

EQUIDADE NA TOMADA DE DECISÃO: UMA NOVA PERSPECTIVA EM DECISÃO MULTICRITÉRIO COM O USO DO MÉTODO AHP-EQUITATIVO

José Robério de Castro Ferreira

Universidade Federal do Ceará

Programa de Pós-Graduação em Modelagem e Métodos Quantitativos, Campus do Pici,
Fortaleza/CE
jr.ferreira@alu.ufc.br

Leandro Chaves Rêgo

Universidade Federal do Ceará

Departamento de Estatística e Matemática Aplicada, Campus do Pici, Fortaleza/CE
Universidade Federal de Pernambuco
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Recife/PE

RESUMO

Este artigo tem como objetivo estabelecer uma nova proposta metodológica com ênfase na equidade frente à tomada de decisão, denominada Método AHP-Equitativo. A ideia por trás do método é dar maior peso aos critérios que tenham características de favorecer a equidade com base nas assimetrias e variabilidades acima e abaixo da mediana das pontuações das alternativas nos critérios. Para isso, foi posto em prática a viabilidade desse método em uma problemática de ordenação para apoiar decisões quanto à priorização de entes federativos no recebimento de recursos financeiros destinados à educação. O resultado obtido apresentou uma boa performance visto que evidenciou critérios que apresentavam maiores discrepâncias nos desempenhos dos estados, além de trazer resultados no ranking bem condizentes com a realidade.

PALAVRAS CHAVE. Método AHP, Problemática de Ordenação, Assimetria.

(Apoio à Decisão Multicritério, Pesquisa Operacional, Educação)

ABSTRACT

This article aims to establish a new methodological proposal with emphasis on equity over decision-making, called AHP-Equitable Method. The idea behind the method is to give greater weight to criteria that have characteristics that favor equity based on asymmetries and variability above and below the median of the scores of the alternatives in the criteria. For this, the feasibility of this method was put into practice in a ranking problem to support decisions on the priority of federative entities in receiving financial resources intended for education. The result obtained showed a good performance since it highlighted criteria that presented greater discrepancies in the performance of the states, in addition to bringing results in the ranking well in line with reality.

KEYWORDS. AHP Method. Ranking Problem. Assymetry.

(Multicriteria Decision Aid, Operations Research, Education)

1. Introdução

A tomada de decisão multicritério consiste em um processo cognitivo de escolha entre duas ou mais alternativas, levando em consideração a influência de vários critérios envolvidos e o atendimento de múltiplos objetivos desejados. Esse processo de escolha, na maioria das vezes, se torna complexo seja por motivo de conflito de opiniões entre decisores, existência de incertezas, pressão do tempo, recursos disponíveis e até mesmo devido a vieses emocionais, o que de certa forma acaba transformando toda essa complexidade em uma problemática que pode resultar em consequências de decisão com impactos adversos.

Nessa esteira, como solução para essa problemática de decisão, existe uma área do conhecimento na pesquisa operacional denominada por Apoio Multicritério à Decisão com uma abordagem envolvendo métodos matemáticos que, aplicados em modelos de decisão, propiciam resultados consistentes para dar suporte à problemática. Um modelo de decisão corresponde a uma representação formal e simplificada do problema [De Almeida, 2013], com vistas a estruturar adequadamente avaliações e atribuições de valor, com suporte dos chamados métodos multicritério de apoio à decisão (Métodos MCDA).

Nas comunidades científica e acadêmica atuantes na área de Apoio Multicritério à Decisão, tem-se notado a existência de vários métodos MCDA nas mais diversas aplicações tais como em problemáticas de seleção, ordenação e classificação, o que reflete em um cenário positivo do ponto de vista da contribuição da ciência no desenvolvimento social e organizacional. Um levantamento estatístico feito em relação à aplicação desses métodos em artigos científicos, referente ao período de 1995-2016, destaca o método AHP (*Analytic Hierarchy Process*) como o método mais usado, em comparação com os demais, apresentando uma representatividade em cerca de 33% das aplicações [De Oliveira e Salomon, 2017], resultado este que o torna um método de bastante interesse para fins de aplicação devido à sua fácil compreensão e implementação.

O método AHP, criado em meados da década de 1970 por Thomas L. Saaty [Saaty, 1987], estrutura o modelo de decisão através da distribuição dos critérios e alternativas em um formato de hierarquia conforme a realidade refletida na problemática, tendo como solução viável a alternativa de melhor desempenho global resultante da soma ponderada dos desempenhos nos critérios. Um método desenvolvido recentemente oriundo dos fundamentos desse método AHP tradicional, denominado AHP-Gaussiano [Santos et al., 2021], traz uma abordagem metodológica otimizada para obtenção do nível de importância dos critérios a partir do nível de variabilidade entre os dados nos próprios critérios, o que dispensa a necessidade da elicitación de preferências por parte do decisor e, consequentemente, resulta em ganhos de escalabilidade em relação à execução do método.

Este trabalho tem por objetivo estabelecer uma nova proposta metodológica de Apoio Multicritério à Decisão, baseada nos fundamentos dos métodos AHP tradicional e AHP-Gaussiano, trazendo como abordagem diferencial a obtenção do nível de importância dos critérios a partir de características de equidade dos critérios, bem como do nível de assimetria e variabilidade acima e abaixo da mediana entre os dados nos próprios critérios, o que denominamos por Método AHP-Equitativo. A ideia dessa proposta é aplicá-la no contexto educacional, visando estabelecer equidade no resultado global da problemática de decisão a partir da priorização de critérios que reflitam desempenhos de alternativas bem divergentes em torno da razoabilidade.

