

ANÁLISE DE UM PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE MÁXIMA COBERTURA PARA OTIMIZAÇÃO DO EMPREGO DE UM VEÍCULO DE SUPERFÍCIE NÃO TRIPULADO

Marcelo José Anghinoni Nava

CASNAV / Marinha do Brasil

Ilha das Cobras - Rua da Ponte, Ed. 23 do AMRJ – Centro, 20091-000 - Rio de Janeiro/RJ

nava@marinha.mil.br

Márcio André Araujo Gonçalves

COM2DN / Marinha do Brasil

Av. das Naus, S/N – Comércio, 40015-270 - Salvador/BA

marcio.araujo@marinha.mil.br

Paulo Augusto Neves de Carvalho Elias

CASNAV / Marinha do Brasil

Ilha das Cobras - Rua da Ponte, Ed. 23 do AMRJ – Centro, 20091-000 - Rio de Janeiro/RJ

paulo.elias@marinha.mil.br

Andre Ribeiro Breitinger

CASNAV / Marinha do Brasil

Ilha das Cobras - Rua da Ponte, Ed. 23 do AMRJ – Centro, 20091-000 - Rio de Janeiro/RJ

breitinger@marinha.mil.br

RESUMO

O presente artigo propõe apresentar o resultado da aplicação de modelos de localização de pontos críticos, dentro de uma área de exploração, mostrando a importância da melhor escolha na tomada de decisão. Este objetivo pode ser alcançado a partir do resultado de um modelo de localização de máxima cobertura. O problema é modelado como sendo um caso de programação linear inteira, tratado a partir de uma solução heurística, ou seja, um determinado modelo pode ser resolvido a partir do resultado do outro. No final, a partir do processamento de seis simulações, o resultado computacional que gerou a melhor solução foi apresentado graficamente.

PALAVRAS CHAVE: VSNT, Otimização Combinatória, Modelagem Matemática

Introdução, Modelagem Matemática, Descrição do Problema, Resultados, Considerações Finais, Referências

ABSTRACT

This article aims to present the results of the application of critical point location models within an exploration area carried out by an unmanned surface vehicle, showing the importance of the best choice in decision making. This objective can be achieved from the result of a maximum coverage location model. The problem is modeled as a case of integer linear programming, treated from a heuristic solution, that is, a given model can be solved from the result of the other. In the end, from the processing of six simulations, the computational result that generated the best solution was presented graphically, obtaining 90% of the required area covered and 85% of the reference points covered. The results indicate the capacity of the mathematical model, the optimization methods and the application developed to assist in the planning of several missions using unmanned vehicles.

KEYWORDS: VSNT, Combinatorial Optimization, Mathematical Modeling

Introduction, Mathematical Modeling, Problem Description, Results, Final Considerations, References

1. Introdução

Problemas de localização consistem na escolha de uma posição geográfica para operação de um determinado serviço, para fixação de bases, ou instalação de equipamentos, visando maximizar ou minimizar alguma medida de utilidade, atendendo a um conjunto de restrições de demanda das áreas [Pizzolato, Silva, 1997]. Nesta pesquisa, essas posições geográficas são definidas como “veículos”.

Os modelos matemáticos para localização procuram responder questões estratégicas como: quantas posições adotar, onde localizá-las, qual sua capacidade e o critério de alocação das demandas a elas oferecidas [Daskin, 1995].

No âmbito das atividades de defesa, os problemas de localização ganham relevância, visando entre diversas aplicações, uma melhor sistemática quanto a colocação de bases de apoio, e a fixação de equipamentos e veículos para missões IVR (Inteligência, Vigilância e Reconhecimento). Nesta pesquisa, foi considerado o emprego de um Veículo de Superfície Não Tripulado (VSNT) desenvolvido pelo CASNAV, uma Instituição Científica, Tecnológica e de Inovação (ICT) da Marinha do Brasil [Jaiswal, 2012].

A Figura 1 apresenta o VSNT desenvolvido pelo CASNAV.



Figura 1 – VSNT (em primeiro plano) atuando em missão conjunta com corveta da Marinha do Brasil (em segundo plano)

Neste artigo, será apresentado o método de localização de máxima cobertura (MLMC), visando a máxima cobertura de uma determinada área geográfica. A melhor solução será empregada para o planejamento de missões específicas executadas pelo VSNT. As missões em potencial para o VSNT, para essa modelagem, incluem:

- Desativação de minas numa área (encontrar objeto);
- Planejamento de patrulhamento naval – PatNav (inspeção naval) em atividades ilegais de pesca, em pontos onde há atividades conhecidas para cobrir (nesse caso, um ponto “cliente” captura também pontos “vizinhos”;
- Busca cooperativa com 2 ou 3 VSNTs, distribuindo-se os pontos para cada um percorrer, onde o raio tem relação com o tipo de equipamento empregado (ex: sonar de varredura lateral).

