

**Modelagem e Resolução do Problema de Despacho Reativo Ótimo
Incorporando Sequenciamentos Operacionais Estritamente Factíveis dos
Ajustes nas Variáveis de Decisão por Teoria de Grafos e
Otimização por Enxame de Partículas**

Rafael M. Barros^{1,3}

¹Universidade Federal do Ceará – Campus de Crateús (UFC)
Av. Profa. Machadinho Lima, S/N, 63708-825, Crateús, CE, Brasil
rafael.barros@crateus.ufc.br

Guilherme G. Lage²

²Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)
Rod. Washington Luís (SP-310) km 235, 13565-905, São Carlos, SP, Brasil
glage@ufscar.br

Ricardo A. L. Rabêlo³

³Departamento de Ciência da Computação, Universidade Federal do Piauí (UFPI)
Campus Universitário Ministro Petrônio Portella, 64049-550, Teresina, PI, Brasil
ricardoalr@ufpi.edu.br

RESUMO

A resolução de problemas de Despacho Reativo Ótimo (DRO) é um tópico de pesquisa consolidado e essencial para o planejamento da operação de sistemas elétricos de potência. No entanto, enquanto a maioria dos trabalhos na literatura foca na determinação de ajustes ótimos nos controles dos sistemas, uma implementação prática das soluções obtidas requer que a execução dos ajustes ocorra de maneira sequencial, conduzindo o ponto de operação do sistema em direção ao ótimo por um caminho operacional estritamente factível. Este trabalho apresenta dois novos modelos de DRO que incorporam restrições baseadas em teoria dos grafos para garantir a existência de tal caminho, os quais foram resolvidos por um algoritmo de otimização por enxame de partículas e cálculos de fluxo de potência. Resultados numéricos para os sistemas IEEE de 14 e 30 barras validam os modelos propostos e encontram soluções viáveis para implementações práticas.

PALAVRAS CHAVE. Caminho mínimo em grafos. Fluxo de potência ótimo reativo. Otimização por enxame de partículas.

EN&PG – PO na Área de Energia, Petróleo e Gás. MH – Metaheurísticas.

ABSTRACT

Solving Optimal Reactive Dispatch (ORD) problems is a well-established research topic and essential for electrical power systems operation planning. However, while most literature focuses on determining optimal adjustments to system controls, a practical implementation of the solutions requires sequential execution of these adjustments, guiding the system's operating point towards the optimum through a strictly feasible operational path. This work presents two new ORD models that incorporate graph-theory-based constraints to ensure the existence of such a path, which were solved using a particle swarm optimization algorithm and power flow calculations. Numerical results for the IEEE 14-, and 30-bus systems validate the proposed models and attain viable solutions for practical implementations.

KEYWORDS. Graph shortest path. Particle swarm optimization. Reactive optimal power flow.

EN&PG – OR in Energy, Oil and Gas. MH – Metaheuristics.

1. Introdução

Os problemas de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) constituem uma classe de problemas de otimização que consistem na determinação de cenários operativos ótimos de um Sistema Elétrico de Potência (SEP), considerando restrições técnicas, operacionais, de segurança e de estabilidade [Alencar et al., 2024]. Desde sua proposição inicial [Carpentier, 1962], o FPO tem ganhado destaque devido à sua ampla versatilidade para a definição de despachos econômicos, operacionais e ambientais, despachos preventivos e/ou corretivos sob contingências, dentre outras aplicações. Pode-se ainda salientar uma subclasse de problemas de FPO onde apenas as variáveis controláveis associadas ao despacho de potência reativa são passíveis de ajuste, o chamado de problema de Despacho Reativo Ótimo (DRO), o qual é formulado por funções não lineares e não convexas com a presença de variáveis contínuas e discretas.

Apesar do grande esforço da academia para o desenvolvimento de técnicas efetivas para a resolução de problemas DRO, os Operadores dos Sistemas (OSs) ainda encontram dificuldade quanto à implementação prática das soluções encontradas. Uma vez que o ponto de operação ótima seja encontrado, os operadores da rede devem atuar sobre os controles do sistema, ajustando as variáveis controláveis ao valor ótimo indicado pela resolução do FPO, de forma que o sistema opere, de fato, no seu ponto ótimo. No entanto, os OSs não podem realizar os ajustes nos controles do DRO simultaneamente, devido aos seus efeitos transitórios rápidos e cumulativos inerentes. De acordo com o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) [2022], após determinar o conjunto de ajustes nos controles do DRO, os OSs agem realizando um controle de cada vez, até que um determinado desempenho operacional seja alcançado. Destaca-se que a realização de uma sequência arbitrária de ajustes nos controles pode levar o sistema à violação de restrições operacionais ou de segurança, o que potencialmente compromete inclusive aspectos econômicos do SEP [Papalexopoulos, 1997]. Assim, é necessário conduzir a operação do sistema elétrico de forma segura em direção ao ponto ótimo, o que contribui para o uso otimizado de recursos escassos, para a redução de custos operacionais e até mesmo para a mitigação das emissões de gases de efeito estufa por unidades de geração térmica no setor elétrico — ponto crucial em mercados de eletricidade com forte predominância de unidades térmicas movidas a combustíveis fósseis.

