57º SBPO
SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL
Gramado • RS
DE 5 A 9 DE OUTUBRO DE 2025

PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE COM LOCALIZAÇÃO DE ESTAÇÕES DE LANÇAMENTO DE DRONES

Tarcísio Barroso Marques[1,2], **José Elias Claudio Arroyo**[1]
[1]Departamento de Informática – Universidade Federal de Viçosa – UFV
Campus Universitário, 36570-900, Viçosa, MG – Brasil
[2]Instituto Federal Fluminense - Campus Itaperuna - IFF
BR-356 - Km 3, 28300-000, Itaperuna, RJ - Brasil
tarcisio.marques@ufv.br, jarroyo@ufv.br

RESUMO

Este artigo aborda o Problema do Caixeiro Viajante com Estações de Lançamento de Drones, onde um conjunto de n clientes são atendidos por um caminhão ou por drones lançados de estações abertas. O problema consiste em localizar/abrir estações, definir a rota do caminhão que parte do depósito, visita as estações abertas e clientes não atendidos por drones e retorna ao depósito. Para cada estação aberta, deve-se determinar os clientes que serão atendidos pelos drones. O objetivo é minimizar os custos com deslocamentos e abertura das estações, garantindo o atendimento a todos. Propõe-se um modelo de Programação Linear Inteira Mista para resolver o problema, baseado na formulação de Miller-Tucker-Zemlin e no modelo de localização de facilidades. A eficiência do modelo foi avaliada com 30 instâncias geradas sob diferentes cenários, variando a quantidade e a capacidade das baterias dos drones, e analisando o GAP obtido dentro de um tempo limite de execução.

PALAVRAS CHAVE. Roteamento de veículos. Localização e Alocação de Facilidades. Otimização Combinatória.

Tópicos (L&T – Logística e Transportes, OD – Otimização Discreta)

ABSTRACT

This paper addresses the Traveling Salesman Problem with Drone Launching Stations, in which a set of n customers is served either by a truck or by drones launched from open stations. The problem consists of locating/opening stations, defining the truck route that starts at the depot, visits the open stations and customers not served by drones, and returns to the depot. For each open station, the set of customers to be served by drones must be determined. The objective is to minimize the costs associated with transportation and the opening of stations while ensuring that all customers are served. A Mixed-Integer Linear Programming model is proposed to solve the problem, based on the Miller-Tucker-Zemlin formulation and a facility location model. The model's efficiency was evaluated using 30 instances generated under different scenarios, varying the number and capacity of drone batteries, and analyzing the GAP obtained within a time limit for execution.

KEYWORDS. Vehicle Routing. Facility Location and Allocation. Combinatorial Optimization.

Paper topics (L&T – Logistics and Transportation, DO – Discrete Optimization)

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212202
https://proceedings.science/p/212202?lang=pt-br

1. Introdução

Os veículos aéreos não tripulados (VANTs), popularmente conhecidos como drones, representam uma tecnologia emergente com grande potencial de mercado. Sua aplicação oferece economias significativas em setores como monitoramento de infraestrutura, vigilância e entregas de pacotes. Em cenários críticos, como gestão de desastres e transporte de suprimentos médicos, os drones podem desempenhar um papel vital, conforme destacado por [Otto et al., 2018]. Além disso, sua utilização na agricultura tem se expandido, abrangendo desde a irrigação de culturas até a pulverização de pesticidas [Albornoz e Giraldo, 2017; Berner e Chojnacki, 2017; Burema e Filin, 2016; Wang et al., 2016; Giles et al., 2016; Faiçal et al., 2014; Costa et al., 2012].

No setor logístico, empresas têm buscado soluções inovadoras para otimizar as entregas de última milha. Uma abordagem promissora é a colaboração entre caminhões e drones, em que os veículos aéreos, transportados por caminhões, são lançados para realizar entregas autônomas e retornam para recarregar ou reabastecer [Agatz et al., 2018]. Esse modelo, introduzido por Murray e Chu [2015] no problema do caixeiro-viajante com drones (TSPD), demonstra potencial para reduzir custos, tempos de entrega e emissões de carbono. Grandes empresas, como Amazon, UPS e Deutsche Post AG, já investem em pesquisas e desenvolvimento nessa área [Schermer et al., 2018].

A crescente adoção de modelos de mobilidade urbana, combinando veículos elétricos, bicicletas e drones, reflete o avanço de estratégias sustentáveis de entrega [Babaee Tirkolaee et al., 2024]. Essa combinação também está alinhada com a busca por operações mais resilientes e limpas, especialmente em regiões urbanas congestionadas.

Uma variante do TSPD é o problema de roteamento de veículos com drones (VRPD), proposto por Wang et al. [2017]. Nesse problema, caminhões e drones trabalham de forma integrada para atender a um conjunto de clientes [Wang e Sheu, 2019], com o objetivo de minimizar custos totais, considerando tempo de entrega, despesas operacionais e consumo de energia. Recentemente, modelos mais sofisticados têm incorporado a integração entre veículos elétricos e drones, como no PHEVTSPD [Zhu et al., 2024], que visa otimizar eficiência energética e reduzir emissões, considerando restrições de carga útil e autonomia.

Alguns estudos sobre o VRPD impõem restrições rígidas, como a proibição de múltiplas viagens ao depósito, resultando em soluções que demandam um número excessivo de drones. Além disso, aspectos críticos, como o impacto do peso da bateria e da carga útil no consumo de energia, são frequentemente negligenciados, o que pode levar a rotas inviáveis ou custos elevados [Dorling et al., 2016]. No entanto, pesquisas recentes sobre gerenciamento energético têm abordado essa lacuna, destacando fatores como densidade energética, recarga parcial e condições ambientais dinâmicas [Martin et al., 2024].