Importante ressaltar que os pontos a percorrer (e como percorrê-los) são determinados de modo a otimizar a área de busca (ou seja, não há pontos pré-definidos, eles foram criados arbitrariamente) no menor tempo possível (ex: aplicação SAR-Sub) ou colocando alguns pontos prováveis conhecidos em posições assumidas anteriormente.

2. Modelagem Matemática

A partir da definição dos pontos a serem utilizados na cobertura da área, duas análises foram realizadas, de forma comparativa, utilizando o modelo de localização *p-centros* (MPC) e o modelo de *p-mediana* (MPM). Tais modelos foram escolhidos pelo caráter mais realista quando se trata de disponibilidade de recursos, além de serem modelos amplamente difundidos na literatura.

O problema de localização de máxima cobertura (MLMC) consiste em uma categoria cujo objetivo é determinar a localização de “*p*” pontos críticos, dentro de um escopo geográfico, de forma a atender a maior quantidade possível de “clientes”¹, a partir de um raio de cobertura ou de uma distância de serviço pré-definida [Church, ReVelle, 1974].

O MLMC apresenta a formulação (1-6):

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se a facilidade é instalada no local } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se o vértice é coberto pela facilidade} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\max \sum_{i \in I} d_i y_i \quad (1)$$

s.a.

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq y_i, \quad \forall i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} x_j \leq p \quad (3)$$

$$x_j \in \{0,1\}, \quad \forall j \in J \quad (4)$$

$$y_i \in \{0,1\}, \quad \forall i \in I \quad (5)$$

Onde:

$$N_i = \{j \in J \mid d_{ij} \leq S\}, \quad \forall i \in I \quad (6)$$

Sendo que:

¹ “Clientes” são definidos, neste trabalho, como posições geográficas a serem alcançadas.

d_i = conjunto de arcos que toma o valor 1 se um ponto de demanda i puder ser coberto por uma facilidade alocada na posição j , e 0 caso contrário;

I = conjunto de nós “clientes”;

J = conjunto de nós “veículos”;

d_{ij} = distância entre os nós i e j ;

y_i = demanda do ponto i ;

x_i = variável binária que toma o valor 1 se o ponto i é atendido por um “ponto de referência”, e 0, caso contrário;

x_j = variável binária que toma o valor 1 se há um “ponto de referência” alocado ao nó j , e 0 caso contrário; e

p = número de “veículos”.

A função objetivo (1) busca maximizar a demanda coberta pelos “veículos” instalados. A restrição (2) garante que para uma demanda ser coberta, pela menos um “ponto de referência” seja instalado em um ponto j que seja capaz de cobri-la dentro do padrão de cobertura definido no modelo. A restrição (3) assegura a limitação do modelo quanto ao número de “veículos” a serem instalados. As restrições (4) e (5) representam os tipos de variáveis i e j (binárias). A definição do conjunto (6) garante que a máxima distância de cobertura (S) seja atendida.

O problema de localização por p -centros tem em sua formulação [Hakimi 1964] o objetivo de minimizar a máxima distância entre os “clientes” e os “veículos”, isto é, uma nova variável é adicionada ao modelo, que garante a máxima distância que o “cliente” estará de um “ponto de referência”, quando designado a ela.

Sua formulação apresenta a estruturação (7-13):

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se a facilidade é instalada no local } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\min D \quad (7)$$

s.a.

$$D \geq \sum_{i \in I} d_{ij} x_{ij}, \quad \forall j \in J \quad (8)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \quad (9)$$

$$x_{ij} \leq y_i, \quad \forall i \in I, \quad \forall j \in J \quad (10)$$

$$y_i = p \quad (11)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in I, \quad \forall j \in J \quad (12)$$

$$y_i \in \{0,1\}, \quad \forall i \in I \quad (13)$$

Sendo que:

D = máxima distância entre “clientes” e centros;

I = conjunto de nós “clientes”;

J = conjunto de nós;

d_{ij} = distância entre os nós i e j ;

y_i = variável binária que toma o valor 1 se o ponto i é centro, e 0, caso contrário;

x_{ij} = variável binária que toma o valor 1 se um ponto j é atendido pelo centro i , 0 caso contrário;

p = número de centros.