O restante deste artigo está estruturado da seguinte forma. Na Seção 2, apresentamos uma breve apresentação da revisão bibliográfica que fundamenta a proposta metodológica. Na Seção 3, está descrita a proposta metodológica (Método AHP-Equitativo) desenvolvida na pesquisa. A aplicação do Método AHP-Equitativo no contexto educacional e seus respectivos resultados são apresentados na Seção 4. Finalmente, na Seção 5, apresentamos conclusões e direcionamentos para trabalhos futuros.

2. Revisão da Literatura

2.1. Método AHP

O método AHP é um método de apoio à decisão multicritério que apresenta uma abordagem para a modelagem de problemas baseada em uma estrutura hierárquica cuja a ideia está em avaliar alternativas/critérios a partir de comparações paritárias com o intuito de se obter pontuações globais que indiquem prioridades de escolha, dando suporte, portanto, na tratativa de decisões [Saaty e Vargas, 2012]. A implementação do método AHP segue um fluxo de etapas (Figura 1), conforme descritas adiante:

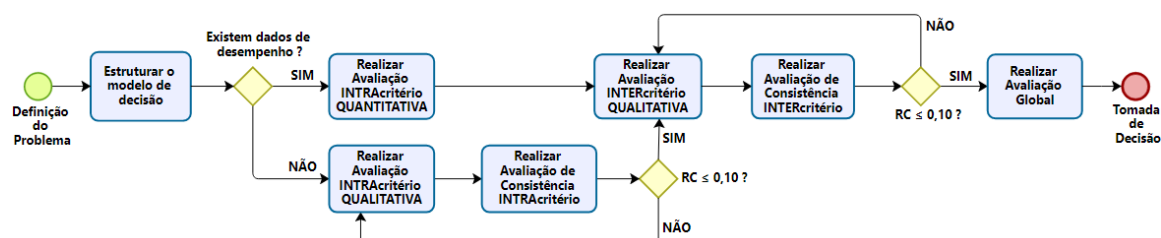


Figura 1: Fluxo de etapas do Método AHP (Fonte: Autores [2024])

Etapa 1. Definição e Estruturação do Modelo de Decisão: o problema de decisão é apresentado e seu objetivo de solução é estabelecido, bem como os critérios, alternativas e atores do processo decisório são definidos.

Etapa 2. Avaliação Intracritério: esta avaliação consiste na realização de comparações entre as alternativas dentro de cada critério de forma a se obter funções valor relacionadas aos desempenhos das alternativas, podendo ser estruturadas em um quadro comparativo [De Almeida, 2013]. Esse quadro comparativo é representado através de uma matriz (Matriz de Decisão) onde suas linhas e colunas correspondem às n alternativas e aos m critérios respectivamente, isto é:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

Na avaliação intracritério, existem dois cenários de avaliação: (i) avaliação quantitativa: onde os desempenhos das alternativas (a_{ij}) já são dados existentes, advindos de fontes externas ao modelo de decisão; (ii) avaliação qualitativa: onde não existem previamente os dados referentes aos desempenhos das alternativas, de modo que se torna necessário aplicar uma abordagem de julgamento de valor pelo decisor, usando-se a escala de Saaty (Figura 2), para a obtenção dos desempenhos e posterior construção da matriz de decisão.

No caso (i), os critérios presentes na matriz de decisão devem seguir o mesmo objetivo da problemática, devendo, portanto, todos convergirem para a maximização ou a minimização dos desempenhos. Nesse sentido, com a presença de critérios com monotonicidades distintas, a seguinte conversão para os elementos da matriz deve ser feita:

$$a'_{ij} = \begin{cases} a_{ij}, & \text{quando o } j\text{-ésimo critério for monotônico crescente} \\ \frac{1}{a_{ij}}, & \text{quando o } j\text{-ésimo critério for monotônico decrescente.} \end{cases}$$

Nas avaliações quantitativas, os critérios geralmente apresentam unidades de medida distintas, sendo, portanto, necessário realizar um procedimento de normalização para os valores das

matrizes, isto é, $a_{ij}^* = \frac{a'_{ij}}{\sum_{i=1}^n a'_{ij}}$, de modo que a_{ij}^* reflete o desempenho normalizado da alternativa i no critério quantitativo j . Seja A_j^* um vetor de prioridades locais das alternativas referentes ao j -ésimo critério, com i -ésimo elemento igual a a_{ij}^* .

Intensidade de Importância	Definição	Explicação
1	Mesma Importância	As duas atividades contribuem igualmente para o objetivo.
3	Importância pequena de uma sobre a outra	A experiência e o julgamento favorecem levemente uma atividade em relação a outra.
5	Importância grande ou essencial	A experiência e o julgamento favorecem fortemente uma atividade em relação a outra.
7	Importância muito grande ou demonstrada	Uma atividade é muito fortemente favorecida em relação a outra; sua dominação de importância é demonstrada na prática.
9	Importância absoluta	A evidência favorece uma atividade em relação a outra com o mais alto grau de certeza.
2, 4, 6, 8	Valores intermediários entre os valores adjacentes	Quando se procura uma condição de compromisso entre duas definições.