Poucos são os trabalhos na literatura que lidam com a definição do sequenciamento de ajustes nos controles, com a maior parte das publicações consistindo em métodos heurísticos. As abordagens em [Ramos et al., 1995] e [Capitanescu e Wehenkel, 2011] consistem em determinar primeiramente quais controles ajustar, com a definição dos valores dos ajustes ocorrendo em função do conjunto de controles definido. Ramos et al. [1995] empregam um processo iterativo baseado no cálculo do gradiente reduzido para definir qual controle ajustar a cada iteração, enquanto o valor do ajuste no controle é determinado a partir de uma busca linear — o que é ineficiente para a definição de ajustes ótimos. Capitanescu e Wehenkel [2011] determinam qual controle ajustar por vez a partir da resolução de uma série de problemas de programação linear, com os valores ótimos dos ajustes sendo definidos *a posteriori* por meio da resolução de um problema de DRO. No entanto, a abordagem não verifica se os pontos de operação intermediários que o sequenciamento indicado leva o sistema a assumir no caminho para o ótimo são operacional e estritamente factíveis, isto é, respeitam as restrições operacionais definidas no DRO. Os trabalhos em [Barros et al., 2022] e [Barros et al., 2023] adotam abordagens em dois estágios: primeiro, definem ajustes ótimos nos controles reativos pela resolução de um problema de DRO; posteriormente, sequenciam tais ajustes com base em cálculos de Fluxo de Potência (FP). Barros et al. [2022] apresentam uma heurística para a obtenção de um sequenciamento factível com base em análise de sensibilidade por multiplicadores de Lagrange, enquanto Barros et al. [2023] focam na determinação de um sequenciamento ótimo para minimização das perdas de potência com base na modelagem de um problema de ca-

minho mínimo em grafos. Destaca-se que os trabalhos empregam um algoritmo de resolução do FP que implementa um módulo de controle de tensão em barras de geração, o que pode modificar ligeiramente a modelagem padrão do SEP para garantir o atendimento de restrições operacionais durante os cálculos [Agarwal et al., 2022]. Além disso, como a região factível de problemas de DRO é potencialmente desconexa [Bukhsh et al., 2013], não há garantia de existência de um caminho operacional e estritamente factível do ponto de operação inicial ao ótimo encontrado no primeiro estágio das abordagens citadas, baseado na resolução de um problema de DRO padrão.

Neste contexto, este trabalho apresenta dois novos modelos de DRO para minimização das perdas de potência ativa em SEPs, visando a garantia da existência de um sequenciamento operacional e estritamente factível de ajustes nos controles para conduzir o sistema à operação ótima. Tais modelos se diferenciam do DRO padrão pela incorporação de restrições baseadas em teoria dos grafos para modelar a implementação sequencial dos ajustes de controle. Enquanto uma das restrições apresentadas estabelece que exista ao menos uma forma factível de sequenciamento dos ajustes nos controles para alcançar o ponto ótimo, a segunda restrição proposta especifica que qualquer sequenciamento de ajustes deve levar a pontos de operação factíveis. A incorporação destas restrições ao problema compromete a avaliação de derivadas, o que favorece a aplicação de metaheurísticas, as quais possuem a capacidade de explorar o espaço de busca sem o uso de derivadas para alcançar soluções ótimas globais. A aplicação do algoritmo de otimização por enxame de partículas — do inglês, *Particle Swarm Optimization* (PSO) — para a resolução de problemas de DRO demonstra um bom desempenho com uma elevada taxa de convergência [Jamal et al., 2021; Liu et al., 2021]. Assim, a abordagem proposta consiste na aplicação de um algoritmo de PSO para determinar ajustes ótimos nos controles reativos, assegurando a existência de sequenciamentos que guiem o sistema desde o ponto de operação inicial até o ponto ótimo, satisfazendo restrições técnicas e operacionais, com base em caminhos mínimos em grafos e cálculos de FP.

O restante deste trabalho está organizado como segue: a Seção 2 apresenta a formulação padrão do problema de DRO; a Seção 3 aborda a visualização do processo de implementação sequencial dos ajustes nos controles como um problema de caminho mínimo em grafos; a Seção 4 apresenta os modelos propostos, bem como a abordagem de PSO para resolução desses modelos; a Seção 5 apresenta resultados numéricos comparativos entre o modelo de DRO padrão e os propostos; por fim, a Seção 6 apresenta as principais conclusões e contribuições deste trabalho.

2. Formulação do Problema de Despacho Reativo Ótimo para Minimização das Perdas de Potência Ativa em um Sistema de Transmissão de Energia Elétrica

A formulação do problema de DRO para minimização das perdas de potência ativa é:

$$\min \sum_{(k,m) \in \mathcal{L} \cup \mathcal{T}} g_{km} \left[\frac{V_k^2}{t_{km}^2} + V_m^2 - 2 \frac{V_k V_m}{t_{km}} \cos(\theta_{km}) \right] \quad (1a)$$

$$\text{s. a: } P_k - \sum_{m \in \Omega_k} P_{km}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{t}) = 0, \quad \forall k \in \mathcal{G}' \cup \mathcal{C} \quad (1b)$$

$$Q_k + b_k^{\text{sh}} V_k^2 - \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{t}) = 0, \quad \forall k \in \mathcal{C} \quad (1c)$$