A função objetivo (7) do modelo minimiza a distância máxima de um cliente ao centro a ele designado. A restrição (8) garante D como um limitante superior da distância entre clientes e centros. A restrição (9) assegura que cada cliente j só poderá ser designado para um centro i . A restrição (10) garante que um cliente não será atribuído a um ponto que não seja central. A restrição (11) indica a quantidade de centros a serem abertos no modelo. As restrições (12) e (13) representam os tipos de variáveis i e j (binárias).

O modelo das p -medianas, considerado o modelo mais utilizado entre os modelos de localização de veículos, das mais diversas naturezas, como um método que objetiva encontrar a melhor distribuição geográfica para um número específico de veículos (denominadas “medianas”), de modo a minimizar a distância total entre veículos e os clientes [Arenales, Armentano, 2007]. O modelo das p -medianas se caracteriza como um modelo de programação inteira binária com a seguinte formulação (14-19):

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se a facilidade é instalada no local } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} d_{ij} x_{ij} \quad (14)$$

s.a.

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \quad (15)$$

$$x_{ij} \leq y_i, \quad \forall i \in I, \quad \forall j \in J \quad (16)$$

$$y_i = p \quad (17)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in I, \quad \forall j \in J \quad (18)$$

$$y_i \in \{0,1\}, \quad \forall i \in I \quad (19)$$

Sendo que:

I = conjunto de nós “clientes”;

J = conjunto de nós medianas;

d_{ij} = distância entre os nós i e j ;

y_i = variável binária que toma o valor 1 se o ponto i é mediana, e 0, caso contrário;

x_{ij} = variável binária que toma o valor 1 se um ponto j é atendido pela mediana i , 0 caso contrário;

p = número de medianas.

A função objetivo (14) do modelo busca minimizar a distância total entre os veículos definidos como medianas e os clientes por elas atendidos. A restrição (15) garante o atendimento de todos os clientes por no máximo uma facilidade. A definição do conjunto (16) garante que um cliente não será atribuído a um ponto que não seja mediana. A restrição (17) indica a quantidade de medianas a serem abertas. As restrições (18) e (19) representam os tipos de variáveis i e j (binárias).

Cabe ressaltar que, tanto os modelos de MLMC, quanto os modelos de p -centros e p -medianas, são problemas de localização e considerados como NP-Hard [Garey, Johnson 1979], sendo computacionalmente difícil de resolver com as formulações apresentadas, à medida que o tamanho das instâncias aumenta.

Como o objetivo deste artigo é apresentar uma idealização de problemas envolvendo a integração entre os modelos, e as considerações que podem ser extraídas dessa integração, utilizou-se uma heurística no sentido de resolver o problema de MLMC, para a partir de então, modelar e analisar os problemas pela ótica dos p -centros e p -medianas.

Portanto, espera-se que, resolvendo os modelos de forma segregada, individualmente ótimos, quando modelados de forma conjunta, os resultados sejam, em teoria, melhores, pois de forma segregada pode haver maneiras distintas de localizar um número mínimo de veículos (cobertura). Para cada uma, há uma maneira de alocar os veículos aos centros ou às medianas com o menor custo. A modelagem integrada entre MLMC-MPC/MPM segue como uma proposta, inclusive, para futuros trabalhos.

3. Descrição do Problema

Este artigo aborda uma problemática bastante comum no que diz respeito a distribuição de equipamentos, bases, máquinas, instalações, entre outros, em determinada área geográfica, a fim de maximizar a demanda atendida dentro dessa região.

No entanto, alinhado a esta temática, o artigo aborda também o problema de alocação de estações de apoio, de supervisão, de vistorias, entre outros fins, dentro da mesma área de distribuição anterior, a fim de monitorar ou apoiar estes objetivos distribuídos nessa área. Como exemplo, para uma fácil visualização, pode-se imaginar uma determinada área geográfica, onde se faz necessário a alocação de um determinado número de equipamentos de coletas de informações sensoriais, buscando maximizar a coleta nessa área. Em paralelo a isso, dentre esses prováveis pontos de alocação (cobertura), quais poderão ser escolhidos para serem considerados bases de apoio aos outros dentro de uma determinada área de abrangência, ou seja, a utilização dos modelos de *p-centros* ou *p-medianas*, dependendo de qual a necessidade do tomador de decisão.

