LVI SBPO SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL
DE 04 ATÉ 07 NOVEMBRO 2024
FORTALEZA | CEARÁ

Traveling Backpacker Problem with priorities: mono-objective and multi-objective formulations

Calvin Rodrigues da Costa
Instituto de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP)
Av. Cesare M. G. Lattes, 1201, Sao José dos Campos-SP, CEP: 12247-014, Brasil
calvin.r.costa@gmail.com

Mariá Cristina Vasconcelos Nascimento
Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA)
Praça Marechal Eduardo Gomes, Vila das Acácias, 50, São José dos Campos - SP, CEP: 12228-900, Brasil
mariah@ita.br

RESUMO

O *Traveling Backpacker Problem* (TBP) é um problema de otimização que busca encontrar a rota de custo mínimo para um mochileiro usando companhias aéreas de baixo custo. O mochileiro tem tempo de viagem limitado, duração específica de estadia em cada destino e custos variáveis de passagens aéreas. Há poucos estudos sobre o TBP, especialmente sobre métodos heurísticos e o equilíbrio entre custo e locais visitados. Esta tese de doutorado contribui propondo metaheurísticas para o TBP e novos cenários considerando orçamento limitado e classificação de destinos por preferência do viajante. Com base nesses cenários, o *Prize Collecting Traveling Backpacker Problem* (PCTBP) é apresentado em dois modelos, que fornecem diferentes padrões de rota em experimentos. O *Bi-objective* PCTBP (BO-PCTBP) é proposto para minimizar custos e maximizar a coleta de prêmios. Novas instâncias são propostas e experimentos utilizando a metaheurística NSGA-II mostraram uma fronteira de Pareto diversificada em testes com dados reais.

PALAVRAS CHAVE. Metaheurística. Problema do Mochileiro Viajante. Otimização Mono e Multiobjetivo.

MH – Metaheurísticas; PM – Programação Matemática; OC – Otimização Combinatória

ABSTRACT

The Traveling Backpacker Problem (TBP) is an optimization problem that seeks to find the minimum-cost route for a backpacker using low-cost airlines. The backpacker has limited travel time, specific durations of stay at each destination, and variable airfare costs. There are few studies on the TBP, especially regarding heuristic methods and the balance between cost and visited locations. This doctoral thesis contributes by proposing metaheuristics for the TBP and new scenarios considering a limited budget and classification of destinations according to traveler preference. Based on these scenarios, the Prize Collecting Traveling Backpacker Problem (PCTBP) is presented in two models, each providing different route patterns in experiments. The Bi-objective PCTBP (BO-PCTBP) is proposed to minimize costs and maximize prize collection. New instances are proposed, and experiments using the NSGA-II metaheuristic showed a diverse Pareto frontier in tests with real data.

KEYWORDS. Metaheuristic. Travelling Backpacker Problem. Mono/Multi-objective Optimization.

MH - Metaheuristics; MP - Mathematical Programming; CO - Combinatorial Optimization

https://proceedings.science/p/194154?lang=pt-br

1. Introdução

Nas últimas décadas, o transporte aéreo tem ganhado cada vez mais popularidade, especialmente no turismo[1][2]. Em comparação com o transporte terrestre, as tarifas aéreas apresentam características distintas. Enquanto as tarifas terrestres possuem preços fixos para rotas específicas, as tarifas aéreas são influenciadas por fatores como a temporada turística, a ocupação dos voos e a antecedência da compra. Essa volatilidade de preços foi a principal razão pela qual, no passado, a viagem terrestre era preferida, apesar de ser mais demorada, e também deu origem às companhias aéreas de baixo custo.

Com o surgimento das companhias aéreas de baixo custo, as viagens aéreas se tornaram uma opção prática e econômica, desde que haja um planejamento adequado. E é exatamente esse planejamento eficiente que será abordado nesta tese de doutorado. Recentemente, foi introduzido o *Traveling Backpacker Problem* (TBP) por Nakamura et al. [2017], que se trata de um problema de roteamento em que o viajante busca encontrar a rota aérea com o custo mínimo e com múltiplos destinos. Nesse problema, o usuário define os destinos desejados e o tempo de permanência em cada um deles. Além disso, é importante mencionar que os custos variáveis ao longo do tempo entre os destinos tornam esse problema diferente de trabalhos anteriores relacionados ao planejamento turístico, que se baseiam em formulações do *Orienteering Problem* [Tsiligirides, 1984].

