LVI SBPO SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL
DE 04 ATÉ 07 NOVEMBRO 2024
FORTALEZA | CEARÁ

Formulações do problema de coletas e entregas com janelas de tempo robusto

Alex Abreu*, **Helio Fuchigami**, **Pedro Munari**
Universidade Federal de São Carlos
*abreualexp@gmail.com

Maria Battarra
University of Bath

RESUMO

Este trabalho aborda o problema de coleta e entrega com janelas de tempo considerando incertezas na demanda e no tempo de viagem por meio da otimização robusta. Essa abordagem não requer conhecimento prévio das distribuições de probabilidade e utiliza intervalos de variação dos parâmetros para garantir soluções factíveis para as realizações mais relevantes. São propostas formulações matemáticas que incorporam as incertezas consideradas, baseando-se nas técnicas de dualização e linearização de equações recursivas. Os resultados de experimentos computacionais para diferentes cenários de incerteza mostram que as formulações desenvolvidas são eficazes na resolução de instâncias de pequeno porte, destacando como mais eficientes os modelos baseados na linearização de equações recursivas.

PALAVRAS CHAVE. Problema de coleta e entrega, Otimização robusta, Incerteza na demanda, Incerteza no tempo de viagem.

Tópicos: Logística e Transportes (L&T), Otimização Combinatória (OC).

ABSTRACT

This work addresses the pickup and delivery problem with time windows considering uncertainties on demand and travel time through robust optimisation. This approach does not require previous knowledge of probability distributions and use the parameter's variation interval to guarantee feasible solutions for the most relevant realisations. We propose mathematical formulations to incorporate the anticipated uncertainties based on dualisation and linearisation of recursive equations. The computational experimentation results for different uncertainty scenarios show that the developed formulations are effective to solve small instances, highlighting as more efficient the models based on the linearisation of recursive equations.

KEYWORDS. Pickup and delivery problem, Robust Optimisation, Demand uncertainty, Travel time uncertainty.

Paper topics: Logistics and Transport (L&T), Combinatorial Optimization (OC).

https://proceedings.science/p/193767?lang=pt-br

1. Introdução

A tomada de decisão no contexto da logística de *last-mile* pode se beneficiar do uso de ferramentas de otimização matemática, especialmente quando utilizadas técnicas desenvolvidas para o problema de roteamento de veículos (VRP, do inglês *vehicle routing problem*). O VRP consiste em encontrar rotas de veículos para servir clientes enquanto considera condições práticas como capacidade do veículo, janelas de tempo dos clientes, operações de coleta e entrega, frota de veículos heterogênea, fracionamento de carga, entre outros.

O problema de coleta e entrega (PDP, do inglês *pickup and delivery problem*) é uma variante do VRP que considera que clientes podem possuir demandas de coleta e/ou entrega [Battarra et al., 2014]. Em particular, o PDP considerado neste trabalho aborda o roteamento de requisições de suas localizações de origem (coleta) para suas respectivas localizações de destino (entrega) restrito pela janela de tempo dessas localizações. Assim, tem-se uma configuração coleta-entrega chamada de um-para-um (1-1). Essa variante é conhecida na literatura como o PDP com janelas de tempo (PDPTW, do inglês *pickup and delivery problem with time windows*).

Apesar dos trabalhos majoritariamente considerarem que os parâmetros de entrada são conhecidos e determinísticos, incorporar incertezas na modelagem aproxima o problema estudado de situações reais de operações logísticas. Uma das técnicas utilizadas para considerar possíveis variações dos parâmetros em problemas de otimização é a otimização robusta (RO, do inglês *robust optimisation*) visto que não é necessário o conhecimento completo prévio da função de distribuição de probabilidades do parâmetro aleatório.

A técnica de dualização é a forma clássica para se obter formulações compactas da contraparte robusta de um problema, tendo sido proposta por Bertsimas e Sim [2004]. Visto que se incorpora um problema de otimização ao problema original para se garantir factibilidade em relação à todas as realizações do conjunto de incerteza (por exemplo, maximização do pior caso para as demandas), é possível transformar este problema interno em seu modelo dual. O tamanho do modelo aumenta ao se incorporar as variáveis e restrições do problema dual. Além disso, todos os componentes do parâmetro incerto devem estar contidos em cada restrição em que esse parâmetro aparece. Como alternativa à técnica de dualização, Munari et al. [2019] introduziram a técnica de linearização de equações recursivas para incorporar incertezas na demanda e no tempo de viagem em formulações do VRP com janelas de tempo, baseadas em restrições do tipo Miller-Tucker-Zemlin (MTZ) [Miller et al., 1960]. Com isso, é possível manter formato similar ao modelo original.