Na primeira abordagem foi utilizado o MLMC, cujo objetivo foi a localização de n veículos, limitadas por um raio de cobertura, fazendo com que apenas os clientes dentro deste raio sejam atendidos. Nesta abordagem, o objetivo foi maximizar o atendimento das demandas dos clientes. Contudo, eventualmente algum cliente pode deixar de ser atendido por ficar fora do raio de atuação dos veículos escolhidos.

Na segunda abordagem, modelada a partir do resultado da primeira, foi utilizado o problema dos *p-centros*, cujo objetivo foi definir a localização de n veículos de forma a minimizar a máxima distância necessária para atender a toda demanda dos clientes, os quais agora passam a ser os pontos definidos na primeira abordagem.

A terceira abordagem é similar à segunda, ou seja, foi modelada, também, a partir do resultado da primeira. Foi utilizado o problema das *p-medianas*, cujo objetivo foi definir a localização de n veículos de forma a minimizar a soma total da distância a ser percorrida entre os veículos escolhidos (“medianas”) e os clientes (pontos definidos pela primeira abordagem). Tanto na segunda como na terceira abordagem, todos os clientes são atendidos.

4. Resultados e Discussões

A avaliação dos resultados foi realizada com o auxílio da linguagem *Python* e executados em computador equipado com processador Intel Core (TM) i5-1135G7, 2.42 GHz, 8 GB de memória RAM, rodando o *software Gurobi Optimizer 9.5.2*, sob o sistema operacional *Microsoft Windows 10* de 64 Bits.

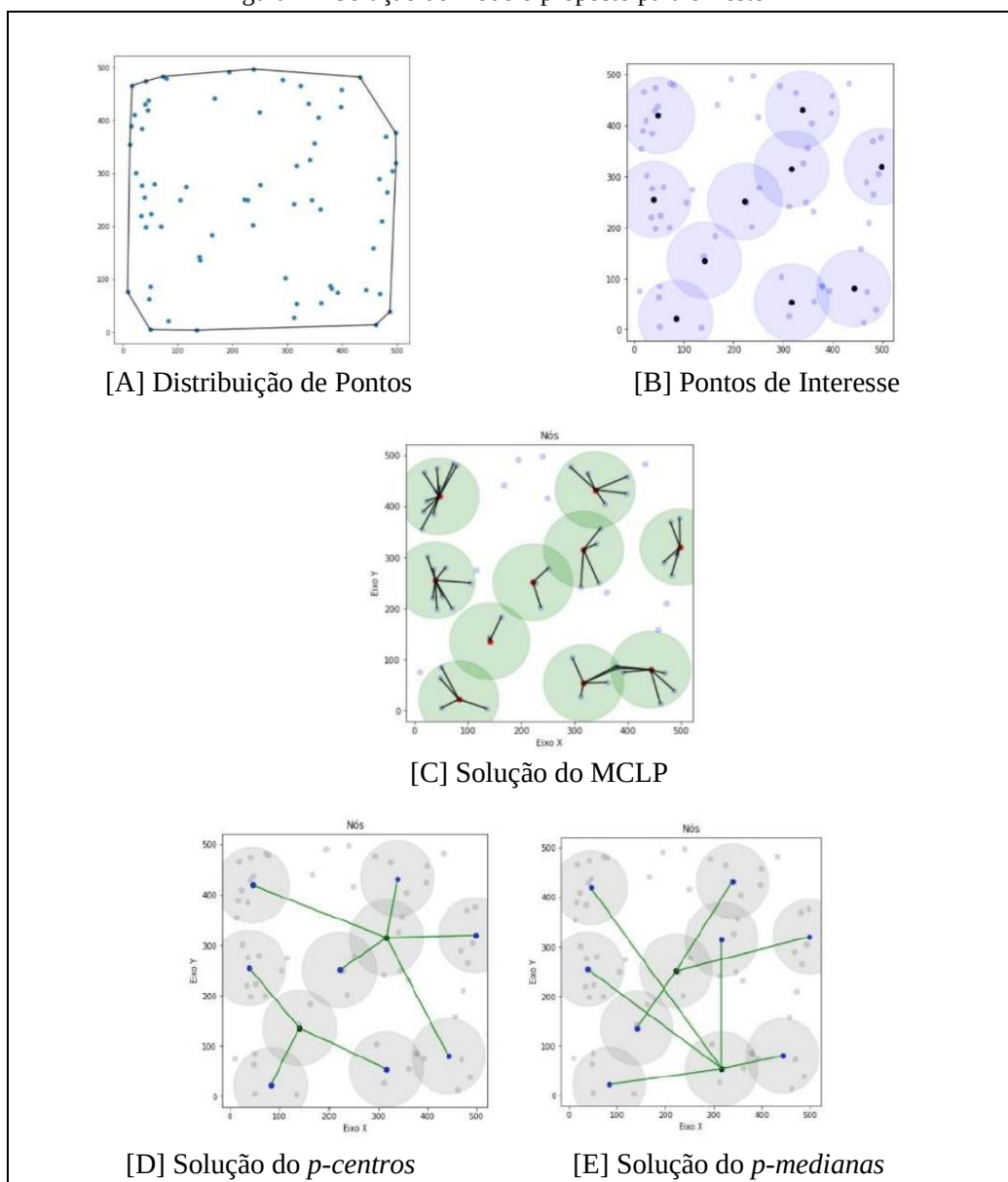
Os problemas testes foram gerados de acordo com os parâmetros apresentados na Tabela 1. Os conjuntos de nós, para ambos os modelos, foram gerados aleatoriamente, utilizando-se a função *random.randint* da biblioteca *numpy* do *Python*, com valores variando de 0 a 500. Considerou-se a demanda dos pontos como um número randômico, inteiro, num intervalo entre 1 e 30 unidades de demanda. Para a realização dos Testes 5 e 6, especificamente, a fim de verificar o comportamento dos modelos, extrapolou-se o intervalo de nós para números aleatórios no intervalo de 0 a 1000.