Esta tese de doutorado explora programas inteiros para incluir novos aspectos e características no TBP. Inicialmente, pela escassez de métodos heurísticos aplicados ao problema, a *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP) de Feo e Resende [1995] e a metaheurística *Intelligent-Guided Adaptive Search* (IGAS) de Máximo e Nascimento [2018] foram utilizadas para comparação dos resultados com relação à implementação exata já presente na literatura. A fim de aproximar o TBP das limitações presentes no dia-a-dia, dois novos modelos são apresentados. Utilizando o CPLEX em casos de teste reais, foram observados conflitos que motivaram à proposta de um modelo bi-objetivo para o problema. Para este modelo utilizou-se o *Non-dominated Sorting Algorithm* (NSGA-II) de Deb et al. [2002] em conjunto com o CPLEX e os resultados obtidos forneceram fronteiras de Pareto diversificadas.

2. Publicações e Prêmios

1. "The priority-based traveling backpacker problem: Formulations and heuristics", **Expert Systems with Applications**, Elsevier, 2024, v. 238, pp. 121818, doi: 10.1016/j.eswa.2023.121818; (fator de impacto: 8.5)

2. "The Bi-objective Prize Collecting Traveling Backpacker Problem: formulation and matheuristics", aceito no periódico **International Journal of Machine Learning and Cybernetics**, Springer, 2024. (fator de impacto: 5.6).

3. "Intelligent-Guided Adaptive Search For The Traveling Backpacker Problem", **2021 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)**, Kraków, Poland, 2021, pp. 2362-2369, doi: 10.1109/CEC45853.2021.9504937 (Qualis A1 - Conferências);

4. "Improved Multilevel Algorithm to Detect Communities in Flight Networks", **Brazilian Conference on Intelligent Systems (BRACIS)**, Springer, 2020, pp. 573-587, doi: 10.1007/978-3-030-61380-8_39; (Qualis A4 - Conferências)

[1] https://www.e-unwto.org/doi/pdf/10.18111/9789284419876
[2] https://data.worldbank.org/indicator/IS.AIR.PSGR?end=2019&name_desc=false&start=1970

https://proceedings.science/p/194154?lang=pt-br

5. "The Prize Collecting Traveling Backpacker Problem: Formulation and Penalty Parameter" foi um dos indicados pelo programa de pós-graduação e apresentou no **Encontro de Pesquisa e Pós-Graduação em Engenharia de Produção (EPPGEP)** 2022;

6. Tese indicada pelo PPG-PO como Tese Destaque do PPG, para concorrer ao Prêmio de Melhor Tese Defendida em 2023 ANPEPRO (evento ocorrerá em setembro de 2024).

Nas seções a seguir serão descritos brevemente os trabalhos desenvolvidos nesta Tese.

3. GRASP e IGAS aplicados ao TBP

Neste trabalho foram implementadas as metaheurísticas GRASP [Feo e Resende, 1995] e IGAS [Máximo e Nascimento, 2018] para testes heurísticos com o TBP já que a literatura possuía apenas os resultados exatos para este problema. Esses resultados foram publicados em [Costa e Nascimento, 2021].

3.1. Descrição dos Algoritmos

A IGAS é uma metaheurística baseada na GRASP, incluindo aprendizado. Neste texto, iremos descrever a IGAS e, a partir dela, a implementação da GRASP pode ser deduzida pela remoção das componentes de aprendizado, exclusivas da IGAS. Enquanto a GRASP possui apenas duas fases que são repetidas em iterações independentes, a IGAS possui uma fase adicional de aprendizado por uma rede do tipo *Self-Organizing Map*, tornando suas iterações não independentes.

A primeira fase da IGAS é a fase de construção, que, assim como na GRASP, é controlada por um parâmetro $\alpha \in [0, 1]$, o qual controla a aleatoriedade de um processo semi-guloso. A segunda fase é a de busca local, na qual tenta-se melhorar a solução obtida na primeira fase. A diferença na fase de construção entre as duas heurísticas reside no fato de que a IGAS considera a informação fornecida pela fase de aprendizado. Essa fase de aprendizado consiste em uma rede de mapa auto-organizável, conhecida como *Growing Neural Gas* (GNG) proposta por Fritzke [1994]. O Algoritmo 1 apresenta um pseudocódigo alto nível da IGAS.

