57º SBPO
SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL
Gramado • RS
DE 5 A 9 DE OUTUBRO DE 2025

MODELO MATEMÁTICO COM RESTRIÇÃO DE PERECIBILIDADE APLICADO À INDÚSTRIA DE LÁCTEOS

Felipe Martins Müller
Universidade Federal de Santa Maria PPGEP - UFSM
Av. Roraima nº 1000 Cidade Universitária Bairro - Camobi, Santa Maria - RS, 97105-900
felipe@ufsm.br

Vanessa Andréia Schneider
Universidade Federal de Santa Maria PPGEP - UFSM
vanessaandreias@gmail.com

Guilherme Lopes Weis
Universidade Federal de Santa Maria PPGEP - UFSM
glweis11@gmail.com

Olinto Cesar Bassi de Araujo
Universidade Federal de Santa Maria PPGEP - UFSM
olinto@ctism.ufsm.br

RESUMO

Este estudo apresenta um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para otimizar a produção, o transporte intermediário e o atendimento da demanda na indústria de laticínios, considerando a perecibilidade dos produtos. O objetivo é minimizar o tempo total de atendimento da demanda, assegurando entregas dentro do prazo de validade. Foram avaliados quatro cenários, com variações na adoção de estratégias de controle de perecibilidade, na disponibilidade de estoques iniciais e na frota de transporte. Os resultados demonstram que o controle de perecibilidade não compromete o desempenho do modelo, mas sua presença exige uma melhor organização logística, influenciando o tempo de atendimento. O modelo PLIM foi desenvolvido na linguagem ZIMPL e resolvido com o solver CPLEX. A abordagem mostrou-se eficiente e aplicável aos cenários propostos. Os arquivos e resultados foram disponibilizados publicamente, incentivando a reprodutibilidade e fomentando novos estudos na área de otimização aplicada a cadeias produtivas perecíveis.

PALAVRAS CHAVE. PLIM. Laticínios. Perecibilidade.

ABSTRACT

This study presents a Mixed-Integer Linear Programming (MILP) model for optimizing production, intermediate transportation, and demand fulfillment in the dairy industry, considering product perishability. The objective is to minimize the total time required to meet demand, ensuring that deliveries occur within the product shelf life. Four scenarios were evaluated, involving variations in the adoption of perishability control strategies, the availability of initial inventories, and the size of the transportation fleet. The results demonstrate that perishability control does not compromise the model's performance however, its presence demands more efficient logistics planning, influencing the overall fulfillment time. The MILP model was developed using the ZIMPL modeling language and solved with the CPLEX solver. The proposed approach proved to be efficient and applicable across the tested scenarios. All model files and results have been made publicly available to promote reproducibility and support further research in optimization applied to perishable supply chains.

KEYWORDS. PLIM. Dairy. Perishability.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212184
https://proceedings.science/p/212184?lang=pt-br

1. Introdução

Diariamente, a indústria de transformação manufatura uma ampla variedade de produtos, destinados a finalidades diversas, como bem-estar pessoal, entretenimento, segurança, vestuário, higiene e, sobretudo, ao atendimento da necessidade mais básica, que é a alimentação. Esse setor atua com o propósito de atender às necessidades do mercado, buscando, para uma maior eficiência, otimizar o uso de recursos e reduzir despesas.

Entre os itens mais consumidos mundialmente está o leite, sendo um alimento nutritivo e amplamente presente em diferentes produtos. Segundo a Organização das Nações Unidas para Alimentação e Agricultura, o Brasil é o terceiro maior produtor de leite no mundo [FAO, 2019]. A cadeia leiteira configura-se como uma das atividades econômicas mais relevantes do país, impulsionando a geração de trabalho e renda [da; Rocha et al., 2020]. De fato, a indústria de laticínios tem efeitos significativos sobre a economia, dado o elevado número de derivados do leite presentes no mercado. No entanto, o setor de lácteos enfrenta inúmeros desafios, como a variabilidade na demanda, volatilidade de preços, prazos de entrega, gestão de pedidos e dificuldades relacionadas ao clima, infraestrutura de transporte, armazenagem e expedição [Ali et al., 2021].

Na literatura especializada, é possível encontrar estudos que propõem formas para otimizar diferentes aspectos da cadeia produtiva de lácteos. Alguns exemplos estão relacionados a aplicação do conceito *Milk Run* em conjunto com o Problema do Caixeiro Viajante para reduzir custos logísticos [Mathur et al., 2018], modelos multiobjetivo para otimizar decisões de produção e estoque buscando equilibrar custos, impactos ambientais e sociais [Shafiee et al., 2021], bem como algoritmos de inteligência artificial como *Ant Colony Optimization* (ACO) e *Particle Swarm Optimization* (PSO) em problemas com múltiplos fornecedores e centros de distribuição [Yaghoubi e Akrami, 2019].

No Brasil, estudos propõem modelos integrados para decisões de suprimento, produção e armazenamento na cadeia de laticínios, com foco na minimização de custos operacionais, incluindo coleta, estoques, instalações e perdas [Emidio et al., 2021]. Tais abordagens utilizam programação inteira mista e consideram objetivos como a redução de emissões de CO_2, com fatores de emissão proporcionais à carga transportada [Lopez-Castro e Solano-Charris, 2022]. Alguns estudos exploram modelos multiobjetivo aplicados a cadeias leiteiras, com ênfase em ganhos financeiros, impactos ambientais e sociais [Kirilova et al., 2022]. Outros recorrem a técnicas híbridas, como o Fuzzy Self-Learning NSGA-II, para superar limitações de complexidade dos problemas [Majidi et al., 2022].