Outra linha de pesquisa, ainda pouco explorada, inclui a utilização de drones no problema de localização de facilidades (FLPD) [Ilkhanizadeh et al., 2020]. Um exemplo relevante é o modelo de localização de facilidades com máxima cobertura (MCFLPD), proposto por Chauhan et al. [2019], que considera consumo energético com base em distância, peso da carga e características aerodinâmicas. Trabalhos mais recentes, como os de Udroiu et al. [2021] e Deaconu et al. [2021], avançaram nesta área ao incorporar restrições práticas adicionais, como vida útil da bateria e alcance de voo, sendo particularmente relevantes para decisões logísticas envolvendo drones.

Este trabalho se baseia no modelo proposto por Schermer et al. [2019], que introduz o *Problema de Localização de Estações de Drones no Caixeiro Viajante* (TSDSLP), integrando aspectos de roteamento de veículos e localização de estações de lançamento para otimizar operações com drones. Diferentemente do trabalho proposto por Schermer et al. [2019], em que cada bateria é usada para apenas um atendimento, aqui consideramos a reutilização de baterias parcialmente descarregadas, permitindo aos drones realizar múltiplas entregas consecutivas, desde que disponham

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212202
https://proceedings.science/p/212202?lang=pt-br

de energia suficiente, podendo ser reutilizados a partir de diferentes pontos de parada (estações de lançamento) do caminhão, ampliando a flexibilidade operacional dos drones. Este estudo também considera: (i) a utilização de um caminhão de capacidade ilimitada, que atua como base móvel para lançamento e recolhimento dos drones, sendo que os drones e as baterias são alocados ao próprio caminhão; (ii) um modelo energético mais realista, que incorpora fatores como capacidade da bateria, peso da carga transportada, eficiência na transferência de energia e resistência aerodinâmica, como discutido em [Chauhan et al., 2019] e [Martin et al., 2024]. Esta proposta está alinhada com as tendências recentes discutidas em [Dang et al., 2024], [Stodola e Kutej, 2024] e [Yuksel et al., 2024], que destacam o potencial da colaboração entre caminhões e drones em cenários logísticos dinâmicos.

2. Definição do Problema

O problema é definido sobre um grafo completo e simétrico $G = (V, E)$, onde V representa o conjunto de vértices e E o conjunto de arestas. Os vértices podem representar o depósito, os clientes e as possíveis estações de lançamento de drones, isto é, $V = \{0\} \cup V_C \cup V_S \cup \{n+1\}$, onde $V_C = \{1, 2, \ldots, n\}$ é o conjunto de clientes, e $V_S = \{n+2, n+3, \ldots, n+1+m\}$ representa o conjunto de possíveis estações de lançamento. Os vértices 0 e $n+1$ correspondem ao depósito, ponto de partida e retorno do caminhão.

Cada cliente c possui uma demanda w_c, e cada estação de lançamento s está associada a um custo fixo de abertura f_s. Os clientes são classificados em dois grupos: aqueles que só podem ser atendidos por drones ($p_c = 1$), e os que podem ser atendidos tanto por caminhão quanto por drones ($p_c = 0$).

Há um caminhão com capacidade ilimitada, que pode atender diretamente alguns clientes com custo fixo ct, ou visitar estações de lançamento selecionadas para lançar os drones que irão fazer o atendimento dos clientes. O deslocamento do caminhão entre dois pontos é dado pela distância euclidiana d_{lr}, em metros, com $l, r \in V$. De forma análoga, o deslocamento de um drone de uma estação até um cliente é representado pela distância d_{sc}, com $s \in V_S$, $c \in V_C$. Os drones atendem os clientes, também, com um custo fixo cd.

O caminhão, ao sair do depósito, possui um conjunto de nd baterias ($K = \{1, 2, \ldots, nd\}$), cada uma com capacidade máxima B (em Joules, $kg \cdot m^2/s^2$) [Chauhan et al., 2019]. É permitido que uma mesma bateria seja utilizada em múltiplas entregas consecutivas, desde que a energia residual seja suficiente para atender outros clientes.

O problema consiste em localizar e abrir as estações de lançamento, bem como determinar a rota do caminhão, que parte do depósito, passa pelas estações abertas e visita os clientes não atendidos por drones, retornando ao ponto inicial. Para cada estação aberta, deve-se determinar o conjunto de clientes que será atendido pelos drones lançados a partir dela. O objetivo é garantir o atendimento de todos os clientes, minimizando os custos totais com os deslocamentos do caminhão e dos drones, além dos custos de abertura das estações.

A Figura 1 ilustra um exemplo com $n = 10$ clientes (sendo que os clientes 1 e 5 devem ser atendidos necessariamente por drones) e $m = 5$ estações candidatas para lançamento de drones. Todos os pontos, clientes, estações candidatas e o depósito, compõem o conjunto V. A Figura 2 apresenta uma solução viável, na qual 2 estações de lançamento foram abertas (estações 14 e 16). A partir da estação 14 são lançados drones para atender os clientes 1, 2, 3 e 9. A partir da estação 16 são atendidos os clientes 4, 5, 7 e 8. O caminhão parte do depósito (ponto 0 ou 11), visita as estações abertas e atende alguns clientes diretamente, retornando ao depósito no final da rota. Note que, os clientes 6, 8 e 10 estão na rota do caminhão, ou seja, estes clientes são atendidos diretamente pelo caminhão.

Vale ressaltar que, neste trabalho, não é considerado o número de drones disponíveis, mas

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212202
https://proceedings.science/p/212202?lang=pt-br

sim o número de baterias. Supõe-se que no caminhão exista uma quantidade (≥ 1) de drones. Caso haja apenas um drone, em cada estação de lançamento ele será responsável por atender todos os clientes designados, realizando a troca de bateria sempre que necessário. A carga de cada bateria deve ser suficiente para que o drone parta do caminhão (estacionado no ponto de lançamento), visite um cliente para entrega e retorne ao caminhão. Durante essas operações, o caminhão permanece estacionado, não sendo considerado o deslocamento simultâneo para outros pontos enquanto houver drones em operação. Somente após o atendimento de todos os clientes de uma estacão e o retorno de todos os drones, o caminhão seguirá para o próximo ponto da rota.