Algorithm 1: INTELLIGENT-Guided Adaptive Search (IGAS)

Input: Dados da instância, α, max, η, parâmetros da GNG
Output: $melhor_solucao$

$melhor_valor \leftarrow \infty$;
$\bar{f}, \bar{b} \leftarrow 0$;
$w^{(vencedor)} \leftarrow$ INICIAGNG(parâmetros da GNG);
for $i \leftarrow 1$ ***to*** max **do**
  $sol \leftarrow$ fase de CONSTRUÇÃO $(\alpha, w^{(vencedor)}, Dados)$;
  $sol \leftarrow$ fase de BUSCA LOCAL $(sol, Dados)$;
  $\bar{f} \leftarrow \frac{\bar{f}+val(sol)}{i}$;
  $\bar{b} \leftarrow \bar{f} + \eta(melhor_valor - \bar{f})$;
  if $val(sol) \leq \bar{b}$ **then**
    $w^{(vencedor)} \leftarrow$ EXECUTA GNG (parâmetros da GNG, sol);
  end
  if $val(sol) < melhor_valor$ **then**
    $melhor_valor \leftarrow val(sol)$;
    $melhor_sol \leftarrow sol$;
  end
end

Neste algoritmo, são iniciadas as seguintes variáveis: $melhor_valor$, que indica o melhor valor de solução encontrado até o momento; $\bar{f}$, que armazena a média dos valores de solução obtidos até o presente momento no algoritmo; $\bar{b}$, um limite superior para a solução ser apresentada à rede GNG; e a rede GNG em si. O parâmetro η na linha 8 pondera a diferença entre o melhor valor de solução e a média dos valores de solução, e esse valor é somado à solução média para definir $\bar{b}$. Após a inicialização da rede GNG, o neurônio vencedor é armazenado na variável $w^{(vencedor)}$. As iterações do método ocorrem por um número máximo de iterações pré-definido.

Os experimentos computacionais realizados com os métodos heurísticos propostos são apresentados na seção a seguir.

3.2. Resultados

Foram instâncias reais fornecidas por Nakamura et al. [2017] que foram pré-processados para melhor tratar o problema de TBP. Diferentemente do estudo de Nakamura et al. [2017], onde apenas o bilhete de avião de menor custo por dia era considerado, este estudo considerou todos os voos do banco de dados. Foram realizadas análises das soluções obtidas pelos métodos IGAS e GRASP, comparando seu desempenho com a IGAS sem busca local e também apenas a fase de construção. Os métodos tiveram um limite de tempo de 3600 segundos para resolver as instâncias, e a diferença em relação à solução obtida pelo CPLEX v. 12.6.0 foi relatada. Os experimentos foram conduzidos em um servidor com processador Intel Xeon CPU E5-1620, 32GB de RAM e sistema operacional Ubuntu 14.04.5.

Cada algoritmo foi executado sete vezes por instância. Observamos que a IGAS obteve os melhores resultados nas instâncias com 6 e 8 cidades. Além disso, a IGAS demonstrou uma variabilidade menor, indicando um desempenho robusto para instâncias com 6 e 8 cidades. Em relação aos tempos de computação médios, o GRASP é mais rápido do que a IGAS na maioria das instâncias.

4. Modelos com Coleta de Prêmios

Como relatado anteriormente, nesta Tese, buscamos aproximar a representação do problema do mochileiro viajante à realidade. Para tanto, neste trabalho, o *Prize Collecting Traveling Backpacker Problem* (PCTBP) é proposto. Nele, assim como Balas [1989] propuseram para o problema do caixeiro viajante, prêmios são atribuídos aos lugares de acordo com as preferências do usuário para os destinos. Como consequência, não necessariamente todos os destinos serão visitados pelo viajante. Dois modelos matemáticos baseados na abordagem por prêmios são propostos e apresentados a seguir.

Este estudo foi publicado em [Costa e Nascimento, 2024b].