Uma revisão recente explora os desafios da cadeia de suprimentos de laticínios, destacando aplicações de inteligência artificial em previsão de demanda, otimização logística e gestão de estoques. Embora aborde técnicas estatísticas e heurísticas, não identifica estudos específicos sobre *middle-mile* na literatura analisada [Serrano-Torres et al., 2025].

O estudo de Müller et al. [2025] evidencia que o planejamento e a otimização desse setor enfrentam barreiras significativas devido à natureza perecível dos produtos, à existência de itens dependentes, aos tempos de processamento e às exigências para liberação. A qualidade de alimentos perecíveis, como o leite, tende a se deteriorar com o passar do tempo [Osvald e Stirn, 2008], podendo inclusive comprometer sua viabilidade durante o transporte e reduzir seu tempo disponível em estoque [Jouzdani e Govindan, 2021]. Deste modo, o planejamento considerando tempo, produção e logística é determinante para garantir que o produto esteja próprio o consumo até o fim de sua vida útil.

De forma geral, ao analisar a literatura, percebe-se a predominância de pesquisas voltadas à redução de custos e impactos financeiros, com crescente, embora ainda limitada, inclusão de aspectos ambientais. Nota-se também que boa parte das pesquisas se concentra nos trechos da

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212184
https://proceedings.science/p/212184?lang=pt-br

cadeia entre o produtor e a fábrica ou entre a fábrica e o varejo, indicando uma lacuna em estudos sobre entre fábricas, transporte intermediário e centros de distribuição.

O estudo de Müller et al. [2025] avalia a cadeia produtiva de lácteos por meio da comparação entre três métodos de solução: uma abordagem baseada em *Automated Planning and Scheduling* (APS), uma heurística fundamentada em Algoritmo Genético e um método exato estruturado com base em Programação Linear Inteira Mista (PLIM). A pesquisa evidenciou o potencial da modelagem PLIM como ferramenta de otimização, abrindo novas possibilidades para o avanço em formulações matemáticas voltadas à cadeia de suprimentos de produtos lácteos. Percebe-se, nesse estudo, uma oportunidade de aprofundar, no modelo PLIM, questões relacionadas à perecibilidade, uma vez que essa restrição é tratada apenas de forma implícita.

Diante desse cenário, esta pesquisa tem como motivação adaptar um estudo de caso existente na gestão da cadeia de suprimentos de lácteos, incorporando ao modelo as restrições impostas pela perecibilidade dos produtos. Levanta-se, então, uma questão central: como aplicar a programação inteira mista para modelar e apoiar o planejamento integrado da produção, do estoque e do transporte intermediário, de modo a atender à demanda e, simultaneamente, respeitar as limitações decorrentes da perecibilidade?

Com base na fundamentação teórica e em um contexto real, este trabalho propõe um modelo PLIM para otimizar a produção, o estoque, o transporte intermediário e o atendimento da demanda, considerando a perecibilidade na cadeia de suprimentos de lácteos. O estudo contempla quatro unidades de processamento, um centro de distribuição, seis produtos e uma frota heterogênea. A pesquisa contribui para a modelagem de cadeias produtivas de perecíveis, integrando estratégias de produção, logística e vida útil, com ênfase na temporalidade como variável crítica da otimização.

2. Motivação

Devido à natureza perecível dos produtos lácteos, a cadeia de suprimentos desse setor exige soluções de otimização integradas que considerem produção, armazenamento e transporte, garantindo a qualidade até o consumidor final.

No estudo de caso de Müller et al. [2025], a perecibilidade é tratada de forma implícita, sem uma restrição formal na modelagem em Programação Linear Inteira Mista (PLIM), o que pode comprometer o controle sobre a vida útil dos produtos, especialmente nas etapas intermediárias.

Esta pesquisa propõe um modelo PLIM que incorpora explicitamente uma restrição de perecibilidade, representando de forma mais fiel a realidade operacional da cadeia de laticínios. O modelo é desenvolvido com base em um estudo de caso real e visa aprimorar o suporte ao processo decisório por meio de ferramentas consolidadas, como o solver CPLEX.

As principais contribuições são: (i) formulação de um modelo PLIM com restrição explícita de perecibilidade; (ii) implementação em solver comercial; (iii) análise dos impactos dessa restrição nas decisões logísticas; e (iv) avanço metodológico na modelagem de cadeias com produtos perecíveis.

3. Estudo de caso

A indústria de lácteos lida com desafios relacionados à vida útil dos produtos, que são considerados perecíveis quando apresentam deterioração física, perda de valor percebido ou redução de funcionalidade com possíveis consequências graves [Amorim et al., 2013].

Ao chegar à planta industrial, o leite in natura passa por inspeção para garantir a integridade de sua composição e é armazenado sob baixa temperatura para preservar a qualidade. Três processos principais são coordenados: (1) transformação em produtos intermediários; (2) envase e embalagem dos produtos finais; e (3) envio aos centros de distribuição [Bilgen e Çelebi, 2013].

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212184
https://proceedings.science/p/212184?lang=pt-br

Os dados utilizados estão adaptados das informações reais da cadeia produtiva de lácteos [Müller et al., 2025]. O escopo da pesquisa trata de 4 plantas de processamento de lácteos e 1 centro de distribuição. São 6 produtos estudados, sendo 4 refrigerados (p_1, p_2, p_5, p_6) e 2 secos (p_3, p_4). A otimização finaliza com o atendimento da demanda no centro de distribuição.

A Figura 1, representa o estudo de caso, que será detalhado nas subseções seguintes.