$$Q_{G_k}^{\min} \leq -b_k^{\text{sh}} V_k^2 + Q_{C_k} + \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{t}) \leq Q_{G_k}^{\max}, \quad \forall k \in \mathcal{G} \quad (1d)$$

$$V_k^{\min} \leq V_k \leq V_k^{\max}, \quad \forall k \in \mathcal{B} \quad (1e)$$

$$b_k^{\text{sh}} \in \mathcal{D}_k^{\text{sh}}, \quad \forall k \in \mathcal{B}^{\text{sh}} \quad (1f)$$

$$t_{km} \in \mathcal{D}_{km}^{\text{tap}}, \quad \forall (k, m) \in \mathcal{T} \quad (1g)$$

onde $\mathcal{B}$ é o conjunto dos índices das barras (ou nós) do SEP; $\mathcal{B}^{sh}$ corresponde ao conjunto dos índices das barras conectadas a um reator ou banco de capacitores em derivação, os quais são chamados de elementos *shunt*; $\mathcal{G}$ é o conjunto das barras de geração e com controle de reativos; $\mathcal{G}'$ consiste no conjunto das barras de geração desconsiderando a barra *slack*; $\mathcal{C}$ é o conjunto das barras de carga do sistema; $\mathcal{L}$ é o conjunto de pares ordenados representando ramos que são linhas de transmissão; $\mathcal{T}$ diz respeito ao conjunto de pares ordenados que representam transformadores em-fase com *tap* variável; Ω_k é o conjunto das barras conectadas à barra k . As variáveis V e θ consistem nas magnitudes e ângulos de fase de tensão nas barras do sistema (o ângulo de fase da barra *slack* é considerado como fixo e igual a zero), com $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ para $k, m \in \mathcal{B}$; b^{sh} se refere às susceptâncias equivalentes dos elementos *shunt*; e, por fim, t representa os *taps* variáveis de transformadores em-fase. Os parâmetros P_k e Q_k se referem, respectivamente, às injeções líquidas de potência ativa e reativa na barra k ; $Q_G^{\min}$ e $Q_G^{\max}$ são os limites mínimo e máximo, respectivamente, das gerações de potência reativa nas barras de geração; $V^{\min}$ e $V^{\max}$ são os limites mínimo e máximo, respectivamente, das magnitudes de tensão nas barras; $\mathcal{D}_k^{sh}$ é o conjunto dos valores discretos que a variável b_k^{sh} pode assumir; $\mathcal{D}_{km}^{tap}$ é o conjunto dos valores discretos que a variável t_{km} pode assumir; e g_{km} é a condutância série do ramo $k - m$.

A função objetivo (1a) consiste nas perdas de potência ativa no SEP. As restrições (1b) e (1c) correspondem às equações do FP, garantindo a conservação de potência nas barras do sistema. As restrições (1d) e (1e) impõem limites operacionais acerca da geração de potência reativa nas barras de geração e da magnitude de tensão nas barras do sistema. As restrições (1f) e (1g) modelam a natureza discreta das susceptâncias equivalentes dos elementos *shunt* de barra e dos *taps* dos transformadores em-fase. As expressões P_{km} e Q_{km} modelam os fluxos de potência ativa e reativa no ramo $k - m$ por:

$$P_{km}(V, \theta, t) = g_{km} \frac{1}{t_{km}^2} V_k^2 - \frac{1}{t_{km}} V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}), \quad (2a)$$

$$Q_{km}(V, \theta, t) = - \left(b_{km} \frac{1}{t_{km}^2} + b_{km}^{sh} \right) V_k^2 + \frac{1}{t_{km}} V_k V_m (b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \sin \theta_{km}), \quad (2b)$$

onde b_{km} é a susceptância série do ramo e b_{km}^{sh} é a susceptância *shunt* de linha. As equações (2) podem ser aplicadas para o cálculo dos fluxos em linhas de transmissão (neste caso, $t_{km} = 1$) e transformadores em-fase (caso em que $b_{km}^{sh} = 0$) nos quais a barra k é a barra do *tap* e a barra m é a barra da impedância. Nos ramos transformadores em-fase nos quais a barra k é a barra de impedância, são utilizadas as seguintes expressões para os fluxos de potência ativa e reativa:

$$P_{km}(V, \theta, t) = g_{km} V_k^2 - \frac{1}{t_{km}} V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}), \quad (3a)$$

$$Q_{km}(V, \theta, t) = -b_{km} V_k^2 + \frac{1}{t_{km}} V_k V_m (b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \sin \theta_{km}). \quad (3b)$$

A formulação básica do problema de FP consiste em determinar os valores de V_k , $\forall k \in \mathcal{G}$ e θ (variáveis dependentes) a partir dos parâmetros do sistema e das variáveis de controle reativas (V_k , $\forall k \in \mathcal{G}$, t e b^{sh}), resolvendo o sistema de equações não lineares (1b) e (1c). Com todas as variáveis definidas, a substituição de seus valores em (1d) e (1e) permite a determinação do desempenho e da factibilidade operacional. Assim, o FP caracteriza o ponto de operação do sistema, relacionando os valores das variáveis de controle aos valores das variáveis dependentes, de forma que, se os valores das variáveis de controle forem ótimos, determina-se o ponto de operação ótima.

¹ Barra de referência angular do SEP para o fechamento do balanço de potência ativa no sistema.