4.1. Modelos

Para os modelos considere $\mathcal{N}$ o conjunto de n destinos; $\mathcal{T}$ o conjunto de todos os períodos; f_{ij}^t o tempo de deslocamento de i para j iniciando no período t; e_i representa o tempo de estadia no destino i; s é o tempo de tolerância a atrasos; T é o número máximo de períodos; M é uma constante *Big-M*; c_{ij}^t é o custo de viajar do destino i para o destino j no período t; $g_{ij}^t = f_{ij}^t + e_j$; $\bar{g}_i = \min t \in \mathcal{T} g_{i0}^t$; γ_i é uma penalidade por não visitar o destino i; p_i é o prêmio por visitar o destino i; $p_{\min}$ é a quantidade mínima de prêmios a serem coletados; y_i é uma variável binária que indica se o destino i foi visitado; x_{ij}^t é uma variável binária que indica se houve deslocamento de i para j no período t; d_i representa o período de partida do local i.

Os modelos propostos possuem as seguintes Funções Objetivo (FO): FO (1) e FO (3). O modelo correspondente à FO (1) minimiza a soma dos custos da viagem somada ao total de penalidades relacionadas aos destinos não visitados. Este modelo também considera uma coleta mínima de prêmios. A FO (3) refere-se ao modelo em que se maximiza a coleta de prêmios, levando em consideração um orçamento limitado. Ambos os modelos compartilham as Restrições (5) às (13).

PCTBP-I	PCTBP-II
min $\sum_{i\in\mathcal{N}}\sum_{j\in\mathcal{N}}\sum_{t\in\mathcal{T}} c_{ij}^t x_{ij}^t + \sum_{i\in\mathcal{N}}\gamma_i(1-y_i)$ (1)	**max** $\sum_{i\in\mathcal{N}} p_i y_i$ (3)
$\sum_{i\in\mathcal{N}} y_i p_i \geq p_{min}$ (2)	$\sum_{i\in\mathcal{N}}\sum_{j\in\mathcal{N}}\sum_{t\in\mathcal{T}} c_{ij}^t x_{ij}^t \leq B$ (4)

$$\sum_{t\in\mathcal{T}}\sum_{\substack{j=2\\ j\neq i}}^{n} x_{ij}^t = y_i, i \in \mathcal{N}\backslash n \quad (5)$$

$$\sum_{t\in\mathcal{T}}\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n-1} x_{ij}^t = y_j, j \in \mathcal{N}\backslash 1 \quad (6)$$

$$\sum_{j\in\mathcal{N}}\sum_{t\in\mathcal{T}} t x_{ij}^t = d_i, i \in \mathcal{N} \quad (7)$$

$$d_j \geq d_i + g_{ij}^t - (1-x_{ij}^t)M, i,j \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T} \quad (8)$$

$$d_j \leq d_i + g_{ij}^t + s + (1-x_{ij}^t)T, i,j \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T} \quad (9)$$

$$d_i \leq (T-\bar{g}_i)y_i, i \in \mathcal{N} \quad (10)$$

$$y_1 = y_n = 1 \quad (11)$$

$$x_{ij}^t, y_i \in \{0,1\}, i,j \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T} \quad (12)$$

$$d_i \in \mathbb{N}, i \in \mathcal{N} \quad (13)$$

4.2. Resultados

Esta seção comenta brevemente os experimentos computacionais conduzidos utilizando o CPLEX v. 12.6.0 para analisar os modelos propostos. Foram utilizadas 300 instâncias adaptadas a partir das fornecidas por Nakamura et al. [2017]. As instâncias foram testadas com valores de p_{min} igual a 10 e 100. Além disso, foram considerados diferentes valores de γ_i nos testes: (i) $(1 + \frac{p_i}{\max_{j\in\mathcal{N}} p_j}) \times q_i$, em que q_i representa o primeiro quartil dos custos das passagens aéreas que chegam ao destino i; (ii) $(1 + \frac{p_i}{\max_{j\in\mathcal{N}} p_j}) \times med_i$, em que med_i é a mediana dos custos das passagens aéreas que chegam ao destino i. No experimento relacionado à restrição de orçamento, foram considerados valores de restrição correspondentes a 90%, 80%, 70% e 60% do valor da solução ótima considerando todos os destinos (valor da solução ótima do TBP).