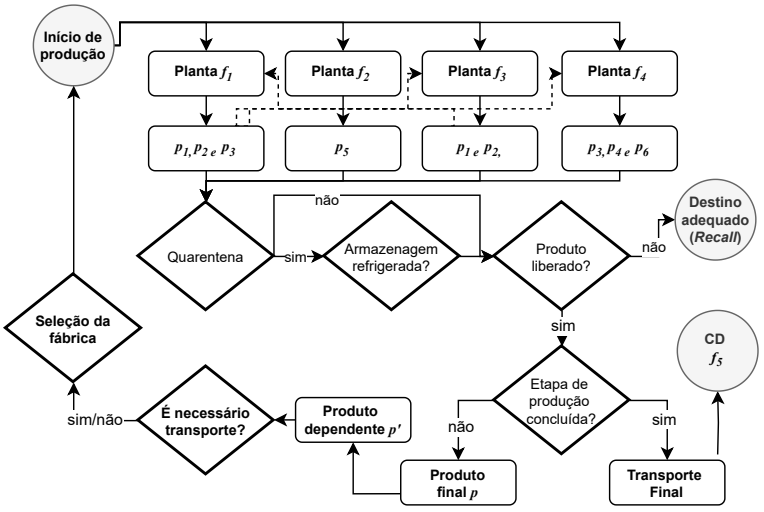


Figura 1: Representação do estudo de caso.
Fonte: Adaptado de Müller et al. [2025].

3.1. Fábricas (F)

O estudo está embasado em 4 plantas fabris, alocadas em diferentes municípios F. As unidades de processamento possuem capacidade de produção de acordo com cada tipo de produto: f_1 produz p_1, p_2 e p_3; f_2 produz p_5; f_3 produz p_1 e p_2; f_4 produz p_3, p_4 e p_6.

As plantas f_1,f_3,f_4 estão equipadas para receber produtos de outras unidades para finalização, considerando a entrada do produto inacabado como matéria-prima para produção de um novo produto, sendo que: f_1 pode receber p_1 de f_3 e transformá-lo em p_2; f_3 pode p_1 de f_3 e transformá-lo em p_2; f_4 pode receber p_3 e transformar em p_4; todas as fábricas enviam produtos acabados para f_5. Na Tabela 1 é possível observar a relação entre as fábricas e os produtos.

Tabela 1: Características do mix de produtos.

F	Descrição	P	Embalagem (kg)	Dependência	Vida útil (dias)
f_1	Queijo peça	p_1	12,00	insumo	180
f_1	Queijo fatiado	p_2	0,15	dependente de p_1	80
f_1	Leite em pó - bag	p_3	25,00	insumo	360
f_2	Requeijão	p_5	0,20	-	90
f_3	Queijo peça	p_1	12,00	insumo	180
f_3	Queijo fatiado	p_2	0,15	dependente de p_1	80
f_4	Leite em pó - bag	p_3	25,00	insumo	360
f_4	Leite em pó - fracionado	p_4	0,20	dependente de p_3	360
f_4	Manteiga	p_6	0,20	-	150

3.2. Centro de distribuição (f_5)

Existe 1 centro de distribuição, que recebe obrigatoriamente todos os produtos acabados, sendo refrigerados ou secos. O centro de distribuição está caracterizado como uma fábrica f com

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212184
https://proceedings.science/p/212184?lang=pt-br

produção 0 e pertence ao conjunto F^*, sendo denominado f_5. Como premissa para resolução do problema abordado, a capacidade de armazenamento de f_5 é considerada ilimitada, tanto para o armazenamento em câmera fria, quanto para o armazenamento em depósito seco.

3.3. Produtos (P)

O mix de derivados do leite selecionado neste estudo, envolve produtos com características distintas e diferentes conexões entre as plantas de produção, conforme Tabela 1. Leva-se em consideração produtos com alta demanda, diversidade em tempos de quarentena, necessidade de armazenamento refrigerado ou não, produtos com precedência, produtos com possibilidade de conclusão em mais de uma planta e necessidade de transporte refrigerado ou não. Os produtos selecionados estão definidos no seguinte conjunto ($p \in P = \{1, \ldots, n_P\}$).

3.4. Demanda (DM_p)

A produção é acionada a partir da demanda (DM_p) requerida do centro de distribuição (f_5). Desta forma, a produção é puxada pela demanda prevista pelo centro de distribuição. Considera-se como ideal, o atendimento da demanda no horizonte de tempo global de 30 períodos ou 30 dias e referem-se ao planejamento mensal.

3.5. Capacidade de produção

As capacidades das fábricas estão expostas na Tabela 2 referem-se ao volume de produção em toneladas que cada fábrica é capaz de produzir durante 1 dia de operação normal. Essas capacidades são determinadas considerando que há disponibilidade ilimitada de recursos iniciais, a infraestrutura instalada e a eficiência dos processos produtivos.

Tabela 2: Características de produção

		$CF_{f,p}$ (t)				$I0_{f,p}$ (t)					DM_p (t)
P	TQ_p	f_1	f_2	f_3	f_4	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_5
p_1	20	80,00	-	80,00	-	80,00	-	80,00	-	80,00	420,00
p_2	0	21,42	-	21,42	-	21,42	-	21,42	-	21,42	200,00
p_3	3	50,00	-	-	50,00	50,00	-	-	50,00	50,00	300,00
p_4	0	-	-	-	40,00	-	-	-	40,00	40,00	200,00
p_5	5	-	16,00	-	-	-	16,00	-	-	16,00	130,00
p_6	2	-	-	-	-	-	-	-	20,00	20,00	380,00

Além disso, na Tabela 2 é possível perceber o estoque inicial ($IO_{f,p}$) utilizado na otimização do problema.