Figura 2: Escala Fundamental de Saaty para comparações paritárias (Fonte: Briozzo e Musetti [2015])

Para cada critério k de avaliação qualitativa, seja b_{ijk} um valor da escala de Saaty que representa o quanto a alternativa i é preferível a alternativa j de acordo com critério k . Para cada critério, o número de comparações paritárias representa $n(n-1)/2$ julgamentos, onde n é o número de alternativas. Conforme Saaty e Vargas [2012], para todo critério de avaliação qualitativa k , as propriedades de indiferença ($b_{ijk} = 1$, para $i = j$) e de reciprocidade ($b_{ijk} = 1/b_{jik}$) devem ser asseguradas nas matrizes de julgamentos.

Assim como nas avaliações quantitativas, nas qualitativas os valores de julgamentos da escala de Saaty também devem ser normalizados, isto é, $b'_{ijk} = \frac{b_{ijk}}{\sum_{i=1}^n b_{ijk}}$. Especificamente, na avaliação qualitativa, após a normalização, deve-se transformar essas matrizes em vetores de prioridades locais A_k^* , onde k diz respeito ao k -ésimo critério, a partir do cômputo da média por linha, isto é, $a_{ik}^* = \frac{\sum_{j=1}^n b'_{ijk}}{n}$. Essa transformação tem como objetivo criar um conjunto de vetores que reflitam os desempenhos julgados para as alternativas em cada critério, visando agregá-los com o desempenho das alternativas nos critérios de avaliação quantitativa para então construir a matriz de decisão do modelo (Figura 3).

Etapa 3. Avaliação Intercritério Qualitativa: esta avaliação consiste na realização de comparações entre as alternativas, considerando a combinação dos diferentes critérios, de forma a se obter *scores* (pontuações locais) para as alternativas [De Almeida, 2013]. Para isso, é necessário que os critérios sejam agregados com seus respectivos valores, sendo estes estruturados a partir de um vetor de pesos decorrente de uma matriz de julgamentos.

A matriz de julgamentos é construída por avaliação qualitativa através de julgamentos do decisor via Escala de Saaty (Figura 2), seguindo a mesma abordagem da avaliação intracritério qualitativa. Após a elicitación de preferências, esta matriz é submetida a operações de normalização e média por linha, de modo a se obter o vetor de pesos dos critérios, isto é: $W^T = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_m]$, em que W^T representa o transposto do vetor de pesos W .

Etapa 4. Avaliação da Consistência dos Julgamentos: esta avaliação consiste em analisar a coerência dos julgamentos feitos pelo decisor (avaliação intercritério e avaliação intracritério

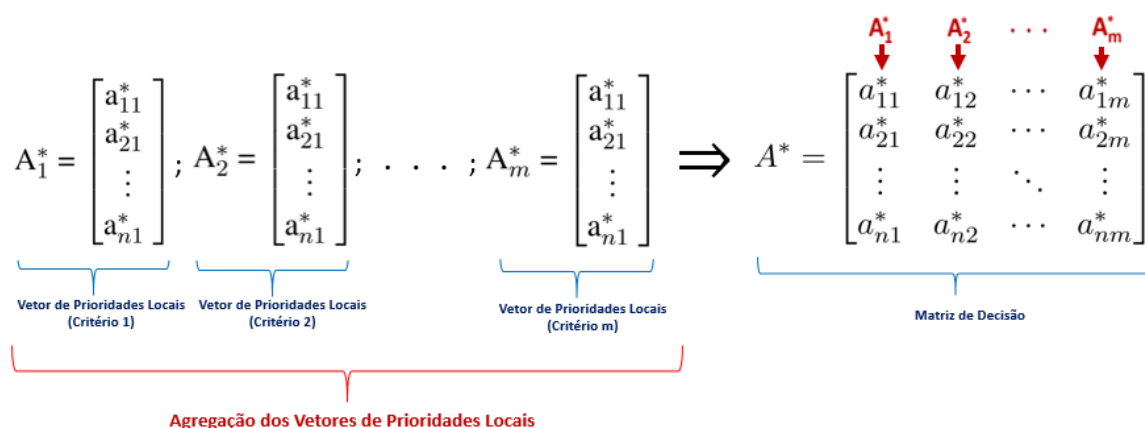


Figura 3: Agregação dos vetores para a construção da matriz de decisão (Fonte: Autores [2024])

qualitativa) com o intuito de viabilizar o prosseguimento de execução do método. A análise é feita mediante o cômputo da Razão de Consistência (RC) dado por $RC = \frac{IC}{IR}$, onde $IC = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$ e $\lambda_{\max} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{[A^* \cdot W]_i}{W_i}$.

O Índice Randômico (IR) é um valor tabelado (Figura 4) e varia conforme a ordem da matriz de julgamentos [Saaty, 1994]. Estes valores de IR se referem à média dos valores de IC obtidos a partir de simulações feitas por Saaty para cada ordem de matriz (n).