Os experimentos foram conduzidos com o propósito de investigar o comportamento dos modelos PCTBP-I e PCTBP-II no controle das despesas de viagem, além de avaliar o impacto desse controle na satisfação do viajante. Os resultados indicaram que o PCTBP-I, ao adotar a abordagem do primeiro quartil para ajustar as penalidades, obteve, na maioria dos casos, o menor custo médio de passagens aéreas. Por outro lado, o PCTBP-II, que tem como objetivo maximizar a coleta de prêmios, mesmo diante das restrições orçamentárias, resultou em rotas com um maior número de cidades visitadas e maior acúmulo de prêmios, proporcionando, assim, uma maior satisfação ao usuário. A utilização desses dois modelos possibilitou a avaliação do impacto no planejamento de viagens ao considerar tanto os objetivos do usuário quanto às suas limitações. Adicionalmente, por meio desses experimentos, foi observado um claro conflito entre a minimização dos custos de viagem e a priorização das preferências do usuário, o que é discutido na seção a seguir.

5. Modelo Bi-objetivo para o PCTBP

Este estudo foi publicado em [Costa e Nascimento, 2024a].

Como registrado na Seção 4.2, o PCTBP apresenta um conflito entre a minimização de custos e a maximização da coleta de prêmios. Devido a isto, uma nova modelagem foi necessária com foco nestes objetivos conflitantes. Dado que a otimização multiobjetivo é uma área de pesquisa que surgiu da necessidade de resolver problemas práticos que envolvem conflitos nos objetivos, o modelo proposto para o PCTBP é o *bi-objective* PCTBP (BO-PCTBP). Este novo modelo mantém as Restrições (5) até (13), porém, consideram simultaneamente as FOs (1) (considerando todos os γ_i's nulos) e (3).

Duas matheurísticas baseadas no NSGA-II para a solução do BO-PCTB foram propostas. Estas duas matheurísticas diferem-se na representação dos indivíduos e suas respectivas fases de

https://proceedings.science/p/194154?lang=pt-br

cruzamento e mutação. Além disso, novas instâncias são propostas com base nos dados de voos reais fornecidos por Kiwi [2023].

As matheurísticas podem ser representadas de forma geral como no Algoritmo 2. A ele são passados os dados do problema ($dados$), o tamanho da população (pop_{dim}), o tamanho do gene (gen_{dim}), o número de iterações (n_{ger}), a probabilidade de mutação (m_{prob}) e a probabilidade de cruzamento (c_{prob}). O produto final é a população resultante de todas as iterações realizadas (P_{atual}), que é um conjunto não dominado.

Algorithm 2: MATHEURÍTICA NSGA-II

Input: $dados$, pop_{dim}, gen_{dim}, n_{ger}, m_{prob}, c_{prob}
Output: P_{atual}

$P_{atual} \leftarrow$ GEN_RAND_POP(pop_{dim}, gen_{dim});
$P_{atual} \leftarrow$ GERA_SOLUÇÕES($P_{atual}, data$);
$P_{atual} \leftarrow$ CLASSIFICA_POPULAÇÃO(P_{atual}, pop_{size});
while n_{ger} *não foi atingido* **do**
  $P_{nova} \leftarrow$ SELEÇÃO(P_{atual}, c_{prob});
  $P_{nova} \leftarrow$ MUTAÇÃO($P_{nova}, m_{prob}, gen_{dim}$);
  $P_{nova} \leftarrow$ GERA_SOLUÇÕES($P_{nova}, data$);
  $P_{união} \leftarrow$ UNE_POPULAÇÕES(P_{atual}, P_{nova});
  $P_{atual} \leftarrow$ CLASSIFICA_POPULAÇÃO($P_{união}, pop_{dim}$);
end

Os indivíduos são representados como nas Figuras 1 e 2. A primeira representação é inspirada no *Random Key Genetic Algorithm* (RKGA) de Bean [1993] e a segunda trata-se da representação sequencial das localidades a serem visitadas.

Random Keys	1	0.4	-0.1	0.5	0.6	-0.9	-0.8	0.1	0.2	0.3	0
Destinations	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1

Figura 1: Exemplo de um indivíduo baseado em chaves aleatórias.

Destinations	1	8	9	10	2	4	5	1	3	6	7

Figura 2: Exemplo de um indivíduo codificado de acordo com a representação baseada em sequência.