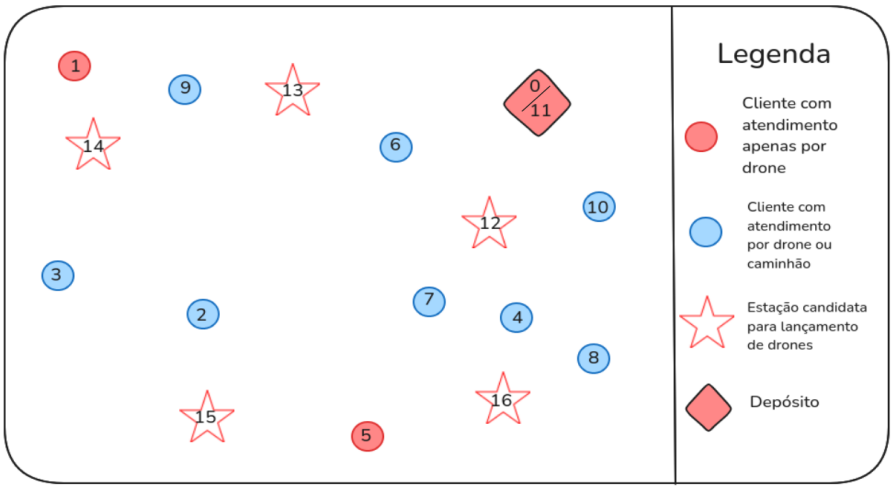


Figura 1: Representação do conjunto de vértices para uma instância com $n = 10$ e $m = 5$. $V_C = \{1, 2, ..., 10\}$, $V_S = \{12, 13, ..., 16\}$.

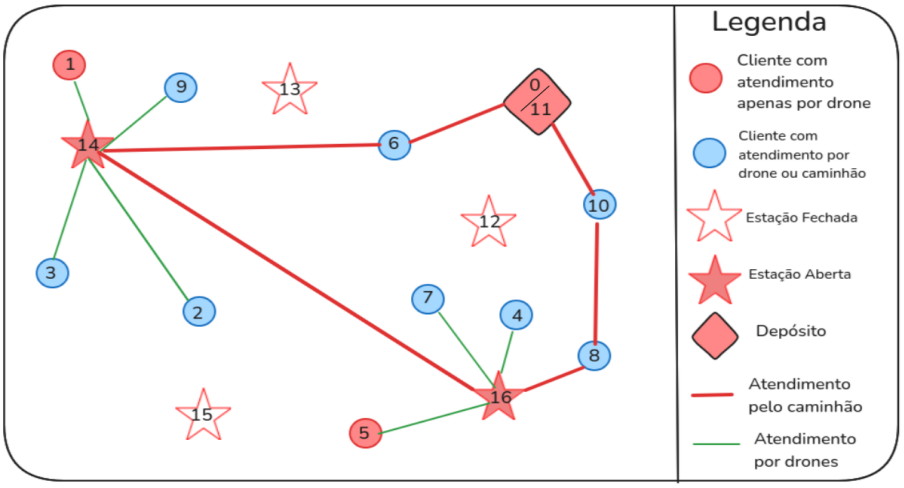


Figura 2: Uma solução viável para a instância da Figura 1 ($n = 10$ e $m = 5$).

Assim como em [Figliozzi, 2017] e [Chauhan et al., 2019], o consumo de bateria b_{sc}, para um drone atender o cliente $c \in V_C$ a partir da estação de lançamento $s \in V_S$, é calculado pela Equação (1). Este cálculo considera a distância euclidiana d_{sc} percorrida por um drone, o peso do drone ma, o peso da encomenda do cliente w_c, a gravidade G, a eficiência energética ne, o arrasto

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212202
https://proceedings.science/p/212202?lang=pt-br

aerodinâmico rz e um fator de segurança da bateria fsb. São desconsiderados obstáculos no trajeto, impacto dos ciclos de carregamento na bateria e impacto do clima (vento e temperatura).

$$b_{sc} = \frac{d_{sc} \times (2 \times ma + w_c) \times fsb \times g}{ne \times rz}, s \in V_S, c \in V_C \tag{1}$$

Seguindo [Chauhan et al., 2019], nos experimentos computacionais apresentados na Seção 4, foram adotados os seguintes valores para os parâmetros: $rz = 3{,}5$, $ne = 0{,}66$, $fsb = 1{,}25$, $m_a = 10{,}1$ kg, e $G = 9{,}81$ m/s^2.

Para simplificar a notação, define-se $V_L = \{0\} \cup V_C \cup V_S = V \setminus \{n+1\}$, que representa o conjunto V excluindo-se a cópia do depósito, $V_R = V_C \cup V_S \cup \{n+1\} = V \setminus \{0\}$, que é o conjunto V excluindo-se o depósito e $V_E = V_C \cup V_S$ que é o conjunto que contém os clientes e estações de lançamento.

3. Formulação do problema

Nesta seção apresenta-se a formulação do Problema do Caixeiro Viajante com Localização de Estações de Lançamento de Drones (PCVLELD). O modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) proposto é baseado na formulação de Miller-Tucker-Zemlin [Miller et al., 1960] e no modelo de Localização de Facilidades, onde o cálculo do consumo de energia é feito como em [Chauhan et al., 2019]. As variáveis de decisão do modelo são as siguintes:

- $x_{lr} \in \{0,1\}, \quad l \in V_L, r \in V_R.$ x_{lr} = 1 se a aresta (l,r) faz parte da rota do caminhão e x_{lr} = 0 caso contrário.
- $y^k_{sc} \in \{0,1\}, \quad s \in V_S, c \in V_C, k \in K.$ y^k_{sc} = 1 se o drone k atende o cliente c a partir da estação de lançamento s, e y^k_{sc} = 0 caso contrário.
- $z_s \in \{0,1\}, \quad s \in V_S.$ z_s = 1 se a estação de lançamento s for aberta e z_s = 0 caso contrário.
- $u_i \in \mathbb{Z}^+, i \in V.$ u_i determina o índice da posição do ponto i na rota do caminhão (usado para a eliminação de subrotas).