3.6. Quarentena (TQ_p)

A quarentena de produtos no setor da indústria de alimentos é um procedimento de segurança utilizado para isolar e reter temporariamente produtos alimentícios, para apenas após este período, ser liberado para próximas etapas como transformação em um novo produto, transporte para outra planta industrial ou centro de distribuição.

Um dos principais objetivos da quarentena é o de garantir a qualidade do produto, através de testes adicionais como análises para detectar contaminações microbiológicas, químicas ou físicas, buscando garantir que os padrões sejam atendidos e consequentemente a segurança alimentar, minimizando os riscos de saúde pública e protegendo a reputação da marca.

A quarentena é obrigatória após a finalização da produção na primeira fábrica, mesmo que o produto seja compartilhado e finalizado em outra planta fabril. Por exemplo, caso a f_3 manufature o produto p_2 utilizando p_1 proveniente de f_1 como matéria-prima, é necessário que a quarentena

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212184
https://proceedings.science/p/212184?lang=pt-br

ocorra obrigatoriamente em f_1. Ao analisar a Tabela 2 é possível identificar as variações significativas entre os tempos de quarentena (TQ_p) de cada produto. Os produtos p_4 e p_5 não possuem quarentena, pois possuem relação de precedência.

3.7. Tempo de transporte ($TT_{f,f'}$)

O custo do transporte é contabilizado em dias, considerando o tempo total necessário para completar a operação de deslocamento dos produtos entre as fábricas de origem e destino.

Tabela 3: Tempos de transporte ($TT_{f,f'}$) entre as fábricas.

F	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1	1	1	2	2
f_2		1	2	2
f_3			2	2
f_4				1

Na Tabela 3, é possível observar a distância em dias e as possíveis rotas, entre as fábricas.

3.8. Capacidade de transporte ($CK_{k,p}$)

O transporte de produtos entre fábricas e até o centro de distribuição f_5 é realizado através de frota heterogênea com veículos de carga seca ou refrigerada, com capacidades distintas. Cargas secas transportam uma diversidade de produtos com requisitos de conservação menos rigorosos, mas ainda sujeitos a padrões de qualidade e segurança. Já o transporte refrigerado, ou frigorífico, é essencial para a preservação de produtos perecíveis e sensíveis a temperatura ambiente.

Veículos equipados com sistemas de refrigeração previnem a deterioração de alimentos no trânsito. Há 4 tipos de veículos no problema: **tipo 1**: carreta refrigerada; **tipo 2**: truck refrigerado; **tipo 3**: carreta carga seca; **tipo 4**: Movimentação de produtos manualmente ou por empilhadeiras elétricas. Cada fábrica, em cada período de tempo, tem disponível para uso um número específico de veículos contratados para atender as demandas, que pode ser observado na Tabela 4. Os veículos são destinados de acordo com a especificidade do produto que será transportado.

Tabela 4: Veículos por fábrica.

	Tipo 1			**Tipo 2**			**Tipo 3**	**Tipo 4**		
	p_1	p_2	p_5	p_1	p_2	p_5	p_3	p_3	p_4	p_6
$CT_{k,t}$	21,1680	22,6800	17,2032	12,0960	12,9600	9,8304	25,0000	50,0000	50,0000	50,0000
Veículos $\mathcal{K}_{f,t}$	3		3	2		2	5		4	
F	f_1, f_3	f_1, f_3	f_2	f_1, f_3	f_1, f_3	f_2	f_1	f_4	f_4	f_4

Considera-se que o veículo está disponível para a fábrica, quando está vazio e não está em transporte. Considera-se que o veículo está sendo utilizado pela fábrica, quando está atendendo a operação do transporte de produtos, cujo deslocamento entre fábrica de origem (f) e destino (f') está ocorrendo. Assim que o veículo finalizar o atendimento ao centro de distribuição, passa ser disponibilizado novamente na fábrica de origem.

3.9. Perecibilidade

Como a preocupação central do problema estudado é a perecibilidade, busca-se disponibilizar de maneira ágil os produtos ao estoque do centro de distribuição. A vida útil dos produtos apresentados na Tabela 2, refere-se ao período durante o qual cada item mantém suas características de

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212184
https://proceedings.science/p/212184?lang=pt-br

qualidade e segurança para o consumo. A perecibilidade dos produtos é influenciada por variáveis como o fabricação, estoque e transporte.

Para tanto, um planejamento adequado é fundamental para garantir a qualidade dos produtos. Na busca por assegurar a vida útil dos itens ao atender à demanda, adota-se a estratégia de que os produtos alocados em estoque disponível sejam destinados em no máximo sete dias após sua entrada, sendo possível o transporte ou transformação em produto dependente.

4. Modelagem Matemática (PLIM)

Esta subseção apresenta um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), cujo objetivo principal é minimizar o número de dias necessários para atender à demanda total.

O modelo matemático, representado nas Equações (1) a (25), formaliza os elementos, restrições e objetivos do problema. A Tabela 5 apresenta a notação utilizada, com parâmetros, variáveis e conjuntos da formulação.

Tabela 5: Notação utilizada na formulação do modelo matemático.