3. Sequenciamento dos Ajustes nas Variáveis de Decisão como um Problema de Caminho Mínimo em Grafos

Barros et al. [2023] utilizam conceitos de teoria dos grafos para modelar o sequenciamento de ajustes nos controles reativos, dados um ponto de operação inicial (V_0, b_0^{sh}, t_0) e um ponto ótimo (V^*, b^{sh*}, t^*) a ser alcançado. A implementação de um ajuste de controle é dada como uma transição no valor da variável de controle u , de sua configuração inicial u_0 para o valor ótimo u^* . Assim, a implementação de um ajuste leva à distinção de dois pontos de operação: um antes e um após a implementação do ajuste. Estendendo este raciocínio para um conjunto de n ajustes de controle, pode-se modelar um Grafo Hipercubo Acíclico Dirigido Ponderado (GHADP) em que os arcos representam a realização de um único ajuste de controle. Os vértices do grafo são identificados por vetores binários de dimensão n em que cada componente está associada a uma variável de controle u : $u = u_0$, se o valor da componente é igual a zero; $u = u^*$, caso contrário. Assim, os vértices representam cada um dos pontos de operação possíveis obtidos a partir das diversas formas de combinar a realização de cada ajuste, cuja factibilidade pode ser verificada a partir do FP.

A Figura 1 apresenta um grafo hipercubo para um caso hipotético com um conjunto de três ajustes de controle: Ajustes 1, 2 e 3. Os arcos estão representados em três estilos diferentes, cada qual associado a um ajuste de controle. A indicação de cada vértice representa os ajustes implementados naquele ponto, por exemplo: no vértice 100, somente o Ajuste 1 foi implementado; no vértice 011, os Ajustes 2 e 3 foram implementados. Os vértices brancos representam pontos infactíveis e os vértices pretos estão associados a pontos de operação factíveis.

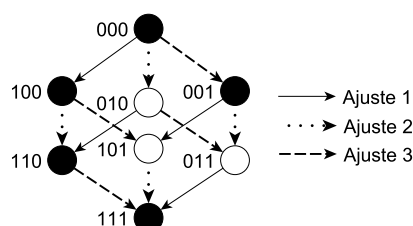


Figura 1: Grafo hipercubo representando todas as formas possíveis de implementação dos Ajustes 1, 2 e 3.

Determinar um sequenciamento dos Ajustes 1, 2 e 3 equivale a identificar um caminho do vértice 000 ao vértice 111, o que representa a transição do ponto de operação inicial (V_0, b_0^{sh}, t_0) , sem implementação de ajustes, ao ponto ótimo (V^*, b^{sh*}, t^*) , em que todos os ajustes foram implementados. Uma sequência é operacional e estritamente factível se todos os pontos intermediários ao longo do caminho são factíveis. Na Figura 1, o caminho $000 \rightarrow 100 \rightarrow 110 \rightarrow 111$ denota a sequência factível: Ajuste 1 $\rightarrow$ Ajuste 2 $\rightarrow$ Ajuste 3.

Atribuindo peso 0 a cada arco incidente em um vértice associado a um ponto de operação factível e peso 1 no caso contrário, pode-se verificar que um caminho cuja soma dos pesos seja igual a zero implica num sequenciamento operacional e estritamente factível de ajustes. Em tal cenário, pode-se concluir que um conjunto de ajustes admite algum sequenciamento estritamente factível se o caminho mínimo do vértice representando o ponto de operação inicial ao vértice associado ao ponto ótimo apresentar peso nulo. Por outro lado, destaca-se que no caso em que todos os vértices estão associados a pontos de operação factíveis, qualquer caminho corresponderia a um sequenciamento factível de ajustes, dispensando a necessidade de cálculo de um caminho mínimo.

4. Abordagem Proposta

Este trabalho visa a identificação de ajustes ótimos nos controles reativos, para os quais seja garantida a existência de um sequenciamento operacional e estritamente factível de forma a guiar o SEP de um ponto de operação inicial para o ponto de operação com perdas mínimas de

potência. Como apresentado na seção anterior, tomando como parâmetros as configurações iniciais das variáveis de controle V_0 , t_0 e b_0^{sh} , as quais especificam um ponto de operação inicial, bem como a especificação de um ponto desejado V , t e b^{sh} , é possível modelar um GHADP que representa todas as formas possíveis de sequenciar o conjunto de ajustes que leva o SEP à performance operacional desejada. A seguir, são introduzidos dois modelos para o problema de DRO incorporando restrições para modelar sequenciamentos operacionais estritamente factíveis em direção ao ótimo.

