontes de planejamento mais longos, duas estratégias foram utilizadas. Na primeira delas, o modelo LSPMLS foi implementado em uma máquina de desempenho superior, comparada à literatura, em uma versão atualizada do mesmo solver. Em seguida, tratou-se de desenvolver e aplicar MIP-heurísticas na solução do modelo.

Originalmente, o problema foi implementado na linguagem GMPL (Gnu Mathematical Programming Language), com o Gusek, e *solver* de otimização CPLEX v.12.8. Os experimentos foram rodados em um computador com processador Intel Core i7-7500U 2.7 GHz, de 8 GB de memória RAM e sistema operacional Microsoft Windows 10. No presente trabalho, tanto o modelo inteiro misto quanto a heurística *relax and fix* foram implementados em Python v3.10.0 e resolvidos pelo solver CPLEX v22.1.0.0, computador com processador Intel Core i9-12900KF 3.20 GHz, de 96 GB de memória RAM e sistema operacional Microsoft Windows 11 Pro.

Para a aplicação da heurística, adotou-se a partição das variáveis inteiras em subconjuntos correspondentes a períodos, em ordem cronológica, do primeiro ao último. A cada iteração, fixam-se as variáveis dos primeiros cinco períodos.

As duas estratégias descritas retornaram soluções factíveis para todas as instâncias do problema, incluindo as de horizontes de planejamento de quatro, cinco e seis meses. Os resultados obtidos nos testes computacionais da presente pesquisa estão sintetizados na Tabela 2. As colunas de 2 a 4 apresentam os tempos de execução das duas estratégias e os resultados da literatura; as colunas 5 e 6 trazem os respectivos valores da função. As últimas colunas comparam as duas estratégias quanto ao custo total e o tempo gasto na implementação.

Tabela 2 – Tempo de execução e custo da função objetivo para cada instância.

Inst.	Tempo em segundos			Custo da função objetivo		Diferença de custos	Redução de tempo
	Literatura	Sol. ótima	<i>Relax and fix</i>	Sol. ótima	<i>Relax and fix</i>		
A	< 300	0,92	4,92	4.822.190	4.824.660	0,051%	-4
B	< 300	8,13	4,13	5.014.180	5.015.550	0,027%	4
C	< 300	32,26	10,78	8.839.190	8.850.820	0,132%	21,48
D	14400*	152,54	53,32	17.454.900	17.462.000	0,041%	99,22
E	14400*	73,56	27,17	17.411.300	17.434.900	0,136%	46,39
F	14400*	1087,36	285,87	26.697.200	26.720.400	0,087%	801,49
Média		225,80	64,37	13.373.160	13.384.722	0,079%	161,43

*Em [Bergamini et al., 2021] não foi obtida uma solução inteira factível no tempo limite de 4 horas.

Observando a Tabela 2, notamos que com um computador mais robusto foi possível obter soluções factíveis para as instâncias D, E e F. Mesmo assim, as heurísticas *relax and fix* ainda são mais eficientes. Vemos também que, com exceção da instância A, cujo horizonte é de apenas 20 dias, o método heurístico mostrou-se consideravelmente mais veloz. A diferença chega a 74% no caso mais desafiador, a instância F, que tem 91 produtos e horizonte de planejamento de seis meses. Sua solução factível, por meio da heurística *relax and fix*, foi determinada em menos de 5 minutos (285,87 segundos), enquanto a solução ótima retornada pelo modelo

matemático foi encontrada em mais de 18 minutos (1087,36 segundos). E a qualidade da solução retornada pela *relax and fix* é muito boa, menos de 1% da solução ótima. Na média, a economia de tempo na implementação das seis instâncias foi de 161,43 segundos, e diferença no valor da função objetivo, de apenas 0,079%, ou seja, as soluções retornadas pela *relax and fix* estão muito próximas da solução ótima.

4. Conclusão

O modelo LSPMLS possui potencial de ser utilizado como uma ferramenta de apoio a decisão para o caso real. Porém, sem um método de solução razoável ele não poderia ser utilizado de forma prática e eficiente. No presente trabalho conseguimos resolver o problema de forma adequada, retornando boas soluções em tempos computacionais razoáveis, utilizando heurísticas *relax and fix*. Além disso, por meio desta abordagem foi possível até determinar soluções para instâncias que, na literatura, foram tratadas como infactíveis. Estão em andamento a geração de instâncias maiores para verificar o desempenho do modelo e a aplicação de outras heurísticas ao mesmo problema.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) processos 315874/2021-0, a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) processos 2023/08977-5, 2022/05803-3.

Referências

- Araujo, K. A. G., Birgin, E. G., Kawamura, M. S. e Ronconi, D. P. (2023). Relax-and-Fix Heuristics Applied to a Real-World Lot Sizing and Scheduling Problem in the Personal Care Consumer Goods Industry. *Operations Research Forum*, 4: 47.
- Bergamini, F. P., Ribeiro, C. M., Munari, P. e Ferreira, D. (2021). Production planning with parallel lines and limited batch splitting: Mathematical model and a case study in the white goods sector. *Journal of the Operational Research Society*, 73(10): 2216–2227.
- Brasil (2025). Web page. <https://www.gov.br/mdic/pt-br/assuntos/noticias/2025/marco/vendas-de-eletronicos-crescem-29-em-2024>. Acessado em: 2025-05-17.
- Bonaglia, F., Goldstein, A. e Mathews, J.A. (2007). Accelerated internationalization by emerging markets multinationals: The case of the white goods sector. *Journal of World Business*, 42(4): 369-383.
- Ferreira, D., Morabito, R. e Rangel, S. (2010). Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants. *Computers & Operations research*, 37: 684-691.
- Hillier, F. S. e Lieberman, G. J. (2015). Introduction to Operations Research. McGraw-Hill Education, New York.
- Toledo, C. F. M., da Silva Arantes, M., Hossomi, M. Y. B. França, P. M. e Akartunalı, K. (2015) A relax-and-fix with fix-and-optimize heuristic applied to multi-level lot-sizing problems. *Journal of Heuristics*, 21: 687–717.