Para ambas as representações, os indivíduos possuem $(n + 1)$ genes. A representação mostrada na Figura 1 consiste em ter os genes correspondendo às localidades a serem visitadas, sendo que o $(n + 1)$-ésimo gene representa o destino final, que é coincidente com a origem da rota. Excluindo-se o primeiro e o $(n + 1)$-ésimo genes, que possuem os valores fixos 1 e 0, respectivamente, os demais genes recebem valores aleatórios nos intervalos $[-1, 0[$ e $]0, 1[$. Valores negativos indicam as localidades que não devem ser visitadas.

Em relação à representação ilustrada na Figura 2, cada gene recebe um índice correspondente a uma localidade. O primeiro gene sempre recebe o índice 1, que está relacionado à origem, e todas as localidades cujos índices são alocados antes do próximo gene com o índice 1 são incluídas na rota. O método caracteriza-se como matheurística por realizar a construção da solução a partir do indivíduo por meio da solução encontrada pelo CPLEX.

5.1. Resultados

Os experimentos realizados com o NSGA-II introduzido foram conduzidos no mesmo servidor descrito nas seções de resultados anteriores e também foi utilizado o *solver* CPLEX v.12.6.0. Para comparação entre as duas implementações apresentadas foram utilizadas as métricas *Spacing* (S) e *Hypervolume* (HV) [Zitzler, 1999].

https://proceedings.science/p/194154?lang=pt-br

Foram utilizadas nos experimentos as mesmas instâncias descritas na Seção 4.2, juntamente com novas instâncias geradas a partir dos dados fornecidos pela empresa Kiwi [2023]. A Figura 3 apresenta uma análise comparativa das medianas do *Spacing* e *Hypervolume* para as instâncias descritas na Seção 4.2. Podemos observar que as implementações apresentam comportamentos similares para a métrica S, enquanto a proposta baseada em sequência se destaca no que diz respeito à métrica HV. Em acréscimo, vale ressaltar que a implementação baseada em sequência apresentou melhor tempo computacional.

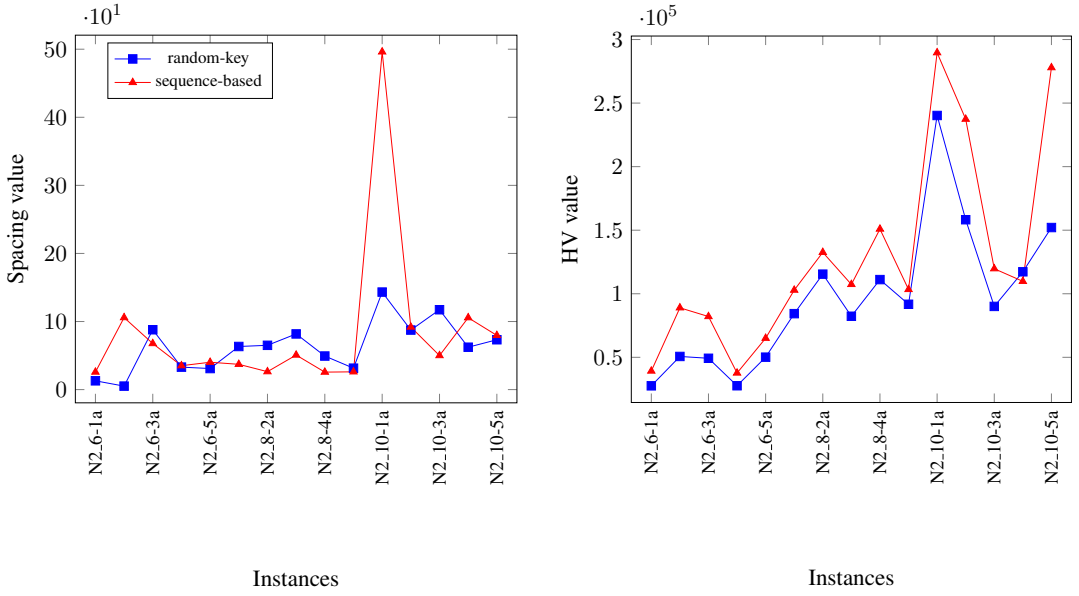


Figura 3: Spacing e HV medianos do NSGA-II.