A literatura tratando do uso da RO para incorporar incertezas a problemas de roteamento é ainda relativamente escassa, mas vem crescendo consideravelmente nos últimos anos. Além disso, as variantes do PDP, especialmente com configuração 1-1, foram pouco abordadas sendo levantados apenas três artigos até o momento. Por sua vez, estes trabalhos modelaram a incerteza dos parâmetros aleatórios por meio de conjuntos de incerteza baseados apenas em cenários discretos. Dessa forma, este trabalho propõe modelos matemáticos para incorporação de incertezas na demanda das requisições e no tempo de viagem entre clientes para o PDPTW 1-1, usando técnicas da RO.

O restante deste documento está estruturado conforme as seguintes seções. A Seção 2 define o problema abordado e apresenta as formulações robustas propostas. A experimentação computacional é detalhada na Seção 3. A Seção 4 finaliza o trabalho com as principais conclusões e indicações para extensão do trabalho.

2. Metodologia

O PDPTW consiste em encontrar uma solução que minimize o custo total de transporte para uma frota homogênea de veículos na qual cada veículo inicia sua rota em um depósito comum, serve as requisições a ele alocadas e retorna ao depósito. Esse problema é representado em um grafo no qual o conjunto de nós consiste nos clientes de coleta, clientes de entrega e o depósito,

e o conjunto de arcos representa a conexão entre os nós. A solução do problema deve garantir a precedência entre coleta e entrega, a capacidade do veículo e a janela de tempo dos clientes [Battarra et al., 2014]. Os parâmetros desse problema são: a capacidade do veículo, a demanda dos clientes, janela de tempo dos clientes, tempo de serviço nos clientes, tempo de viagem e custo dos arcos.

Para o PDPTW determinístico, Furtado et al. [2017] propuseram um modelo compacto para garantir o pareamento entre clientes de coleta e de entrega baseado em restrições do tipo MTZ. Este modelo apresenta alta eficiência para soluções de instâncias por meio de *solvers* comerciais como CPLEX e Gurobi quando comparado com formulações da literatura.

Ao contrário da programação estocástica, a RO não depende da função de distribuição do parâmetro aleatório e sim do estabelecimento de intervalos nos quais o parâmetro se encontra. Por exemplo, um parâmetro a tem como valor central (nominal) $\bar{a}$ e variação (desvio do nominal) $\hat{a}$, ou sejam $a \in [\bar{a} - \hat{a}, \bar{a} + \hat{a}]$. Define-se como *pior caso* quando o parâmetro a assume um dos valores extremos do intervalo. Assim, uma solução é dita robusta quando permanece factível para qualquer realização de a neste intervalo. Para evitar soluções altamente conservadoras, são ainda utilizados conjuntos de incerteza para modelar a realização dos parâmetros incertos. De fato, um conjunto de incerteza representa as realizações de interesse do problema. A definição desse conjunto depende do problema abordado e balança a aversão ao risco do tomador de decisão.

2.1. Modelagem das incertezas

O conjunto de incertezas implementado neste trabalho é o proposto por Bertsimas e Sim [2004] e consiste em limitar o número de parâmetros que podem assumir o pior caso a um valor estabelecido previamente pelo decisor, chamado de *budget* de incerteza. Esse conjunto, chamado de conjunto de cardinalidade restrita, permite controlar o conservadorismo da solução ao ajustar o valor do *budget*, que pode assumir valores entre 0 e a quantidade total de parâmetros incertos. Por simplicidade, assume-se que o valor do *budget* seja um número inteiro.

O conjunto de incerteza para tempos de viagem é composto pelas possíveis realizações $t_{ij} \in [\bar{t}_{ij} - \hat{t}_{ij}, \bar{t}_{ij} + \hat{t}_{ij}]$ em que (i, j) é um arco do grafo e no máximo Γ^t arcos podem assumir o pior caso. Por sua vez, o conjunto de incerteza para a demanda é composto pelas possíveis realizações $q_i \in [\bar{q}_i - \hat{q}_i, \bar{q}_i + \hat{q}_i]$ em que i é uma requisição e no máximo Γ^q requisições podem assumir o pior caso.

2.2. Formulações propostas para o PDPTW robusto

Visto que as restrições na formulação de Furtado et al. [2017] não apresentam todos componentes dos parâmetros incertos (demanda e tempo de viagem) por serem baseadas em MTZ, é necessário recorrer à adaptação de diferentes reformulações propostas na literatura para se obter o modelo da contraparte robusta do PDPTW via dualização.