Índices
d: unidade de tempo representando um único dia dentro do horizonte de planejamento.
f: fábrica.
f': fábrica de destino para o transporte originado da fábrica f.
f_{nf+1}: centro de distribuição caracterizado como uma fábrica com produção zero.
p: produto.
p': produto dependente de p como insumo.
t: tipo de veículo.
k: k-ésimo veículo do tipo t.
Conjuntos
F: conjunto de fábricas ($f \in F = \{1, \ldots, n_F\}$).
F^*: conjunto de fábricas estendidas, inserindo o centro de distribuição ($f \in F = \{1, \ldots, n_F\} \cup \{CD\}$).
$\mathcal{F}_f$: conjunto de destinos f' a partir da fábrica f.
P: conjunto de produtos ($p \in P = \{1, \ldots, n_P\}$).
$\mathcal{P}_f$: conjunto dos produtos produzidos na fábrica f.
$\mathcal{P}_p$: conjunto dos produtos p' produzidos a partir do produto p.
$\mathcal{T}_f$: conjunto dos tipos de veículos disponíveis na fábrica f.
$\mathcal{K}_{f,t}$: conjunto dos veículos do tipo t disponíveis na fábrica f.
D: conjunto de períodos de tempo, em dias ($d \in D = \{1, \ldots, n_d\}$).
Parâmetros
n_f: número de fábricas.
$(n_f + 1)$ ou CD: centro de distribuição.
n_p: número de produtos.
n_d: número de dias.
TQ_p: tempo de quarentena do produto p.
$TT_{f,f'}$: tempo de transporte entre as fábricas de origem f e destino f'.
$FF_{f,f'}$: distância em quilômetros entre as fábricas de origem f e destino f'.
$CT_{t,p}$: capacidade do veículo do tipo t para transportar o produto p.
$MT_{t,f}$: número máximo de veículos do tipo t disponíveis na fábrica f.
$CF_{f,p}$: capacidade de produção da fábrica f para o produto p.
$I0_{f,p}$: estoque inicial do produto p na fábrica f.
DM_p: demanda do produto p.
Variáveis
$I_{f,p,d}$: estoque do produto p na fábrica f no dia d.
$Q_{f,p,d}$: quantidade do produto p liberada da quarentena no dia d na fábrica f.
$y_{f,p,d}$: quantidade do produto p produzida no dia d na fábrica f.
$\hat{y}_{p',f,p,d}$: quantidade do produto dependente p' produzida no dia d na fábrica f a partir do produto p.
$x_{f,p,d,f',t,k}$: quantidade do produto p transportado da fábrica f para a fábrica f' no dia d, usando o k-ésimo veículo do tipo t.
$\hat{x}_{f,p,d,f',t,k}$: quantidade do produto p recebida na fábrica f' com origem em f, no dia d, usando o k-ésimo veículo do tipo t.
$z_{f,p,d,f',t,k}$: variável binária indicando se o veículo k do tipo t foi utilizado para transportar o produto p no dia d da fábrica f para f'.
$w_{p,d}$: variável binária indicando se a demanda do produto p foi atendida no dia d.
T_{max}: número mínimo de dias necessários para satisfazer a demanda total.

$$\textbf{Min } T_{max} \tag{1}$$

s.a

$$I_{f,p,d} = I_{f,p,d-1} + Q_{f,p,d} + \sum_{f' \in \mathcal{F}_f} \sum_{t \in \mathcal{T}_{f'}} \sum_{k \in \mathcal{K}_{f',t}} \hat{x}_{f',p,d,f,t,k} - \sum_{f' \in \mathcal{F}_f} \sum_{k \in \mathcal{K}_f} x_{f,p,d,f',k} - \sum_{p' \in \mathcal{P}_p} \hat{y}_{f,p,p',d}$$

$$\forall f \in F, p \in \mathcal{P}_f, d \in D : d > 0 \tag{2}$$

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212184
https://proceedings.science/p/212184?lang=pt-br

$$I_{f,p,0} \leq \sum_{f' \in \mathcal{F}_f} \sum_{t \in \mathcal{T}_{f'}} \sum_{k \in \mathcal{K}_{f',t}} \sum_{\substack{d' \in D: \\ d' \geq 1 \\ d' \leq D_{max}}} x_{f,p,d',f',t,k} + \sum_{p' \in \mathcal{P}_p} \sum_{\substack{d' \in D: \\ d' \geq 1 \\ d' \leq D_{max}}} \hat{y}_{f,p,p',d} \qquad \forall f \in F, p \in \mathcal{P}_f, d \in D : d > 0 \quad (3)$$

$$I_{f,p,d+6} \leq \sum_{f' \in \mathcal{F}_f} \sum_{t \in \mathcal{T}_{f'}} \sum_{k \in \mathcal{K}_{f',t}} \sum_{\substack{d' \in D: \\ d' \geq 1 \\ d' \leq D_{max}}} \hat{x}_{f',p,d',f,t,k} + \sum_{p' \in \mathcal{P}_p} \sum_{\substack{d' \in D: \\ d' \geq 1 \\ d' \leq D_{max}}} \hat{y}_{f,p,p',d}$$

$$\forall f \in F, p \in \mathcal{P}_f, d \in D : 0 < d < 24 \quad (4)$$

$$\sum_{f' \in \mathcal{F}_f} \sum_{t \in \mathcal{T}_{f'}} \sum_{k \in \mathcal{K}_{f',t}} \hat{x}_{f',p,d,f,t,k} \leq \hat{y}_{f,p,p',d} \qquad \forall f \in F, p \in \mathcal{P}_f, d \in D \quad (5)$$

$$\hat{y}_{f,p,p',d} = Q_{f,p',d+TQ_{p'}+1} \qquad \forall f \in F, p \in P, p' \in \mathcal{P}_p \cap \mathcal{P}_f, d \in D \quad (6)$$

$$y_{f,p,d} = Q_{f,p,d+TQ_p+1} \qquad \forall f \in F, p \in \mathcal{P}_f, d \in D \quad (7)$$