4.1. Modelagem do Problema de Despacho Reativo Ótimo com Garantia de ao menos uma Sequência Operacional Estritamente Factível para o Ajuste nas Variáveis de Decisão

No GHADP, o peso de um caminho mínimo do ponto $(V_0, b_0^{\text{sh}}, t_0)$ ao ponto (V, b^{sh}, t) representa o número Mínimo de Pontos de Operação Infactíveis (MPOI) presentes em qualquer sequência de ajustes para alcançar o ponto de operação indicado, que é expresso como:

$$\text{MPOI}(V_0, b_0^{\text{sh}}, t_0, V, b^{\text{sh}}, t) = \min_{p \in \mathcal{P}} \{ \text{peso}(p) \}, \quad (4)$$

onde $\mathcal{P}$ é o conjunto de todos os caminhos do vértice associado a $(V_0, t_0, b_0^{\text{sh}})$ ao vértice associado a (V, t, b^{sh}) e *peso* corresponde ao peso do caminho $p \in \mathcal{P}$. Quando o par de pontos admite $\text{MPOI} = 0$, existe ao menos uma sequência operacional estritamente factível para o ajuste nas variáveis de decisão que levam o sistema à operação desejada. Assim, o seguinte modelo, referenciado como Despacho Reativo Ótimo com Garantia de Sequenciamento Factível (DRO-GSF), incorpora MPOI como uma restrição de igualdade para garantir a existência de ao menos uma sequência operacional estritamente factível para o ajuste nas variáveis de decisão:

$$\begin{aligned} \min \quad & (1a) \\ \text{s. a:} \quad & (1b) - (1g), \\ & \text{MPOI}(V_0, b_0^{\text{sh}}, t_0, V, b^{\text{sh}}, t) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

4.2. Modelagem do Problema de Despacho Reativo Ótimo para Sequenciamentos Operacionais Estritamente Factíveis

Nos casos em que todos os vértices do GHADP são associados a pontos de operação factíveis, qualquer sequenciamento de ajustes nos controles é operacional e estritamente factível. Pode-se então definir o número de Vértices Associados a Pontos Infactíveis (VAPI) como:

$$\text{VAPI}(V_0, t_0, b_0^{\text{sh}}, V, b^{\text{sh}}, t) = \sum_{(u,v) \in \mathcal{A}} \left[\frac{\text{peso}_e(u,v)}{|\delta^-(v)|} \right], \quad (6)$$

onde $\mathcal{A}$ é conjunto de arcos do GHADP; peso_e corresponde ao peso de um arco $(u, v) \in \mathcal{A}$ e $\delta^-(v)$ consiste no conjunto de arcos que incidem no vértice v , com $|\delta^-(v)|$ se referindo à quantidade de elementos neste conjunto. O seguinte modelo, referenciado como Despacho Reativo Ótimo em que Qualquer Sequenciamento seja Factível (DRO-QSF), incorpora uma restrição baseada na função VAPI para garantir que todos os vértices do grafo representem pontos factíveis:

$$\begin{aligned} \min \quad & (1a) \\ \text{s. a:} \quad & (1b) - (1g), \\ & \text{VAPI}(V_0, t_0, b_0^{\text{sh}}, V, b^{\text{sh}}, t) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

4.3. Otimização por Enxame de Partículas

O algoritmo de PSO é uma metaheurística inspirada pelo comportamento social de um bando de pássaros, o qual consiste num algoritmo iterativo de otimização populacional em que os indivíduos, chamados de partículas, exploram o espaço de busca do problema com base tanto em suas próprias experiências quanto nas experiências de partículas vizinhas [Kennedy e Eberhart, 1995]. A cada partícula i está associada uma posição $\mathbf{x}_i(t)$ no espaço de busca n -dimensional durante uma iteração t . Na iteração inicial ($t = 0$), a posição de cada partícula é definida de maneira aleatória e, a cada iteração seguinte, as posições são atualizadas a partir de um termo de velocidade $\mathbf{v}_i(t)$, de acordo com as seguintes expressões para velocidade e posição das partículas:

$$\mathbf{v}_{ij}(t+1) = w \cdot \mathbf{v}_{ij}(t) + c_1 \cdot r_{1j}(t) [\mathbf{y}_{ij}(t) - \mathbf{x}_{ij}(t)] + c_2 \cdot r_{2j}(t) [\hat{\mathbf{y}}_{ij}(t) - \mathbf{x}_{ij}(t)], \quad (8a)$$

$$\mathbf{x}_i(t+1) = \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{v}_i(t+1), \quad (8b)$$

onde $\mathbf{v}_i(t+1)$ é a velocidade atualizada da partícula i , sendo $\mathbf{v}_{ij}$ a coordenada de $\mathbf{v}_i$ na dimensão $j = 1, \dots, n$, com raciocínio análogo aplicado aos demais vetores; w é o coeficiente de inércia; $r_{1j}(t)$ e $r_{2j}(t)$ são números aleatórios entre 0 e 1; $\mathbf{y}_i(t)$ é a melhor posição encontrada pela partícula i até a iteração t ; $\hat{\mathbf{y}}_i(t)$ é a melhor posição encontrada pelas partículas vizinhas à partícula i até a iteração t ; c_1 e c_2 são coeficientes positivos que afetam os movimentos das partículas com relação a $\mathbf{y}_i(t)$ e $\hat{\mathbf{y}}_i(t)$, respectivamente. Destaca-se que o algoritmo pode apresentar uma convergência prematura quando aplicado a problemas complexos se todas as partículas são vizinhas umas das outras [Engelbrecht, 2007]. Assim, tendo em vista que o DRO é não convexo, neste trabalho, as partículas do enxame interagem entre si de acordo com uma topologia em anel, na qual uma partícula i é vizinha somente das partículas $i-1$ e $i+1$.