Com relação às novas instâncias, foram realizados testes utilizando o algoritmo NSGA-II com indivíduos baseados em sequência para avaliação. Essas instâncias consistem em um conjunto de voos, variando de um mínimo de 7568 voos a um máximo de 92753 voos. Esses voos estão distribuídos em 3 grupos, sendo cada grupo composto por 5 instâncias. O primeiro grupo possui instâncias de 6 cidades, o segundo grupo possui instâncias de 8 cidades e o terceiro grupo possui instâncias de 10 cidades. Os testes indicaram boas opções de rotas fornecidas pelo NSGA-II, com uma diversidade desejada ao propor rotas alternativas para o viajante.

6. Considerações Finais

Esta tese de doutorado investigou o *Traveling Backpacker Problem* (TBP) e propôs abordagens para aprimorar sua resolução. Inicialmente, foi introduzida uma heurística para o TBP tradicional, seguida pela refinamento das instâncias da literatura, removendo voos que não permitiam o retorno à origem. No estudo, verificou-se a necessidade de adaptar o modelo para atender às expectativas dos viajantes, considerando a possibilidade de não visitar certos locais para reduzir os custos de viagem. Para abordar essa questão, foi investigada uma ramificação de problemas de roteamento derivados do *Prize Collecting Traveling Salesman Problem* (PCTSP). Dois modelos mono-objetivo foram propostos, um no qual o viajante oferece como entrada um orçamento máximo de passagens, maximizando a coleta de prêmio nos lugares visitados, e outro que visa a minimização de custos e penaliza a não visitação de destinos.

Para uma melhor investigação do conflito entre prêmios e custos, um PCTBP multiobjetivo foi definido. Além disso, foram criadas novas instâncias para avaliação, com dados atualizados de voos mais recentes. As fronteiras de Pareto aproximadas permitiram uma boa diversidade de

rotas, dando ao viajante opções de soluções que possam atender suas expectativas de planejamento, auxiliando-a na tomada de decisão.

Agradecimentos

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), código de financiamento 001, pelo apoio financeiro. Os autores também agradecem o suporte financeiro do CNPq (403735/2021-1, 309385/2021-0) e FAPESP (2022/05803-3); e ao Centro de Ciências Matemáticas Aplicadas à Indústria (CeMEAI), financiados pela FAPESP (proc. 2013/07375-0).

Referências

Balas, E. (1989). The prize collecting traveling salesman problem. *Networks*, 19(6):621–636.

Bean, J. C. (1993). Genetics and random keys for sequencing and optimization. Technical report.

Costa, C. R. e Nascimento, M. C. V. (2021). Intelligent-guided adaptive search for the traveling backpacker problem. In *2021 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, p. 2362–2369. IEEE.

Costa, C. R. e Nascimento, M. C. V. (2024a). The bi-objective prize collecting traveling backpacker problem for planning flight itineraries. *aceito no International Journal of Machine Learning and Cybernetics*.

Costa, C. R. e Nascimento, M. C. V. (2024b). The priority-based traveling backpacker problem: Formulations and heuristics. *Expert Systems with Applications*, 238:121818.

Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., e Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, 6(2):182–197.

Feo, T. A. e Resende, M. G. (1995). Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization*, 6(2):109–133.

Fritzke, B. (1994). A growing neural gas network learns topologies. *Advances in neural information processing systems*, 7.

Kiwi (2023). URL `https://www.kiwi.com/en/cheap-flights/`.

Máximo, V. R. e Nascimento, M. C. (2018). Intensification, learning and diversification in a hybrid metaheuristic: an efficient unification. *Journal of Heuristics*, p. 1–26.

Nakamura, K. Y., Coelho, L. C., Renaud, J., e Nascimento, M. C. V. (2017). The traveling backpacker problem: a computational comparison of two formulations. *Journal of the Operational Research Society*. ISSN 1476-9360.

Tautenhain, C. P., Costa, C. R., e Nascimento, M. C. V. (2020). Improved multilevel algorithm to detect communities in flight networks. In *Brazilian Conference on Intelligent Systems*, p. 573–587. Springer.

Tsiligirides, T. (1984). Heuristic methods applied to orienteering. *The Journal of the Operational Research Society*, 35(9):797–809. ISSN 01605682, 14769360.

Zitzler, E. (1999). *Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: Methods and applications*, volume 63. Shaker Ithaca.

https://proceedings.science/p/194154?lang=pt-br