O modelo PLIM para o problema PCVLELD é:

$$\min \; c_t \times \sum_{l \in V_L} \sum_{\substack{r \in V_R \\ l \neq r}} (d_{lr} \times x_{lr}) + c_d \times \sum_{s \in V_S} \sum_{k \in K} \sum_{c \in V_C} (d_{sc} + d_{cs}) \times y^k_{sc} + \sum_{s \in V_S} (f_s \times z_s) \tag{2}$$

s.a:

$$\sum_{\substack{l \in V_L \\ l \neq c \\ p_c = 0}} (x_{l,c}) + \sum_{s \in V_S} \sum_{k \in K} (y^k_{sc}) = 1, \quad \forall c \in V_C \tag{3}$$

$$\sum_{r \in V_R} x_{0r} = \sum_{l \in V_L} x_{l,n+1} = 1 \tag{4}$$

$$\sum_{\substack{l \in V_L \\ l \neq e}} x_{le} - \sum_{\substack{r \in V_R \\ e \neq r}} x_{er} = 0, \quad \forall e \in V_E \tag{5}$$

$$u_0 = 1 \tag{6}$$

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212202
https://proceedings.science/p/212202?lang=pt-br

$$2 \leq u_r \leq n + m + 2 \quad : \forall r \in V_R \tag{7}$$

$$u_l - u_r + 1 \leq (n + m + 2) \times (1 - x_{lr}), \quad \forall (l \in V_L, r \in V_R), l \neq r \tag{8}$$

$$u_i \in \mathbb{Z}^+, \quad \forall i \in V \tag{9}$$

$$\sum_{\substack{l \in V_L \\ l \neq s}} x_{ls} \geq z_s, \quad \forall s \in V_S \tag{10}$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{c \in V_C} y_{sc}^k \leq n \times z_s, \quad \forall s \in V_S \tag{11}$$

$$\sum_{s \in V_S} \sum_{c \in V_C} (b_{sc} \times y_{sc}^k) \leq B, \quad \forall k \in K \tag{12}$$

A função objetivo definido em (2) busca minimizar o custo total de operação, composto pela rota do caminhão, a utilização dos drones e os custos de abertura das estações de lançamento.

A restrição (3), composta de dois termos, garante que cada cliente c seja atendido exatamente uma vez, seja pelo caminhão ou por um drone. Para cada cliente c são efetuadas as seguintes verificações: O primeiro termo verifica se o cliente será atendido por um caminhão, já que $p_c = 0$. O segundo termo verifica se ele será atendido por um drone k a partir de uma estação s. A soma dessas duas partes é igual a 1, garantindo que cada cliente seja atendido exatamente uma vez, seja pelo caminhão (se permitido) ou por um drone, evitando também a duplicação de atendimentos (cliente atendido por um caminhão e por um drone). A restrição (4) garante que o caminhão inicie e termine sua rota no depósito da transportadora. Esta é uma condição fundamental para o problema do caixeiro viajante, assegurando que o caminhão retorne ao ponto de partida após realizar todas as entregas. A restrição (5) controla o fluxo dos nós no problema do caixeiro viajante, garantindo que para cada nó que o caminhão visita, ele também deve deixar esse nó. As restrições (6 à 9) são utilizadas para evitar sub-rotas no problema do caixeiro viajante. Essas restrições garantem que o caminhão percorra um único caminho contínuo que cobre todos os pontos necessários sem formar ciclos menores dentro da rota principal. A restrição (10) determina que o caminhão deve visitar todas as estações que forem abertas. Isso é essencial para garantir que os drones possam ser lançados e realizar suas entregas a partir destes locais. A restrição (11) garante que um drone poderá realizar no máximo n atendimentos em uma estação S, se ela estiver aberta ($z_s = 1$). Se $z_s = 0$ nenhum atendimento por drone será realizado nesta estação. A restrição (12) verifica que o consumo total, somando todos os trajetos realizados pelo drone, não exceda a capacidade B da bateria.

4. Experimentos computacionais

Para testar e avaliar o modelo PLIM, dois conjuntos de problemas com 15 instâncias cada foram gerados, simulando uma área urbana de 10×7 km, com variações nos parâmetros: número de clientes $n \in \{20, 30, 40, \ldots, 160\}$, número de estações $m \in \{5, 10, 15, \ldots, 45\}$, e quantidades de baterias $nd \in \{15, 20\}$. As demandas dos clientes (w_c) variam de 1 a 5 kg, com incremento de 0,25 kg.

As instâncias do Conjunto 1 foram geradas de forma manual, onde os clientes e os possíveis locais de lançamento são distribuídos de forma estratégica. As instâncias do Conjunto 2 foram geradas de forma aleatória. Para cada instância, quatro cenários foram analisados, combinando as capacidades da bateria $B = 4$ A/h e 8 A/h e as quantidades de baterias $nd = 15$ e 20.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212202
https://proceedings.science/p/212202?lang=pt-br

As capacidades da bateria, $B = 4$ A/h e 8 A/h, correspondem a 22,2 V, equivalentes a 319.680 J e 639.360 J, respectivamente.

Os experimentos foram conduzidos em um computador com processador AMD Ryzen 7 5700U (8 núcleos), 16 GB de RAM e sistema operacional Linux Mint 22 Cinnamon 64-bit. O modelo foi resolvido com o solver Gurobi [Gurobi Optimization, 2021] via interface Python, com tempo limite de 3600 segundos.

Nas Tabelas 1 e 2 são apresentados os GAPs (%) retornados pelo Gurobi, para as instâncias do Conjunto 1 e 2, respectivamente. O GAP informa o quão próxima está a melhor solução encontrada pelo Gurobi (no tempo limite definido) em relação à solução ótima. Os símbolos ∞ indicam casos onde o Gurobi não determinou nenhuma solução viável dentro do tempo estipulado. Para cada instância do problema resolvida analisa-se a qualidade das soluções obtidas quando são variados o número de baterias (nb) e a capacidade da bateria (B).