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Random Consistency Index (R.I.)	0	0	0.52	0.89	1.11	1.25	1.35	1.40	1.45	1.49

Figura 4: Tabela de Índices Randômicos (Fonte: Saaty [1994])

Conforme Saaty [2013], a consistência dos julgamentos é atendida quando $RC \leq 0,10$, objetivando evitar que os resultados finais do modelo de decisão sejam distorcidos por algum motivo referente ao subjetivismo do decisor. Caso o contrário ocorra, isto é, um valor de RC que ultrapasse o limite estabelecido, então, em geral, uma reavaliação pelo decisor sobre os julgamentos feitos anteriormente torna-se necessária para fins de ajustes.

Etapa 5. Avaliação Global das Alternativas: esta avaliação consiste em estabelecer o cômputo do desempenho global de cada alternativa, através da soma de seus desempenhos ponderados pelo peso de cada critério. O resultado é um vetor G (denominado por vetor de prioridades globais) resultante da multiplicação entre a matriz de decisão (A^*) e o vetor de pesos dos critérios (W) construídos nas avaliações intracritério e intercritério, respectivamente.

$$G = A^* \times W = \begin{bmatrix} a_{11}^* & a_{12}^* & \cdots & a_{1m}^* \\ a_{21}^* & a_{22}^* & \cdots & a_{2m}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}^* & a_{n2}^* & \cdots & a_{nm}^* \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_m \end{bmatrix}$$

Por fim, através da análise dos dados deste vetor G, tem-se informações suficientes a respeito das pontuações das alternativas, e, portanto, o método finaliza o modelo fornecendo tais informações como suporte para a tomada de decisão de acordo com o tipo de problemática.

2.2. Método AHP-Gaussiano

O método AHP-Gaussiano é uma abordagem modificada do método AHP tradicional que traz como proposta diferencial uma maneira distinta de se obter o nível de importância dos critérios a partir da variabilidade dos dados [Santos et al., 2021]. No caso, os critérios são avaliados de acordo com o nível de variabilidade relativa entre os desempenhos das alternativas em cada critério. Formalmente, temos para cada critério k um parâmetro denominado Fator Gaussiano (FG_k) que leva em consideração a razão entre o desvio padrão ($\sigma(a_{\cdot k}^*)$) e a média ($\bar{a}_{\cdot k}^*$) dos dados, isto é, $FG_k = \frac{\sigma(a_{\cdot k}^*)}{\bar{a}_{\cdot k}^*}$, onde $\bar{a}_{\cdot k}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_{ik}^*$ e $\sigma(a_{\cdot k}^*) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (a_{ik}^* - \bar{a}_{\cdot k}^*)^2}$.

Para cada critério k , o vetor de pesos dos subcritérios que estão diretamente ligados abaixo do critério k na estrutura hierárquica, W_k^G , é construído a partir da agregação dos fatores gaussianos normalizados ($FG_{k_j}^*$) dos subcritérios, isto é:

$$W_k^G = \begin{bmatrix} FG_{k_1}^* \\ FG_{k_2}^* \\ \vdots \\ FG_{k_l}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} FG_{k_1} / (FG_{k_1} + FG_{k_2} + \cdots + FG_{k_l}) \\ FG_{k_2} / (FG_{k_1} + FG_{k_2} + \cdots + FG_{k_l}) \\ \vdots \\ FG_{k_l} / (FG_{k_1} + FG_{k_2} + \cdots + FG_{k_l}) \end{bmatrix}$$

Em relação ao fluxo das etapas do método AHP-Gaussiano (Figura 5), sua abordagem estatística acaba tornando desnecessária a participação de quaisquer julgamentos de valor pelo decisor, o que por consequência tornam as etapas de avaliação intracritério qualitativa e análise de consistência como inexistentes para o método. Nessa esteira, deve-se destacar que o método tem aplicabilidade exclusivamente diante de um cenário de avaliações intracritério e intercritério quantitativas (uso de dados existentes como entradas cardinais), o que resulta em ganhos de escalabilidade, tempo de execução, bem como evita quaisquer possibilidades de inconsistência nos resultados por motivo de elicitación de preferências.

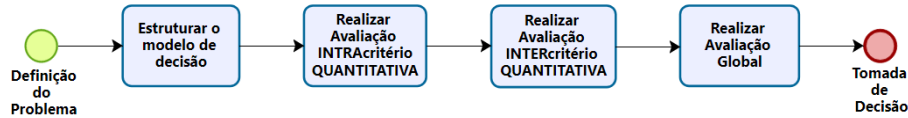


Figura 5: Fluxo de etapas do Método AHP-Gaussiano (Fonte: Autores [2024])

3. Método AHP-Equitativo

O método AHP-Equitativo idealizado no presente artigo traz uma outra proposta de modificação do método AHP, seguindo uma abordagem estatística para a mensuração dos pesos dos critérios (similar ao que se verifica no método AHP-Gaussiano) baseada tanto na variabilidade como na assimetria dos dados. No caso, o método tem aplicabilidade em problemáticas de escolha ou ordenação cujos critérios possam ser categorizados em função de dois objetivos: critérios que objetivam a equidade entre as alternativas (CEQ) e critérios que objetivam a manutenção da excelência nos desempenhos (CME).