$$x_{f,p,d,f',t,k} = \hat{x}_{f,p,d+TT_{f,f'},f',t,k} \qquad \forall f \in F, p \in \mathcal{P}_f, d \in D, f' \in \mathcal{F}_f, t \in \mathcal{T}_f, k \in \mathcal{K}_{f,t} \quad (8)$$

$$x_{f,p,d,f',t,k} \leq CT_{t,p}\, z_{f,p,d,f',t,k} \qquad \forall f \in F, p \in \mathcal{P}_f, d \in D, f' \in \mathcal{F}_f, t \in \mathcal{T}_f, k \in \mathcal{K}_{f,t} \quad (9)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}_f} \sum_{k \in \mathcal{K}_{f,t}} z_{f,p,d,f',t,k} \leq MT_{t,f} \qquad \forall f \in F,\ d \in D,\ f' \in \mathcal{F}_f,\ t \in \mathcal{T}_f \quad (10)$$

$$z_{f,p,d,f',t,k} + \sum_{p' \in \mathcal{P}_f} \sum_{\substack{d' \in D: \\ d < d' \leq d + TT_{f,f'}}} \sum_{f' \in \mathcal{F}_f} z_{f,p',d',f',t,k} \leq 1 \qquad \forall f \in F, p \in \mathcal{P}_f, d \in D, f' \in \mathcal{F}_f, t \in \mathcal{T}_f, k \in \mathcal{K}_{f,t} \quad (11)$$

$$I_{CD,p,d} = I_{CD,p,d-1} + \sum_{f \in F} \sum_{p \in \mathcal{P}_f} \sum_{t \in \mathcal{T}_f} \sum_{k \in \mathcal{K}_{f,t}} \hat{x}_{f,p,d,CD,t,k} \qquad \forall d \in D : d > 0 \quad (12)$$

$$\sum_{d \in D} w_{p,d} = 1 \qquad \forall p \in P \quad (13)$$

$$I_{CD,p,d} \geq DM_p\, w_{p,d} \qquad \forall p \in P, d \in D \quad (14)$$

$$d\, w_{p,d} \leq T_{\max} \qquad \forall p \in P, d \in D \quad (15)$$

$$I_{f,p,0} = I0_{f,p} \qquad \forall f \in F^*, p \in P \quad (16)$$

$$I_{f,p,d} \geq 0 \qquad \forall f \in F^*, p \in P, d \in D \quad (17)$$

$$Q_{f,p,d} \geq 0 \qquad \forall f \in F, p \in \mathcal{P}_f, d \in D \quad (18)$$

$$0 \leq y_{f,p,d} \leq CF_{f,p} \qquad \forall f \in F, p \in \mathcal{P}_f, d \in D \quad (19)$$

$$0 \leq \hat{y}_{p',f,p,d} \leq CF_{f,p} \qquad \forall f \in F, p \in P, p' \in \mathcal{P}_p \cap \mathcal{P}_f, d \in D \quad (20)$$

$$x_{f,p,d,f',t,k} \geq 0 \qquad \forall f \in F, p \in \mathcal{P}_f, d \in D, f' \in \mathcal{F}_f, t \in \mathcal{T}_f, k \in \mathcal{K}_{f,t} \quad (21)$$

$$\hat{x}_{f,p,d,f',t,k} \geq 0 \qquad \forall f \in F, p \in \mathcal{P}_f, d \in D, f' \in \mathcal{F}_f, t \in \mathcal{T}_f, k \in \mathcal{K}_{f,t} \quad (22)$$

$$z_{f,p,d,f',t,k} \in \{0,1\} \qquad \forall f \in F, p \in P, d \in D, f' \in \mathcal{F}_f, t \in \mathcal{T}_f, k \in \mathcal{K}_{f,t} \quad (23)$$

$$w_{p,d} \in \{0,1\} \qquad \forall p \in P, d \in D \quad (24)$$

$$T_{max} \geq 0 \qquad \forall d \in D \quad (25)$$

A função objetivo, definida na Equação (1), corresponde à minimização do tempo total de execução de um plano de atendimento da demanda no centro de distribuição f_5. Esse objetivo pode ser interpretado como a minimização do *makespan*, um critério clássico de otimalidade amplamente utilizado em problemas de programação de tarefas (*scheduling*), especialmente em ambientes com máquinas paralelas

A restrição de conservação de estoque, apresentada na Equação (2), considera a soma dos produtos disponíveis no dia anterior, o estoque liberado após a quarentena e os produtos recebidos de outras unidades fabris. A terceira parcela da Equação 2 representa a redução do estoque, ou seja,

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212184
https://proceedings.science/p/212184?lang=pt-br

os produtos enviados a outras fábricas e os utilizados em produções dependentes.

As Equações (3), (4) e (5) , modelam o controle da perecibilidade dos produtos, garantindo que o produto esteja no centro de distribuição, com vida útil suficiente para comercialização.

As Equações (3) e (4), estabelecem as restrições que impõe um limite máximo de dias para que os produtos liberados da quarentena e disponíveis no estoque sejam destinados ao atendimento da demanda ou processados novamente. Essa condição garante o fluxo adequado dos produtos, evitando acúmulos excessivos no estoque e garantindo que a perecibilidade seja respeitada. A Equação (5) controla a relação em que o produto p, destinado a ser utilizado como insumo em f', é transportado da fábrica f para a fábrica f', garantindo que ele seja transformado em p' no próprio dia de sua chegada à unidade de destino.

As Equações (6) e (7) estabelecem o momento em que o produto estará liberado da quarentena. A restrição de transporte na Equação (8), considera o tempo de transporte entre f e f'.