Tabela 1: GAPs (%) obtidos para as instâncias do Conjunto 1, onde $B = 4$ e 8 A/h, $nd = 15$ e 20

Instância	n	m	$B = 4$A/h		$B = 8$A/h	
			$nd = 15$	$nd = 20$	$nd = 15$	$nd = 20$
1	20	5	0,0	0,0	5,8	15,5
2	30	10	11,2	14,3	16,5	17,2
3	40	15	18,6	20,8	23,8	25,2
4	50	20	40,0	36,0	27,6	25,0
5	60	25	37,8	37,9	35,6	36,8
6	70	30	22,7	28,1	28,0	28,3
7	80	35	∞	∞	28,7	24,4
8	90	40	∞	∞	55,7	49,4
9	100	45	∞	∞	∞	∞
10	110	40	∞	49,8	∞	40,7
11	120	10	8,5	∞	∞	12,8
12	130	15	∞	∞	42,1	37,3
13	140	20	∞	∞	12,8	∞
14	150	25	∞	∞	17,6	26,2
15	160	30	∞	∞	∞	∞

Tabela 2: GAPs (%) obtidos para as instâncias do Conjunto 2, onde $B = 4$ e 8 A/h, $nd = 15$ e 20

Instância	n	m	$B = 4$A/h		$B = 8$A/h	
			$nd = 15$	$nd = 20$	$nd = 15$	$nd = 20$
1	20	5	0,0	0,0	0,0	0,0
2	30	10	6,1	6,2	12,8	12,3
3	40	15	14,2	7,8	24,8	22,4
4	50	20	26,7	17,2	14,7	19,0
5	60	25	28,2	24,0	24,9	25,0
6	70	30	19,2	29,7	28,8	25,4
7	80	35	23,0	26,7	27,7	22,9
8	90	40	∞	∞	33,4	33,8
9	100	45	∞	33,0	∞	∞
10	110	40	∞	∞	∞	∞
11	120	10	∞	∞	∞	37,1
12	130	15	∞	24,3	33,7	30,5
13	140	20	∞	∞	31,4	27,8
14	150	25	∞	∞	40,5	∞
15	160	30	∞	∞	∞	∞

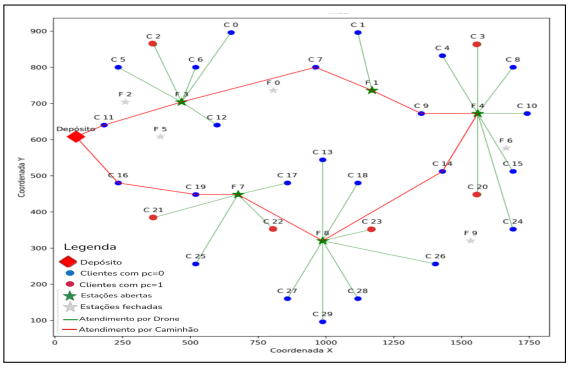
Nas Tabelas 1 e 2 observa-se que o Gurobi encontrou a solução ótima para as instâncias com 20 clientes e 5 estações (GAP = 0%), exceto para as instâncias do Conjunto 1 com $B = 8$A/h (Tabela 1).

A análise dos GAPs revela que para as instâncias do Conjunto 1, o Gurobi apresentou

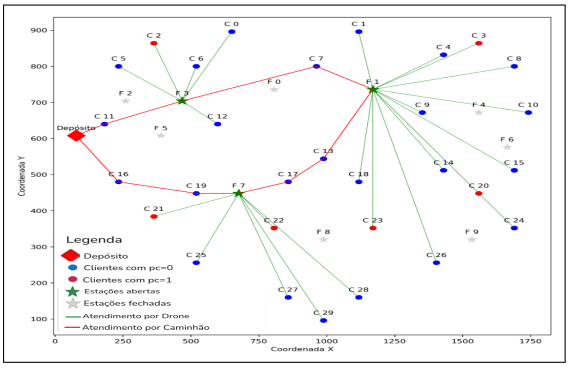
DOI: 10.59254/sbpo-2025-212202
https://proceedings.science/p/212202?lang=pt-br

melhor desempenho geral em termos de qualidade das soluções, refletido em valores de GAP geralmente menores e maior regularidade entre as instâncias. Os melhores resultados foram observados principalmente nas configurações com $B = 8$ A/h, havendo tendência de melhora também com $nd = 20$ em várias instâncias, embora não de forma uniforme.

A capacidade da bateria influenciou positivamente os resultados. No Conjunto 1 de instâncias, a substituição de baterias de 4 A/h por 8 A/h resultou em reduções visíveis no GAP em diversas instâncias. Por exemplo, na instância 4 do Conjunto 1, o GAP caiu de 36,0% para 25,0% com o aumento da autonomia da bateria. Esse comportamento se repetiu em outras instâncias, indicando que drones com maior alcance (maior capacidade de bateria) conseguem cobrir mais clientes sem a necessidade de rotas complexas ou deslocamentos excessivos do caminhão, como pode ser observado nas Figuras 3 e 4. Na Figura 3 (a) observa-se que, usando 15 baterias é possível atender 24 clientes com drones (6 clientes são atendidos diretamente pelo caminhão). Quando substituem-se as baterias de 4 A/h por uma de 8 A/h, menor número de estações são abertas e a partir de cada estação aberta, um número maior de clientes são atendidos. O mesmo comportamento acontece nas instâncias da Figura 4.