A assimetria dos dados no critério k é mensurada com base no Coeficiente de Pearson ($cp_k = 3 \left(\frac{\bar{a}_{\cdot k}^* - \widetilde{a}_{\cdot k}^*}{\sigma(a_{\cdot k}^*)} \right)$), em que $\widetilde{a}_{\cdot k}^*$ representa a mediana dos valores de desempenho das alternativas no critério k . Por outro lado, a variabilidade dos dados no critério k é mensurada com base nos semi-desvios absolutos medianos positivo (δ_k^+) e negativo (δ_k^-), isto é:

$$\delta_k^+ = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \max\{a_{ik}^* - \widetilde{a}_{\cdot k}^*, 0\} \quad \text{e} \quad \delta_k^- = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \max\{\widetilde{a}_{\cdot k}^* - a_{ik}^*, 0\}.$$

Assim sendo, o objetivo do método AHP-Equitativo está em atribuir maior importância a critérios que reflitam os maiores níveis de criticidade enfrentados pelas alternativas com o intuito de favorecê-las no cômputo da avaliação global e, conseqüentemente, fomentar a equidade na tomada de decisão. Para isso, o peso do critério k é estabelecido por uma métrica estatística que leva em consideração a razão entre o semi-desvio absoluto mediano (δ_k) e a mediana ($\tilde{a}_{\cdot k}^*$) dos dados no critério k , em que denominamos por Fator Equitativo (FE_k), isto é:

$$FE_k = \frac{\delta_k}{\tilde{a}_{\cdot k}^*},$$

em que:

$$\delta_k = \begin{cases} \delta_k^+, & \text{para CEQ com } cp_k > 0 \text{ ou CME com } cp_k < 0 \\ \delta_k^-, & \text{para CEQ com } cp_k < 0 \text{ ou CME com } cp_k > 0. \end{cases} \quad (1)$$

A proposta metodológica praticamente segue o mesmo fluxo de etapas de execução observado no método AHP-Gaussiano (Figura 5), ou seja, sua aplicabilidade tem atuação exclusivamente em um cenário de avaliações intracritério e intercritério quantitativas e, portanto, não se torna necessário quaisquer julgamentos de valor por parte do tomador da decisão. Para cada critério k , o vetor de pesos dos subcritérios que estão diretamente ligados abaixo do critério k na estrutura hierárquica, W_k^E , é construído a partir da agregação dos fatores equitativos normalizados ($FE_{k_j}^*$) dos subcritérios, isto é:

$$W_k^E = \begin{bmatrix} FE_{k_1}^* \\ FE_{k_2}^* \\ \vdots \\ FE_{k_l}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} FE_{k_1} / (FE_{k_1} + FE_{k_2} + \dots + FE_{k_l}) \\ FE_{k_2} / (FE_{k_1} + FE_{k_2} + \dots + FE_{k_l}) \\ \vdots \\ FE_{k_l} / (FE_{k_1} + FE_{k_2} + \dots + FE_{k_l}) \end{bmatrix}$$

Em suma, a abordagem estatística trazida pelo método AHP-Equitativo traz como principal vantagem a busca pelo reconhecimento das diferenças individuais e estruturais entre as alternativas, que tendem a levar a decisões de impacto de natureza desigual, de maneira a responder a esse cenário crítico de divergência a partir de uma modelagem matemática que fomente as mesmas oportunidades de escolha levando em consideração essas respectivas diferenças.

Além disso, o método também traz as seguintes outras vantagens: (i) inexistência de distorção dos resultados globais das alternativas por subjetivismo de julgamento (inconsistências e/ou vieses); (ii) Desnecessidade de esforço cognitivo por parte do tomador da decisão, não consumindo seu tempo de trabalho frente as suas demais tarefas; (iii) Ganhos de escalabilidade em relação à necessidade de reajustes no modelo de decisão; (iv) Redução no tempo de execução do método, propiciando agilidade na tratativa do problema; e (v) Flexibilidade para uma modelagem qualitativa de preferências sobre os critérios, conforme necessidade da conjuntura da problemática.

4. Aplicação do Método AHP-Equitativo no contexto educacional

Este artigo embasa os fundamentos de aplicabilidade do método AHP-Equitativo no contexto educacional, onde envolve um cenário de decisão multicritério relacionado à problemática de ordenação. Conforme fluxo de etapas aplicável para o método (Figura 5), toda a desenvoltura dos resultados é descrita a seguir:

Etapas 1: Definição do Problema e Estruturação do Modelo de Decisão

Uma organização pública é responsável por distribuir recursos financeiros para o setor da educação entre as 27 unidades federativas (UFs) do Brasil, sendo que a mesma necessita que seja criado um *ranking* para essas UFs com o objetivo de tomar decisões frente à priorização no recebimento de tais recursos com foco na equidade. O processo decisório abrange atores que compõem

um grupo de decisão, formado por gestores, analistas e especialistas, onde a decisão final é única e consensual.