4.4. Aplicação da Otimização por Enxame de Partículas aos Modelos Propostos

Para a aplicação do algoritmo de PSO ao modelo (1), referenciado a partir deste ponto como DRO-P, convencionou-se que a posição de uma partícula representa os valores das variáveis de controle reativo ($V_k, \forall k \in \mathcal{G}$; $t_{km}, \forall \{k, m\} \in \mathcal{T}$; $b_k^{\text{sh}}, \forall k \in \mathcal{B}^{\text{sh}}$). Dados os valores dos controles reativos, as demais variáveis de decisão do problema são calculadas a partir da resolução do FP, permitindo então a verificação dos valores das restrições e da função objetivo do problema. Assim, o valor da função de aptidão $f^{\text{aptidão}}$ das partículas é dado por:

$$f^{\text{aptidão}}(\mathbf{x}) = f^{\text{perdas}}(\mathbf{x}) + \omega \cdot f^{\text{penalidade}}(\mathbf{x}), \quad (9a)$$

$$f^{\text{penalidade}}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m g_i(\mathbf{x})^2 + \sum_{i=1}^q \max \{0; h_i(\mathbf{x})\}^2, \quad (9b)$$

em que $f^{\text{perdas}}(\mathbf{x})$ é a função objetivo (1a); ω corresponde ao fator de penalidade associado às restrições presentes no modelo padrão; $f^{\text{penalidade}}(\mathbf{x})$ é uma função de penalidade quadrática; $g(\mathbf{x})$ representa as restrições de igualdade (1b) e (1c); enquanto $h(\mathbf{x})$ representa as restrições (1d) e (1e).

Para os modelos DRO-GSF e DRO-QSF, o valor da função de aptidão $f^{\text{aptidão}}$ é acrescido de um termo $\mathcal{W} \cdot f(\mathbf{x})$, onde $\mathcal{W}$ é um fator de penalidade associado às restrições baseadas em teoria dos grafos e $f(\mathbf{x})$ é a restrição (5), formulada a partir do GHADP para o DRO-GSF, ou (7), para o DRO-QSF. O Algoritmo 1 apresenta o método de avaliação das funções de aptidão utilizado neste trabalho. Destaca-se que, nos três modelos apresentados, as variáveis $\mathbf{b}^{\text{sh}}$ e $\mathbf{t}$ podem assumir apenas valores discretos. Para se adequar a essa restrição, permitiu-se que a posição das partículas assumisse valores contínuos para todas as variáveis de controle e, no processo de avaliação da função de aptidão, as respectivas grandezas foram arredondadas para os valores discretos mais próximos. Por fim, o valor de (4) foi determinado a partir do algoritmo para cálculo de caminhos mínimos em grafos acíclicos dirigidos apresentado em [Sedgewick e Wayne, 2011].

Algoritmo 1 Procedimento de Avaliação das Funções de Aptidão

- 1: arredonde os valores de b^{sh} e t para os respectivos valores discretos mais próximos
 - 2: modele o GHADP de acordo com os valores de $(V_0, b_0^{sh}, t_0, V, b^{sh}, t)$
 - 3: **para todo** vértice v do GHADP **faça**
 - 4: execute o cálculo do FP, considerando os ajustes indicados em v
 - 5: **se** o vértice está associado a um ponto de operação ineficaz **então**
 - 6: atribua peso 1 aos arcos incidentes em v
 - 7: **caso contrário**
 - 8: atribua peso 0 aos arcos incidentes em v
 - 9: **se** o modelo é DRO-GSF **então**
 - 10: calcule $f_{\text{aptidão}}(x)$ como $f_{\text{perdas}}(x) + \omega \cdot f_{\text{penalidade}}(x) + \mathcal{W} \cdot \text{MPOI}(V_0, b_0^{sh}, t_0, V, b^{sh}, t)$
 - 11: **se** o modelo é DRO-QSF **então**
 - 12: calcule $f_{\text{aptidão}}(x)$ como $f_{\text{perdas}}(x) + \omega \cdot f_{\text{penalidade}}(x) + \mathcal{W} \cdot \text{VAPI}(V_0, b_0^{sh}, t_0, V, b^{sh}, t)$
-

5. Resultados e Discussões

Esta seção apresenta e discute os resultados numéricos obtidos, considerando os sistemas de transmissão IEEE de 14 e de 30 barras. Para o sistema IEEE de 14 barras, são definidas as seguintes variáveis de controle reativo: $V_1, V_2, V_3, V_6, V_8, b_9^{sh}, t_{4,7}, t_{4,9}$ e $t_{5,6}$. O sistema IEEE de 30 barras admite as seguintes variáveis de controle reativo: $V_1, V_2, V_5, V_8, V_{11}, V_{13}, b_{10}^{sh}, b_{24}^{sh}, t_{6,9}, t_{6,10}, t_{4,12}$ e $t_{28,27}$. Os limites inferior e superior das magnitudes de tensão nas barras foram considerados como 0,90 p.u. e 1,10 p.u., respectivamente. As susceptâncias equivalentes de bancos de capacitores podem assumir qualquer valor no respectivo conjunto discreto $\mathcal{D}_k^{sh} = \{0, 0; b_{0k}^{sh}; 1, 5 b_{0k}^{sh}\}$. Os *taps* de transformadores em-fase podem assumir qualquer valor no conjunto discreto $\mathcal{D}_{km}^t = \{0, 9; 0, 90625; \dots; 0, 99375; 1, 0; 1, 00625; \dots; 1, 09375; 1, 1\}$. Destaca-se ainda que todos os transformadores foram considerados como transformadores em-fase com *taps* passíveis de serem ajustados, bem como todos os elementos *shunt* foram considerados como comutáveis. O ponto de operação inicial dos sistemas foi tomado como o caso base especificado especificado nos bancos de dados dos sistemas de transmissão IEEE, com os valores dos *taps* iniciais arredondados para os respectivos valores discretos mais próximos.