A restrição definida na Equação (9) garante que a quantidade transportada entre fábricas respeite a capacidade máxima do veículo alocado. Já a Equação (10) impõe um limite ao número total de veículos do tipo t que partem da fábrica f no dia d com destino a qualquer unidade f', respeitando a quantidade máxima disponível em cada fábrica. A Equação (11) assegura que o k-ésimo veículo do tipo t seja utilizado em, no máximo, uma operação de transporte por período de trânsito entre f e f', impedindo alocações simultâneas. A restrição da Equação (12) considera o estoque de cada produto no centro de distribuição f_5.

As Equações (13) e (14) definem o valor de $Tmax$. A Equação (13) determina o dia em que cada produto tem sua demanda satisfeita e a Equação (14) indica o dia em que todas as demandas são atendidas no centro de distribuição, ou seja, o tempo máximo necessário para satisfazer a demanda total. O estoque inicial em cada fábrica é estabelecido pela Equação 16.

Por fim, as equações (17) - (25) determinam o domínio das variáveis.

5. Discussão dos Resultados

Os experimentos computacionais foram conduzidos em um computador equipado com processador Intel(R) Core(TM) i5-7200U, com frequência máxima de 2,71 GHz, e 8 GB de memória RAM. Para a resolução do modelo, utilizou-se o IBM(R) ILOG(R) CPLEX(R) Interactive Optimizer, versão 22.1.1.0, em conjunto com a linguagem de modelagem matemática ZIMPL (Zuse Institute Mathematical Programming Language), versão 3.2.0. A interpretação dos resultados foi realizada por meio de scripts desenvolvidos em Python, que processaram os arquivos de saída gerados com extensão .xmpl. Esses scripts permitiram extrair, organizar e analisar os valores das variáveis de decisão e os indicadores de desempenho de cada cenário, facilitando a construção das tabelas e gráficos apresentados neste estudo.

Com o propósito de analisar o comportamento do modelo proposto sob diferentes condições operacionais, o modelo foi testado dentro do contexto de quatro cenários distintos. O cenário I reproduz os resultados de Müller et al. [2025] para o problema em estudo. O cenário II aplica a estratégia de controle de perecibilidade ao modelo original, mantendo as demais condições, com o objetivo de avaliar seu impacto sobre o desempenho do modelo. No cenário III, além do controle de perecibilidade, os estoques iniciais são zerados, permitindo analisar a influência da ausência de produtos previamente disponíveis no sistema. Por fim, o cenário IV acrescenta à configuração II uma limitação da frota, apenas um veículo de cada tipo t está disponível por fábrica, exceto para o tipo t_1, com dois veículos nas fábricas f_1 e f_3.

A Tabela 6 apresenta os dias de atendimento da demanda por produto no centro de distribuição, o tempo total de atendimento ($Tmax$) e o esforço computacional em cada experimento.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212184
https://proceedings.science/p/212184?lang=pt-br

Tabela 6: Atendimento da demanda por produto (em dias) e esforço computacional (em segundos).

Produto (P)	**I**	**II**	**III**	**IV**
p_1	26	26	30	28
p_2	12	26	29	15
p_3	25	13	30	15
p_4	25	15	27	18
p_5	22	25	30	23
p_6	22	22	24	27
$Tmax$	26	26	30	28
Tempo (s)	4,42	6,27	4,88	4,89

Os resultados expostos na Tabela 6, evidenciam o impacto das diferentes configurações. No cenário II, a introdução da estratégia de controle de perecibilidade não altera o valor de $Tmax$, que permanece em 26 dias. Entretanto, o tempo computacional aumenta para 6,27 s, indicando maior complexidade na resolução do modelo com a nova restrição.

O cenário III, eleva o $Tmax$ para 30 dias, evidenciando a importância do estoque inicial na antecipação da produção. Percebe-se que o atendimento da demanda de cada produto ocorre em um tempo mais elevado. Apesar disso, esse cenário também permite melhor aproveitamento da capacidade produtiva das fábricas e em relação ao tempo computacional, não há prejuízos.

No cenário IV, observa-se um $Tmax$ de 28 dias. A limitação da frota impacta especialmente os produtos p_4 e p_6, cujos prazos aumentam em relação ao cenário II. O tempo computacional permanece baixo, indicando que, embora a restrição logística imponha desafios, não compromete o desempenho do solucionador. Além disso, há indícios de melhor aproveitamento da frota disponível.

De forma geral, os resultados indicam que o controle de perecibilidade não afeta negativamente o desempenho temporal do modelo, ao passo que a ausência de estoque inicial e a restrição de frota elevam o tempo de atendimento da demanda. Todos os cenários, no entanto, apresentaram tempos de resolução compatíveis com aplicações práticas, reforçando a robustez e aplicabilidade do modelo PLIM, mesmo sob restrições operacionais mais rigorosas.

6. Conclusões

Neste trabalho foi avaliado o impacto do controle da perecibilidade na cadeia de produção de laticínios por meio de um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM). Foram considerados quatro cenários distintos, nos quais a presença de estoques iniciais e a disponibilidade da frota foram modificadas com o objetivo de avaliar o comportamento do modelo em diferentes condições operacionais. Em todos os cenários, a estratégia de controle de perecibilidade adotada na modelagem proposta, foi mantida.

Os resultados demonstraram que o controle de perecibilidade, isoladamente, não compromete o desempenho temporal do modelo. No entanto, a ausência de estoques e a limitação da frota afetaram o desempenho. O modelo mostrou-se robusto e aplicável mesmo sob condições operacionais mais restritivas, assegurando que todos os produtos fossem entregues dentro do prazo previsto, garantindo a vida útil comercial.