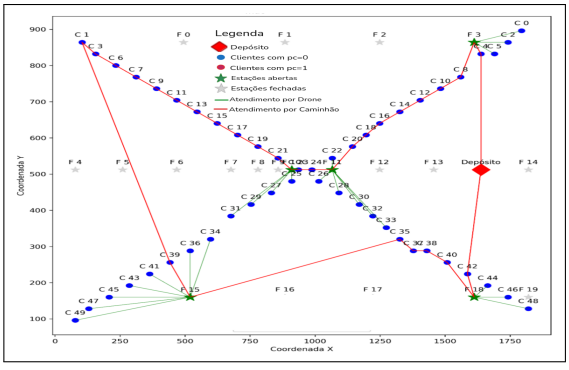


(a) Solução para $nd = 15$ e $B = 4A/h$

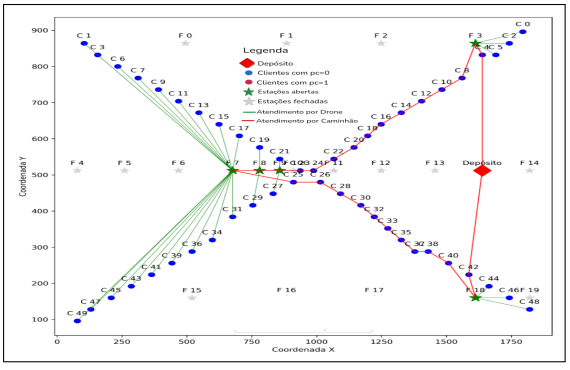


(b) Solução para $nd = 15$ e $B = 8A/h$

Figura 3: A influência da capacidade da bateria na Instância 2 do Conjunto 1 (com $n = 30$, $m = 10$).



(a) Solução para $nd = 20$ e $B = 4A/h$



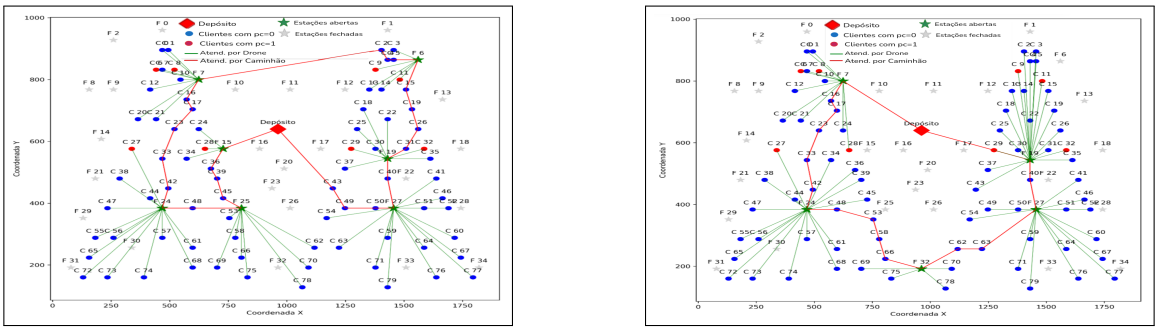
(b) Solução para $nd = 20$ e $B = 8A/h$

Figura 4: A influência da capacidade da bateria na Instância 4 do Conjunto 1 (com $n = 50$, $m = 20$)

Ao variar o valor de $nd = 15$ para $nd = 20$ observa-se que o aumento no número de baterias, tende a contribuir para a redução do GAP, especialmente quando associado a baterias de maior capacidade. Para várias instâncias do Conjunto 1 com $B = 8$ A/h e $nd = 20$ foram obtidos

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212202
https://proceedings.science/p/212202?lang=pt-br

os menores valores de GAP. Na Instância 7, por exemplo, o GAP foi de 24,4% com $nd = 20$, frente a 28,7% com $nd = 15$. Essas soluções estão ilustradas na Figura 5, evidenciando a maior flexibilidade na construção das rotas proporcionada pela disponibilidade adicional de baterias.



(a) Solução para $nd = 15$ e $B = 8A/h$

(b) Solução para $nd = 20$ e $B = 8A/h$

Figura 5: A influência da quantidade de baterias (nd) na Instância 7 do Conjunto 1 (com $n = 80$, $m = 35$)

Embora este trabalho não tenha realizado uma comparação direta com o modelo de Schermer et al. [2019], em que cada bateria é usada para apenas um atendimento, os resultados obtidos mostram que com nd baterias é possível atender um número maior de clientes, evidenciando os benefícios da reutilização das baterias. Na Figura 5(a), por exemplo, com apenas 15 baterias ($nd = 15$), foi possível atender 70 clientes com drones, cujo custo é inferior ao do caminhão. Se adotássemos a abordagem em que cada bateria é usada para um único atendimento, como em Schermer et al. [2019], apenas 15 clientes poderiam ser atendidos por drones, e os demais dependeriam do caminhão, elevando significativamente o custo total da solução.

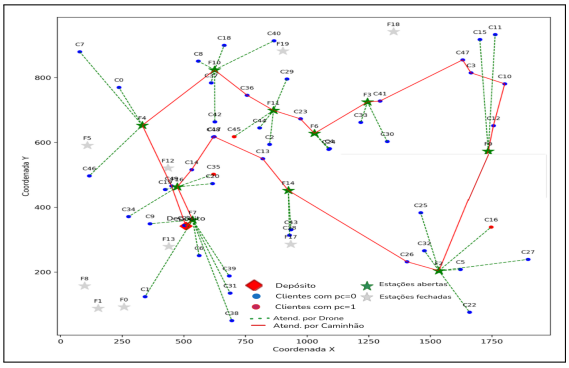
Passando à análise das instâncias do Conjunto 2, observa-se que o Gurobi apresentou um desempenho mais irregular, com GAPs geralmente mais elevados e variações acentuadas entre as instâncias. Embora algumas exceções tenham se destacado — como as Instâncias 4 e 5, que obtiveram resultados competitivos com $B = 8$ A/h —, a tendência predominante foi de maior dificuldade em alcançar soluções de alta qualidade. Para a Instância 12, por exemplo, foram obtidos GAPs de 33,7% (para $nd = 15$) e 30,5% (para $nd = 20$), valores superiores aos observados em instâncias de mesma escala no Conjunto 1.