O algoritmo de PSO foi implementado na linguagem de programação C e compilado com o *Gnu Compiler Collection* (GCC), versão 5.4.0. Os parâmetros do algoritmo de PSO foram definidos empiricamente como: 48 partículas no enxame; 400 iterações; c_1 e c_2 iguais a 1, 0. Além disso, foi adotada uma estratégia de decaimento linear do coeficiente de inércia, de 0,8 a 0,4, ao longo das iterações [Engelbrecht, 2007]. Os parâmetros para as funções de aptidão foram definidos como $\omega = 10^9$; $\mathcal{W} = 1, 0$ para o DRO-GSF e $\mathcal{W} = 0, 3$ para o DRO-QSF. Utilizou-se o método de Newton [Tinney e Hart, 1967] para as resoluções dos problemas de FP, cuja tolerância de convergência foi definida como 10^{-6} . Para resolução dos sistemas de equações lineares durante o método, foi aplicada a rotina HSL MA48 [HSL, 2024]. As avaliações das funções de aptidão foram realizadas em paralelo, utilizando o Open MPI 4.1.4 [Gabriel et al., 2004]. As experimentações foram executadas em um computador com processador Intel(R) Core(TM) i9-12900KF de 12ª geração e 64 GB de RAM, executando o sistema operacional Ubuntu 20.04 LTS.

O desempenho do algoritmo de PSO foi mensurado a partir de uma análise estatística de 100 execuções independentes do algoritmo para os modelos DRO-P, DRO-GSF e DRO-QSF, apresentada na Figura 2. Em média, o tempo de execução do PSO para o sistema IEEE de 14 barras foi de 0,17161 segundos para o DRO-P, 110,15051 segundos para o DRO-GSF e de 57,71503 segundos para o DRO-QSF; enquanto para o sistema de 30 barras foram de 0,41164 segundos para o DRO-P, 2.925,97485 segundos para o DRO-GSF e de 1.746,96320 segundos para o DRO-QSF.