Nessa problemática de decisão, existem cinco dimensões de atuação no segmento educacional, onde serão consideradas como os critérios para o modelo a ser desenvolvido: (G_1) Qualidade do Ensino; (G_2) Alunos; (G_3) Escolas; (G_4) Econômico; e (G_5) Professores e Docência. Esses critérios abrangem subcritérios que são distribuídos conforme sua dimensão de atuação (Tabela 1):

Tabela 1: Critérios e subcritérios

Critérios/ Subcritérios	Descrição	Objetivo	Monotonicidade
1. Qualidade do Ensino	Refere-se à eficácia do processo educativo em promover o aprendizado dos alunos.	Manutenção da Excelência	MAX / Crescente
1.1. IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica)	Indica uma métrica que avalia a qualidade da educação básica, considerando o desempenho estudantil em exames e taxa de aprovação.	Manutenção da Excelência	MAX / Crescente
2. Alunos	Refere-se às características educacionais inerentes aos alunos.	Equidade	MAX / Crescente
2.1. INSE (Índice de Nível Socioeconômico)	Indica o contexto socioeconômico dos alunos (renda familiar, escolaridade dos pais e condições de moradia), podendo influenciar o desempenho acadêmico.	Equidade	MIN / Decrescente
2.2. Taxa de Distorção Idade-Série (TDIS)	Indica a porcentagem de alunos que estão em séries escolares diferentes daquelas correspondentes à sua faixa etária, revelando problemas como defasagem.	Equidade	MAX / Crescente
3. Escolas	Refere-se às características da infraestrutura das instituições escolares.	Manutenção da Excelência	MAX / Crescente
3.1. Média Alunos por Turma	Indica a quantidade média de alunos por sala de aula, o que pode afetar a qualidade do ensino e a atenção individualizada que os alunos recebem.	Manutenção da Excelência	MIN / Decrescente
3.2. Média Horas-Aula Diária	Indica o tempo médio dedicado às aulas por dia, podendo afetar diretamente a qualidade da educação oferecida aos alunos.	Manutenção da Excelência	MAX / Crescente
4. Econômico	Refere-se à capacidade econômica do ente federativo.	Equidade	MAX / Crescente
4.1. PIB estadual	Indica o produto interno bruto do ente federativo.	Equidade	MIN / Decrescente
5. Professores e Docência	Refere-se à qualidade do corpo docente e ao processo de ensino.	Manutenção da Excelência	MAX / Crescente
5.1. Porcentagem de Docentes com Nível Superior	Indica a porcentagem de professores que possuem formação de nível superior, podendo impactar na qualidade do ensino oferecido.	Manutenção da Excelência	MAX / Crescente
5.2. Remuneração Média dos Docentes	Indica o salário médio recebido pelos professores, podendo influenciar na motivação e na qualidade do trabalho dos educadores.	Manutenção da Excelência	MAX / Crescente

Considerando as UFs como as alternativas para a tomada de decisão, o modelo de decisão multicritério é então estruturado em uma hierarquia (Figura 6):

Etapa 2: Avaliação Intracritério Quantitativa

Os dados de desempenho das UFs referentes aos subcritérios (indicadores educacionais) do modelo de decisão foram obtidos a partir dos sites do INEP [Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), 2024] e do IBGE [Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), 2024], onde foram agregados em uma única tabela. Nessa tabela, os dados foram submetidos a operações de convergência de monotonicidades no sentido da maximização, bem como foram normalizados (operações descritas na Seção 2.1 deste artigo) de forma a obter a matriz de decisão A^* (Tabela 2):



Figura 6: Estrutura Hierárquica do modelo de decisão (Fonte: Autores [2024])

Tabela 2: Matriz de Decisão normalizada

UF	IDEB	INSE	TDIS	Alunos por Turma	Horas-Aula Diária	PIB	Docentes Nível Superior	Remuneração Média dos Docentes
AC	0.036	0.039	0.046	0.039	0.034	0.163	0.033	0.030
AL	0.036	0.040	0.041	0.033	0.039	0.041	0.031	0.023
AP	0.031	0.038	0.053	0.039	0.039	0.163	0.038	0.045
AM	0.035	0.039	0.038	0.037	0.032	0.022	0.036	0.033
BA	0.034	0.039	0.056	0.037	0.036	0.008	0.033	0.047
CE	0.041	0.040	0.026	0.035	0.041	0.015	0.036	0.027
DF	0.041	0.033	0.027	0.035	0.038	0.010	0.040	0.056
ES	0.039	0.035	0.030	0.036	0.038	0.016	0.042	0.034
GO	0.040	0.035	0.026	0.035	0.037	0.011	0.040	0.034
MA	0.033	0.042	0.050	0.037	0.037	0.023	0.029	0.051
MT	0.037	0.035	0.020	0.038	0.035	0.013	0.039	0.035
MS	0.036	0.034	0.055	0.034	0.036	0.020	0.041	0.049
MG	0.040	0.035	0.025	0.039	0.036	0.003	0.039	0.036
PA	0.032	0.041	0.054	0.037	0.034	0.011	0.038	0.063
PB	0.036	0.039	0.040	0.038	0.040	0.036	0.035	0.027
PR	0.042	0.033	0.018	0.038	0.037	0.005	0.040	0.046
PE	0.037	0.039	0.039	0.035	0.037	0.013	0.035	0.026
PI	0.038	0.041	0.036	0.038	0.042	0.047	0.037	0.027
RJ	0.037	0.036	0.052	0.036	0.037	0.003	0.032	0.042
RN	0.033	0.039	0.050	0.035	0.033	0.036	0.038	0.037
RS	0.039	0.033	0.035	0.043	0.036	0.005	0.037	0.033
RO	0.037	0.036	0.025	0.038	0.035	0.054	0.040	0.029
RR	0.036	0.037	0.043	0.041	0.035	0.163	0.036	0.034
SC	0.040	0.032	0.035	0.039	0.034	0.007	0.039	0.036
SP	0.042	0.033	0.014	0.034	0.041	0.001	0.040	0.034
SE	0.036	0.040	0.041	0.036	0.041	0.054	0.039	0.037
TO	0.037	0.037	0.026	0.038	0.041	0.054	0.037	0.029

A partir da matriz de decisão normalizada, os fatores equitativos e equitativos normalizados (FE_{k_j} e $FE_{k_j}^*$) são calculados (Tabela 3). Observe que os fatores equitativos normalizados dos subcritérios que estão agrupados sob o mesmo critério somam 1 como esperado.