Mesmo com a melhor configuração testada ($B = 8$ A/h e $nd = 20$), várias instâncias do Conjunto 2 apresentaram GAPs acima de 30%, como se observa nas Instâncias 8, 11, 12, 13 e 14 (Tabela 2). Isso sugere que a disposição aleatória dos pontos dificultou a cobertura eficiente pelos drones e aumentou a complexidade das rotas do caminhão.

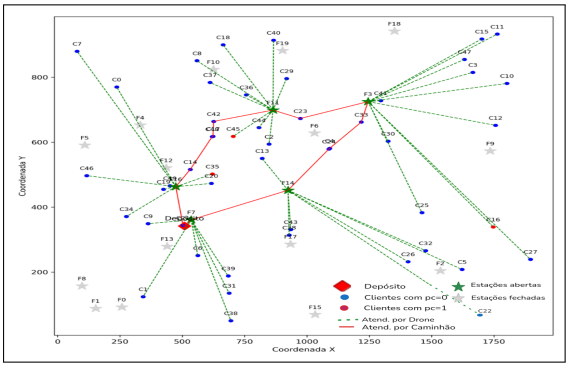
A influência de nd e B variou bastante conforme a instância. Na Instância 4 do Conjunto 2 ($n = 50$, $m = 20$), o menor GAP (14,7%) foi obtido com $B = 8$ A/h e $nd = 15$, com cinco estações abertas e 43 clientes atendidos por drones (Figura 6(b)). Com o mesmo B e $nd = 20$ (Figura 6(d)), os números de estações e atendimentos se mantiveram, mas o GAP aumentou para 19,0%, indicando que o acréscimo de recursos nem sempre traz ganhos — podendo, inclusive, dificultar a convergência do modelo.

Já com $B = 4$ A/h, o aumento de nd mostrou-se benéfico. Em $nd = 15$ (Figura 6(a)), 10 estações foram abertas e 38 clientes atendidos, com GAP de 26,7%. Elevando-se para $nd = 20$ (Figura 6(c)), o número de clientes atendidos aumentou para 43 e o de estações caiu para 8, reduzindo o GAP para 17,2%. Nesses cenários, a disponibilidade adicional de drones permitiu ampliar a cobertura aérea e diminuir a dependência do caminhão, favorecendo a qualidade da solução.

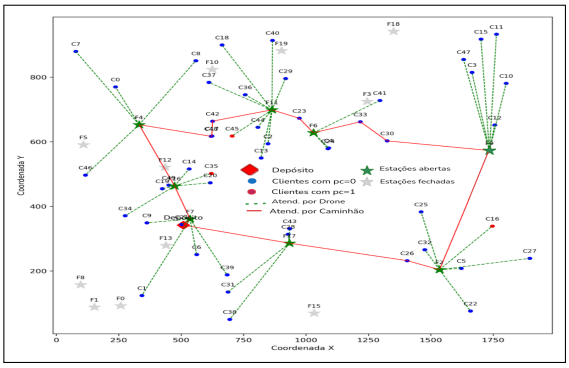
DOI: 10.59254/sbpo-2025-212202
https://proceedings.science/p/212202?lang=pt-br



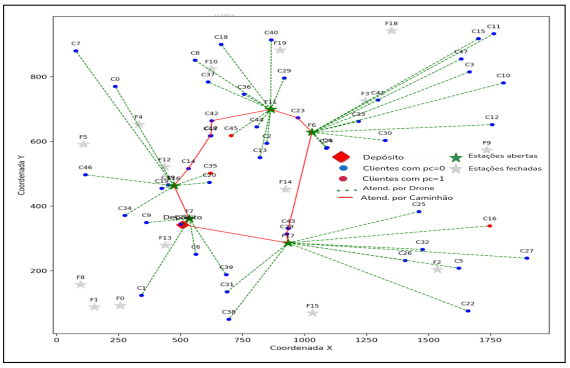
(a) Solução para $nd = 15$ e $B = 4A/h$



(b) Solução para $nd = 15$ e $B = 8A/h$



(c) Solução para $nd = 20$ e $B = 4A/h$



(d) Solução para $nd = 20$ e $B = 8A/h$

Figura 6: Instância 4 do Conjunto 2 (com $n = 50$, $m = 20$)

5. Conclusão

Este trabalho apresentou um modelo de Programação Linear Inteira Mista para o problema do caixeiro viajante com localização de estações de lançamento de drones, integrando roteamento de veículos, localização de facilidades e gerenciamento energético dos drones. As principais considerações incluem o uso de um caminhão como base móvel para lançamento e recolhimento dos drones, a possibilidade de múltiplas entregas consecutivas com uma mesma bateria e a consideração de fatores como peso da carga, arrasto aerodinâmico, eficiência energética e gravidade no cálculo do consumo.

Os experimentos computacionais evidenciaram que o desempenho do modelo está fortemente ligado à capacidade e à quantidade de baterias disponíveis (nd), além da forma como clientes e estações estão distribuídos no espaço. O uso de baterias com maior capacidade (8 A/h) mostrou-se vantajoso em várias instâncias, permitindo maior alcance dos drones e reduzindo a necessidade de deslocamentos complexos do caminhão. O aumento de nd para 20 também contribuiu para a redução dos GAPs em muitas configurações, especialmente quando associado a baterias mais potentes.

No Conjunto 1, composto por instâncias com distribuição espacial estratégica, os resultados foram mais consistentes e com valores de GAP geralmente mais baixos. Em contrapartida, o Conjunto 2, com distribuição aleatória, apresentou maior variabilidade e desempenho inferior em diversos cenários. Ainda assim, algumas instâncias mostraram que a escolha adequada de B e nd pode reduzir parcialmente os efeitos da aleatoriedade.

Observou-se também que o acréscimo de recursos — como mais baterias — nem sempre gera ganhos diretos em instâncias onde os drones já operam com alta autonomia. Nessas situações,

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212202
https://proceedings.science/p/212202?lang=pt-br

o excesso de possibilidades pode aumentar a complexidade do problema e impactar a eficiência do solver.