Considerando a técnica de dualização, o modelo proposto neste trabalho para o PDPTW robusto com incerteza na demanda foi baseado na formulação de precedência de Gounaris et al. [2013] na qual a restrição de capacidade é garantida ao computar a demanda acumulada por meio de uma variável que indica, para cada nó, se um determinado cliente foi visitado anteriormente no mesmo veículo. Para incerteza no tempo de viagem, um modelo baseado em fluxo de commodities [Jaillet et al., 2016] foi proporto para as restrições de janela de tempo. Nesse modelo, uma variável é usada para indicar, para cada nó, se um arco foi percorrido anteriormente pelo mesmo veículo.

As equações recursivas de Munari et al. [2019] foram adaptadas e incorporadas ao PDPTW robusto. A reformulação foi realizada para comportar o pareamento entre clientes de coleta e entrega, bem como garantir que a realização da demanda do cliente de coleta seja a mesma do cliente de entrega. Dessa forma, foram obtidas formulações robustas para incertezas na demanda e no tempo de viagem. Essas formulações possuem restrições do tipo MTZ que têm se mostrado eficientes para problemas de roteamento.

https://proceedings.science/p/193767?lang=pt-br

3. Experimentação computacional

Para verificar o comportamento das formulações propostas, foram realizados experimentos computacionais com instâncias adaptadas do trabalho de Furtado et al. [2017], originalmente propostas para o PDPTW determinístico. Para a geração dos parâmetros incertos (tanto demanda quanto tempo de viagem), foram considerados quatro desvios percentuais do valor nominal (0%, 10%, 20% e 30%) e quatro níveis de *budget* (0, 1, 5, 10). Assim, tem-se 28 combinações, entre robustas e determinísticas, para cada instância original. Os modelos foram implementados em linguagem de programação `Julia`, versão 1.8, e resolvidos pelo *solver* `Gurobi`, versão 11, em um computador com processador Intel Core i7-12700, 2.1 GHz e 16GB de memória RAM. A execução de cada instância foi limitada em 1 hora.

Os resultados preliminares mostram aderência das formulações desenvolvidas ao problema abordado viabilizando a resolução de instâncias de pequeno porte, encontrando soluções ótimas das mesmas. Foi possível encontrar maior quantidade de soluções ótimas por meio do modelo baseado na linearização de equações recursivas para as três configurações (somente demanda incerta, somente tempo de viagem incerto e ambos incertos).

4. Considerações finais

Foi estudado o problema de coleta e entrega com janelas de tempo (PDPTW) sob incertezas. Foram consideradas incertezas na demanda das requisições e no tempo de viagem entre clientes por meio da modelagem e resolução via otimização robusta (RO). Foram propostas formulações matemáticas compactas que incorporam ambas incertezas por meio do conjunto de cardinalidade restrita, proporcionando soluções que permanecem factíveis em relação à capacidade dos veículos e janela de tempo dos clientes. Os resultados destacam que os modelos propostos pode ser eficazes na resolução dos problemas abordados por meio de um *solver* de propósito geral.

Agradecimentos

Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processos 23/08678-8, 22/10993-6, 22/05803-3 e 13/07375-0, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), processos 314079/2023-8 e 405702/2021-3, e Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES), código de financiamento 001.

Referências

Battarra, M., Cordeau, J.-F., e Iori, M. (2014). *Chapter 6: Pickup-and-Delivery Problems for Goods Transportation*, p. 161–191. Society for Industrial and Applied Mathematics.

Bertsimas, D. e Sim, M. (2004). The price of robustness. *Operations Research*, 52:35–53.

Furtado, M. G. S., Munari, P., e Morabito, R. (2017). Pickup and delivery problem with time windows: A new compact two-index formulation. *Operations Research Letters*, 45:334–341.

Gounaris, C. E., Wiesemann, W., e Floudas, C. A. (2013). The robust capacitated vehicle routing problem under demand uncertainty. *Operations Research*, 61:677–693.

Jaillet, P., Qi, J., e Sim, M. (2016). Routing optimization under uncertainty. *Operations Research*, 64:186–200.

Miller, C. E., Tucker, A. W., e Zemlin, R. A. (1960). Integer programming formulation of traveling salesman problems. *Journal of the ACM*, 7:326–329.

Munari, P., Moreno, A., Vega, J. D. L., Alem, D., Gondzio, J., e Morabito, R. (2019). The robust vehicle routing problem with time windows: Compact formulation and branch-price-and-cut method. *Transportation Science*, 53:1043–1066.