Tabela 1 – Parâmetros utilizados nos modelos e resultados obtidos

Teste	Pontos	Raio Cobertura	Pontos Cobertura	Centros/Mediana	Cobertura Demanda (%)	Cobertura Pontos (%)
1	70	50	10	2	62,87	54,29
2	70	75	10	2	90,12	85,71
3	100	50	10	3	56,96	51,00
4	100	75	10	3	87,90	82,00
5	1.000	75	20	5	51,94	47,90
6	1.000	100	20	5	74,29	71,00

Apresenta-se, na Figura 2, a visualização da solução do modelo proposto para o teste 2, cuja otimização apresentou o melhor resultado dentre os seis testes executados.

Figura 2 – Solução do modelo proposto para o Teste 2



5. Considerações Finais

O presente artigo apresentou, de forma elucidativa, o problema da localização de pontos e posições geográficas, através de uma primeira abordagem sob a ótica do MCLP (visando maximizar a cobertura da área), e nas outras duas abordagens, ambas provenientes a partir do resultado da primeira. Com os modelos clássicos dos métodos *p-centros* e *p-medianas*, as soluções foram desenvolvidas com o auxílio computacional da ferramenta *Python*, com suporte do solver *Gurobi* na otimização dos modelos. Cabe ressaltar que o modelo desenvolvido foi totalmente flexível e adaptável para a necessidade da tomada de decisão.

O modelo apresentado, como mencionado, por se tratar de um modelo ilustrativo com foco em um melhor entendimento dos modelos propostos, não buscou solucioná-lo de forma única, o que deixa margem para soluções ótimas a serem abordadas em estudos futuros.

Por fim, a otimização foi obtida por meio do teste 2, que apresentou 90,12% de área coberta e 85,71% dos pontos cobertos.

Referências

Arenales, M; Armentano, V A; Morabito, R; Yanasse, H. (2007). Pesquisa Operacional, Rio de Janeiro: Campus/Elsevier. 523 p.

Church, R. e ReVelle, C. (1974). Maximal Covering Location Problem, Papers of the Regional Science Association, 32, 101-118.

Daskin, M. S. (1995). Rede e localização discreta - modelos, algoritmos e aplicações, John Wiley & Sons, Nova York.

Garey, M. R. e Johnson, D. S. (1979). Computers and intractability: a guide to the theory of NP – completeness, San Francisco: Freeman.

Hakimi, S. L. (1964). Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph, Operations Research, vol. 12, no. 3, pp. 450–459.

Jaiswal, N. K. (2012). Military operations research: quantitative decision making, Springer Science & Business Media.

Pizzolato, N. D e Silva, H. B (1997). The location of public schools: evaluation of Practical Experiences, International Transactions in Operational Research, v.4, n.1, p.13-22.