Como trabalhos futuros, sugere-se a investigação de abordagens híbridas que combinem o modelo exato proposto com técnicas de busca meta-heurísticas, como GRASP, algoritmos genéticos ou VNS. Tais estratégias podem acelerar a obtenção de boas soluções, ampliando a aplicabilidade do modelo a cenários maiores e mais realistas, com maior número de clientes e estações candidatas ao lançamento de drones.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro da CAPES.

Referências

Agatz, N., Bouman, P., e Schmidt, M. (2018). Optimization approaches for the traveling salesman problem with drone. *Transportation Science*, 52(4):965–981.

Albornoz, C. e Giraldo, L. F. (2017). Trajectory design for efficient crop irrigation with a uav. In *2017 IEEE 3rd Colombian Conference on Automatic Control (CCAC)*, p. 1–6. IEEE.

Babaee Tirkolaee, E., Cakmak, E., e Karadayi-Usta, S. (2024). Traveling salesman problem with drone and bicycle: multimodal last-mile e-mobility. *International Transactions in Operational Research*.

Berner, B. e Chojnacki, J. (2017). Use of drones in crop protection.

Burema, H. e Filin, A. (2016). Aerial farm robot system for crop dusting, planting, fertilizing and other field jobs. US Patent 9,382,003.

Chauhan, D., Unnikrishnan, A., e Figliozzi, M. (2019). Maximum coverage capacitated facility location problem with range constrained drones. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 99:1–18.

Costa, F. G., Ueyama, J., Braun, T., Pessin, G., Osório, F. S., e Vargas, P. A. (2012). The use of unmanned aerial vehicles and wireless sensor network in agricultural applications. In *2012 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, p. 5045–5048. IEEE.

Dang, S., Liu, Y., Luo, Z., Liu, Z., e Shi, J. (2024). A survey of the routing problem for cooperated trucks and drones. *Preprints*.

Deaconu, A. M., Udroiu, R., e Nanau, C.-Ş. (2021). Algorithms for delivery of data by drones in an isolated area divided into squares. *Sensors*, 21(16):5472.

Dorling, K., Heinrichs, J., Messier, G. G., e Magierowski, S. (2016). Vehicle routing problems for drone delivery. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 47(1):70–85.

Faiçal, B. S., Costa, F. G., Pessin, G., Ueyama, J., Freitas, H., Colombo, A., Fini, P. H., Villas, L., Osório, F. S., Vargas, P. A., et al. (2014). The use of unmanned aerial vehicles and wireless sensor networks for spraying pesticides. *Journal of Systems Architecture*, 60(4):393–404.

Figliozzi, M. A. (2017). Lifecycle modeling and assessment of unmanned aerial vehicles (drones) co2e emissions. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 57:251–261.

Giles, D., Billing, R., e Singh, W. (2016). Performance results, economic viability and outlook for remotely piloted aircraft for agricultural spraying.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212202
https://proceedings.science/p/212202?lang=pt-br

Gurobi Optimization, L. (2021). Gurobi optimizer reference manual.

Ilkhanizadeh, S., Golabi, M., Hesami, S., e Rjoub, H. (2020). The potential use of drones for tourism in crises: A facility location analysis perspective. *Journal of Risk and Financial Management*, 13(10):246.

Martin, X. A., Escoto, M., Guerrero, A., e Juan, A. A. (2024). Battery management in electric vehicle routing problems: A review. *Energies*, 17(5):1141.

Miller, C. E., Tucker, A. W., e Zemlin, R. A. (1960). Integer programming formulation of traveling salesman problems. *Journal of the ACM (JACM)*, 7(4):326–329.

Murray, C. C. e Chu, A. G. (2015). The flying sidekick traveling salesman problem: Optimization of drone-assisted parcel delivery. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 54: 86–109.

Otto, A., Agatz, N., Campbell, J., Golden, B., e Pesch, E. (2018). Optimization approaches for civil applications of unmanned aerial vehicles (uavs) or aerial drones: A survey. *Networks*, 72 (4):411–458.

Schermer, D., Moeini, M., e Wendt, O. (2018). Algorithms for solving the vehicle routing problem with drones. In *Intelligent Information and Database Systems: 10th Asian Conference, ACIIDS 2018, Dong Hoi City, Vietnam, March 19-21, 2018, Proceedings, Part I 10*, p. 352–361. Springer.

Schermer, D., Moeini, M., e Wendt, O. (2019). The traveling salesman drone station location problem. In *World congress on global optimization*, p. 1129–1138. Springer.

Stodola, P. e Kutej, L. (2024). Multi-depot vehicle routing problem with drones: Mathematical formulation, solution algorithm and experiments. *Expert Systems With Applications*, 241:122483.

Udroiu, R., Deaconu, A. M., e Nanau, C.-Ş. (2021). Data delivery in a disaster or quarantined area divided into triangles using dtn-based algorithms for unmanned aerial vehicles. *Sensors*, 21(11): 3572.

Wang, C., He, X., Liu, Y., Song, J., Zeng, A., et al. (2016). The small single-and multi-rotor unmanned aircraft vehicles chemical application techniques and control for rice fields in china. *Aspects of Applied Biology*, 132:73–81.

Wang, X., Poikonen, S., e Golden, B. (2017). The vehicle routing problem with drones: Several worst-case results. *Optimization Letters*, 11:679–697.

Wang, Z. e Sheu, J.-B. (2019). Vehicle routing problem with drones. *Transportation research part B: methodological*, 122:350–364.

Yuksel, Z., Epcim, D. E., e Mete, S. (2024). Multi-depot vehicle routing problem with drone collaboration in humanitarian logistics. *Journal of Optimization & Decision Making*, 3(1):438–448.

Zhu, T., Boyles, S. D., e Unnikrishnan, A. (2024). Plug-in hybrid electric vehicle traveling-salesman problem with drone. *Transportation Research Record*.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212202
https://proceedings.science/p/212202?lang=pt-br