Etapa 3: Avaliação Intercritério Quantitativa

Tabela 3: Parâmetros Estatísticos dos Subcritérios

Parâmetros Estatísticos	IDEB	INSE	TDIS	Alunos por Turma	Horas-Aula Diária	PIB	Docentes Nível Superior	Remuneração Média dos Docentes
Fator Equitativo	0.0265	0.0397	0.1473	0.0220	0.0261	1.6113	0.0227	0.0639
Fator Equitativo Normalizado	1	0.2122	0.7878	0.4581	0.5419	1	0.2622	0.7378

Para se obter o vetor de prioridades globais referente ao objetivo geral da problemática, torna-se necessário, inicialmente, obter os vetores de prioridades globais referentes aos cinco critérios estabelecidos no modelo (G_1 , G_2 , G_3 , G_4 e G_5).

Critério 1: Qualidade do Ensino

O vetor de prioridade global referente a este critério (G_1) é o próprio vetor de dados do subcritério “IDEB” da matriz de decisão (Tabela 2) visto que o critério “Qualidade do Ensino” abrange apenas esse subcritério.

Critério 2: Alunos

O vetor de prioridade global referente a este critério (G_2) é o vetor resultante da multiplicação entre a submatriz de dados dos subcritérios “INSE” e “TDIS” da matriz de decisão (Tabela 2) e o vetor de FE_{kj}^* normalizados desses subcritérios, isto é:

$$G_2 = \begin{bmatrix} 0,039 & 0,046 \\ 0,040 & 0,041 \\ 0,038 & 0,053 \\ \vdots & \vdots \\ 0,037 & 0,026 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0,2122 \\ 0,7878 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,044 \\ 0,041 \\ 0,050 \\ \vdots \\ 0,029 \end{bmatrix}$$

Critérios 3, 4 e 5:

Os vetores de prioridades globais referentes aos critérios “Escolas” e “Professores e Docência” (G_3 e G_5) são obtidos seguindo o mesmo raciocínio de cálculo do vetor G_2 , enquanto o vetor para o critério “PIB” (G_4) segue a ideia similar a do critério G_1 . De posse desses vetores, os os fatores equitativos e equitativos normalizados (FE_k e FE_k^*) são calculados (Tabela 4).

Tabela 4: Parâmetros Estatísticos dos Critérios

Parâmetros Estatísticos	Qualidade da Educação	Alunos	Escolas	Econômico	Professores e Docência
Fator Equitativo	0.0265	0.1257	0.0141	1.6113	0.0581
Fator Equitativo Normalizado	0.0144	0.0685	0.0077	0.8778	0.0317

Simultaneamente à desenvoltura deste método, foi também aplicado o método AHP-Gaussiano (Seção 2.2) utilizando os mesmos dados do problema de decisão em questão (Tabela 2), com o intuito de analisar eventuais divergências entre os valores de FE_k^* e FG_k^* normalizados, o que correspondem aos pesos dos critérios (Tabela 5). Dessa análise, verifica-se que o método AHP-Equitativo acaba potencializando um incremento de 14,12% para o peso agregado referente aos critérios que objetivam a equidade (“Alunos” e “Econômico”) quando comparado a esse peso computado no método AHP-Gaussiano, o que destaca um relevante indicativo para o propósito do método AHP-Equitativo.

Etapas 4: Avaliação Global das Alternativas

Por fim, o vetor de prioridades globais G referente ao objetivo geral da problemática é obtido a partir da multiplicação entre a matriz agregada dos vetores (G_1 , G_2 , ..., G_5) e o vetor

Tabela 5: Pesos/Fatores normalizados dos critérios calculados pelos dois métodos

Crítérios	Qualidade do Ensino	Alunos	Escolas	Econômico	Professores e Docência
AHP-Equitativo	0,0144	0,0685	0,0077	0,8778	0,0317
AHP-Gaussiano	0,0422	0,1447	0,0215	0,6845	0,1071

agregado dos FE_k^* normalizados, isto é:

$$G = \begin{bmatrix} 0,036 & 0,044 & 0,036 & 0,163 & 0,031 \\ 0,036 & 0,041 & 0,036 & 0,041 & 0,025 \\ 0,031 & 0,050 & 0,039 & 0,163 & 0,043 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0,037 & 0,029 & 0,040 & 0,054 & 0,031 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0,0144 \\ 0,0685 \\ 0,0077 \\ 0,8778 \\ 0,0317 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1481 \\ 0,0402 \\ 0,1488 \\ \vdots \\ 0,0515 \end{bmatrix}$$

Com o vetor global obtido, tem-se as pontuações finais dos entes federativos, restando ordená-los para a construção do *ranking*. Este vetor também foi calculado através do método AHP-Gaussiano, com o intuito de analisar eventuais divergências entre os *rankings* (Tabela 6), o que, de fato, foi evidenciado em uma proporção de 48,2% das colocações, principalmente sendo constatada da zona intermediária até aproximadamente a parte final da ordenação.