Sugere-se também, em trabalhos futuros, a realização de testes adicionais que submetam o modelo a condições operacionais extremas, como o aumento da demanda ou a combinação de múltiplos fatores restritivos simultâneos como aumento da demanda e redução no transporte, com o objetivo de explorar os limites de desempenho da formulação proposta. Avaliar os limites do modelo

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212184
https://proceedings.science/p/212184?lang=pt-br

permite identificar seu comportamento em cenários de maior complexidade, além de apontar a possível necessidade de incorporar estratégias de otimização mais avançadas, como heurísticas. Além disso, recomenda-se a inclusão de indicadores ambientais, como as emissões de gases de efeito estufa (GEE) associadas ao transporte, considerando-se, assim, os impactos ambientais das decisões logísticas e promovendo soluções mais alinhadas aos princípios da sustentabilidade.

Os modelos e resultados deste estudo estão disponíveis publicamente no GitHub [1], com o objetivo de permitir sua reprodução e incentivar novas pesquisas em otimização aplicada à cadeia produtiva de laticínios.

Referências

Ali, S., Barman, H., Kaur, R., Tomaskova, H., e Roy, S. (2021). Multi-product multi echelon measurements of perishable supply chain: Fuzzy non-linear programming approach. *Mathematics*, 9.

Amorim, P., Meyr, H., Almeder, C., e Almada-Lobo, B. (2013). Managing perishability in production-distribution planning: A discussion and review. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 25:389–413.

Bilgen, B. e Çelebi, Y. (2013). Integrated production scheduling and distribution planning in dairy supply chain by hybrid modelling. *Annals of Operations Research*, 211:55–82. ISSN 02545330. URL https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84890128798&doi=10.1007%2Fs10479-013-1415-3&partnerID=40&md5=8f1afc604c6f636c6c9f506e1820e45d.

da; Rocha, D. T., Carvalho, G. R., e de. Resende, J. C. (2020). Cadeia produtiva do leite no brasil: produção primária. URL https://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/item/215880/1/CT-123.pdf.

Emidio, J., Lima, R., Leal, C., e Madrona, G. (2021). How can mixed integer linear programming assist dairy manufacturers by integrating supply decisions and production planning? *Journal of Agribusiness in Developing and Emerging Economies*, 11:178–193. ISSN 20440839. URL https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85101695392&doi=10.1108%2FJADEE-09-2020-0199&partnerID=40&md5=e0bb105b4bb6946a613b75d660b49690.

FAO, Food and Agriculture Organization of the United Nations (2019). Fao stat - livestock primary. URL http://www.fao.org/faostat/en/#data/QL.

Jouzdani, J. e Govindan, K. (2021). On the sustainable perishable food supply chain network design: a dairy products case to achieve sustainable development goals. *Journal of Cleaner Production*, 278.

Kirilova, E., Vaklieva-Bancheva, N., Vladova, R., Petrova, T., Ivanov, B., Nikolova, D., e Dzhelil, Y. (2022). An approach for a sustainable decision-making in product portfolio design of dairy supply chain in terms of environmental, economic and social criteria. *Clean Technologies and Environmental Policy*, 24:213–227.

[1] https://github.com/docvanessaschneider/MODELO-MATEMATICO-COM-RESTRICAO-DE-PERECIBILIDADE-APL

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212184
https://proceedings.science/p/212184?lang=pt-br

Lopez-Castro, L. e Solano-Charris, E. (2022). Environmental optimization model for a milk collection problem with heterogeneous fleet. In *2022 8th International Conference on Control, Decision and Information Technologies, CoDIT 2022*, p. 413–418. ISBN 9781665496070.

Majidi, A., Farghadani-Chaharsooghi, P., e Al-E-Hashem, S. M. (2022). Sustainable pricing-production-workforce-routing problem for perishable products by considering demand uncertainty; a case study from the dairy industry. *Transportation Journal*, 61: 60–102. ISSN 0041-1612. URL https://scholarlypublishingcollective.org/transportation-journal/article/61/1/60/294499/Sustainable-Pricing-Production-Workforce-Routing.

Mathur, S., Mittal, V., Upadheye, N., Mathur, K., e Singh, V. (2018). Scm strategy for sales augmentation using tsp algorithm and time bound marginal discount utility. *International Journal of Supply Chain Management*, 7:87–94.

Müller, F. M., Schneider, V. A., de Araujo, O. C. B., Scheer Júnior, C. R., e Weis, G. L. (2025). Comparing an artificial intelligence planner with traditional optimization methods: A case study in the dairy industry. *Algorithms*, 18(4). ISSN 1999-4893. URL https://www.mdpi.com/1999-4893/18/4/219.

Osvald, A. e Stirn, L. (2008). A vehicle routing algorithm for the distribution of fresh vegetables and similar perishable food. *Journal of Food Engineering*, 85:285–295.

Serrano-Torres, G., López-Naranjo, A., Larrea-Cuadrado, P., e Mazón-Fierro, G. (2025). Transformation of the dairy supply chain through artificial intelligence: A systematic review. *Sustainability (Switzerland)*, 17.

Shafiee, F., Kazemi, A., Chaghooshi, A. J., Sazvar, Z., e Mahdiraji, H. A. (2021). A robust multi-objective optimization model for inventory and production management with environmental and social consideration: a real case of dairy industry. *Journal of Cleaner Production*, 294.

Yaghoubi, A. e Akrami, F. (2019). Proposing a new model for location - routing problem of perishable raw material suppliers with using meta-heuristic algorithms. *Heliyon*, 5.

DOI: 10.59254/sbpo-2025-212184
https://proceedings.science/p/212184?lang=pt-br