Tabela 6: *Ranking* dos estados pelos métodos AHP-Equitativo e AHP-Gaussiano

	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°
AHP-Equitativo	AP	AC	RR	SE	TO	RO	PI	AL	RN	PB	MA	MS	AM	ES	CE	PA	PE	MT	GO	DF	BA	SC	RS	PR	RJ	MG	SP
AHP-Gaussiano	AP	RR	AC	SE	TO	RO	PI	AL	RN	PB	MA	MS	AM	PA	ES	BA	CE	PE	DF	MT	GO	SC	RJ	RS	PR	MG	SP

Com esse resultado, o método AHP-Equitativo finaliza o modelo de decisão multicritério fornecendo informações fundamentadas para uma recomendação de decisão à organização pública no que diz respeito à sua necessidade de priorização de UFs no recebimento dos recursos financeiros, levando em conta a prevalência do princípio da equidade como um instrumento de contribuição para uma educação mais justa e inclusiva em todo o país.

5. Conclusões e Direcionamentos Futuros

O objetivo deste estudo foi desenvolver uma metodologia de decisão multicritério com ênfase na equidade na tomada de decisão, trazendo como aplicabilidade uma problemática de ordenação de entes federativos para recebimento de recursos financeiros destinados à educação. Os resultados demonstraram que os critérios relacionados a busca pela equidade (critérios “alunos” e “econômico”) desempenharam um papel fundamental no modelo de decisão, representando 94,63% de importância agregada e que, além disso, o método potencializou esse nível de importância em 14,12% quando comparado com o calculado pelo método AHP-Gaussiano.

Consequentemente, pode-se concluir que o método AHP-Equitativo foi eficaz, visto que promoveu a superioridade de critérios que refletiam os cenários de maior desigualdade entre as UFs, além de ter ampliado o seu impacto na pontuação global dos entes federativos que mais necessitam de apoio financeiro. Desse modo, torna-se viável o método AHP-Equitativo como uma proposta metodológica que promove a equidade na tomada de decisão, trazendo, portanto, uma nova perspectiva em decisão multicritério.

Por fim, além das vantagens em evitar inconsistência de resultados por motivo de julgamentos quantitativos e oferecer ganhos de escalabilidade e de agilidade, bem como oferecer flexibilidade ao decisor por preferências qualitativas, o método AHP-Equitativo, em se tratando de direcionamentos futuros, traz consigo a característica de ser versátil para uma variedade de problemas de decisão cuja a ênfase de valoração seja qualquer outro motivo que não a equidade. Para isso, com base em um dado motivo-ênfase que reflita em percepções assimétricas de desempenhos das alternativas, basta que seja feita uma categorização prévia em critérios mais e menos preferíveis (em substituição aos critérios de equidade e de manutenção da excelência, respectivamente, na Equação 1), e então com uma adaptação sobre as regras dos fatores equitativos para os pesos desses critérios, pode-se obter modelos com resultados bem direcionados para o propósito que circunda a decisão.

Agradecimentos

Este trabalho foi realizado com o apoio do *Insight Lab (Insight Data Science Lab)* e do GREat (Grupo de Redes de Computadores, Engenharia de *Software* e Sistemas) por meio do Projeto Plataforma *Big Data* e IA para Governança dos Programas de Educação Básica do FNDE.

Referências

- Briozo, R. A. e Musetti, M. A. (2015). Método multicritério de tomada de decisão: aplicação ao caso da localização espacial de uma unidade de pronto atendimento–upa 24 h. *Gestão & Produção*, 22:805–819.
- De Almeida, A. T. (2013). *Processo de decisão nas organizações: construindo modelos de decisão multicritério*. Editora Atlas S.A., São Paulo.
- De Oliveira, V. A. R. e Salomon, V. A. P. (2017). Métodos de decisão multicritério aplicados a análise de indicadores de desempenho – um estudo bibliométrico. In *XXXVII Encontro Nacional de Engenharia de Produção (Enegep)*.
- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) (2024). Produto Interno Bruto (PIB). URL <https://www.ibge.gov.br/explica/pib.php>. Acessado: 2024-05-23.
- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) (2024). Indicadores educacionais. URL <https://www.gov.br/inep/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/indicadores-educacionais>. Acessado: 2024-05-23.
- Saaty, R. W. (1987). The analytic hierarchy process–what it is and how it is used. *Mathematical Modelling*, 9(3-5):161–176. Printed in Great Britain. All rights reserved. ISSN: 0270-0255.
- Saaty, T. L. (1994). How to make a decision: The analytic hierarchy process. *INFORMS*, 24(6): 19–43.
- Saaty, T. L. (2013). *Fundamentals of Decision Making and Priority Theory with the Analytic Hierarchy Process*, volume VI of the AHP Series. RWS Publications, Estados Unidos.
- Saaty, T. L. e Vargas, L. (2012). *Models, Methods, Concepts & Applications of the Analytic Hierarchy Process*. Springer, New York.
- Santos, M., Costa, I. P. A., e Gomes, C. F. S. (2021). Multicriteria decision-making in the selection of warships: A new approach to the ahp method. *International Journal of the Analytic Hierarchy Process*, 13(1).