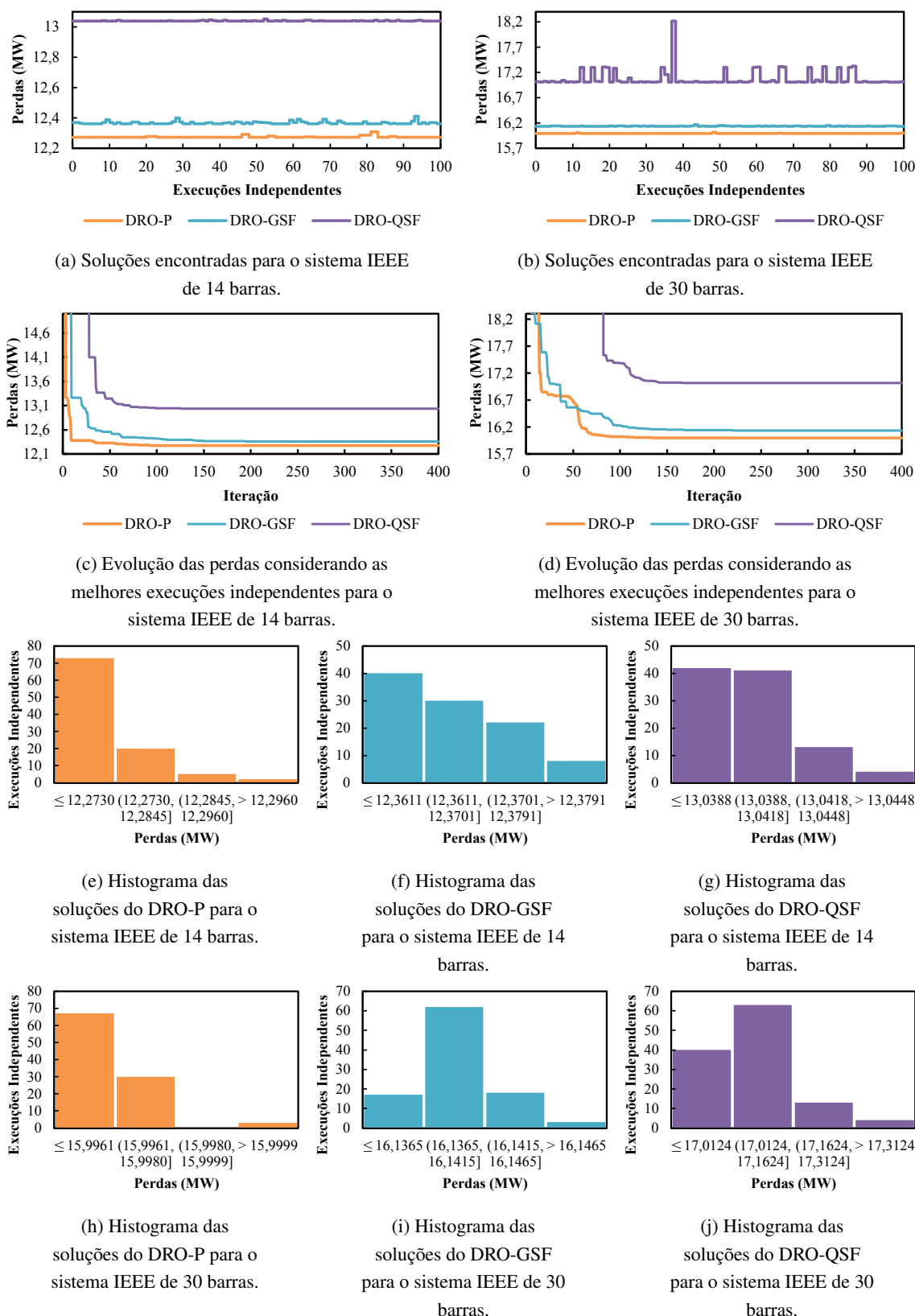


Figura 2: Resultados obtidos pelo algoritmo de PSO aplicado os modelos de DRO apresentados.

A Tabela 1 resume os resultados encontrados pelas melhores execuções do algoritmo de PSO quando aplicado a cada um dos modelos, trazendo ainda os valores referentes ao caso base. As Figuras 3 e 4 apresentam os GHADPs que representam todas as formas possíveis de implementação dos ajustes ótimos encontrados pelo DRO-P e pelo DRO-GSF para o sistema IEEE de 14 barras, respectivamente. A coloração dos vértices segue o padrão utilizado na Figura 1, enquanto os arcos destacados em preto conectam pontos estritamente factíveis. Como esperado, as soluções encontradas para o DRO-GSF resultaram em sequenciamentos de ajustes nos controles que levam o sistema a assumir apenas pontos de operação factíveis, assim como as soluções do DRO-QSF resultaram em grafos nos quais todos os vértices estavam associados a pontos de operação factíveis.

Tabela 1: Soluções Obtidas para os Modelos de Despacho Reativo Ótimo Apresentados

Controle Reativo	Sistema IEEE de 14 barras				Sistema IEEE 30 de barras			
	Caso Base	DRO-P	DRO-GSF	DRO-QSF	Caso Base	DRO-P	DRO-GSF	DRO-QSF
V_1	1,06000	1,10000	1,10000	1,08006	1,06000	1,10000	1,09999	1,08024
V_2	1,04500	1,08567	1,07447	1,04697	1,04300	1,08463	1,07075	1,04306
V_3	1,01000	1,05636	1,04590	1,01876	—	—	—	—
V_5	—	—	—	—	1,01000	1,05280	1,04010	1,01000
V_6	1,07000	1,10000	1,10000	1,08743	—	—	—	—
V_8	1,09000	1,08721	1,08264	1,09651	1,01000	1,05881	1,04700	1,01042
V_{11}	—	—	—	—	1,08200	1,10000	1,10000	1,10000
V_{13}	—	—	—	—	1,07100	1,10000	1,10000	1,10000
b_9^{sh}	0,19000	0,28500	0,28500	0,28500	—	—	—	—
b_{10}^{sh}	—	—	—	—	0,19000	0,28500	0,28500	0,28500
b_{24}^{sh}	—	—	—	—	0,04300	0,06450	0,06450	0,06450
$t_{4,7}$	0,97500	1,02500	1,03125	0,97500	—	—	—	—
$t_{4,9}$	0,96875	0,92500	0,90000	0,96875	—	—	—	—
$t_{5,6}$	0,93125	0,98125	0,96875	0,93750	—	—	—	—
$t_{6,9}$	—	—	—	—	0,97500	1,09375	1,02500	0,97500
$t_{6,10}$	—	—	—	—	0,96875	0,91875	0,96875	0,96875
$t_{4,12}$	—	—	—	—	0,93125	0,98750	0,97500	0,94375
$t_{28,27}$	—	—	—	—	0,96875	0,95625	0,95000	0,91875
Perdas (MW)	13,3956	12,2729	12,3610	13,0387	17,5574	15,9960	16,1364	17,0123
MPOI	—	2	0	0	—	3	0	0
VAPI	—	449	427	0	—	3.863	3.734	0

Os resultados numéricos demonstram que a aplicação do PSO aos modelos propostos de DRO foi capaz de encontrar pontos de operação que são alcançáveis por meio de um sequenciamento operacional e estritamente factível de ajustes de controle para os sistemas IEEE de 14 e 30 barras. Pela análise estatística, pode-se inferir que o PSO apresentou uma maior facilidade de detecção de soluções ideais para o DRO-P que para os modelos propostos, evidenciando a dificuldade de resolução dos mesmos. Ao passo em que as soluções determinadas para o DRO-P apresentam as menores perdas de potência, é possível verificar que não existe um sequenciamento operacional e estritamente factível de ajustes para tais soluções. Constata-se que, apesar da robustez das técnicas apresentadas em Barros et al. [2022, 2023], a efetividade de tais abordagens pode ser influenciada pelo modelo de DRO empregado para a definição dos ajustes de controle, ou ainda pela utilização do módulo de controle de tensão em barras de geração durante a resolução do FP, o qual modifica a modelagem padrão do SEP, não tendo sido implementado no presente trabalho.

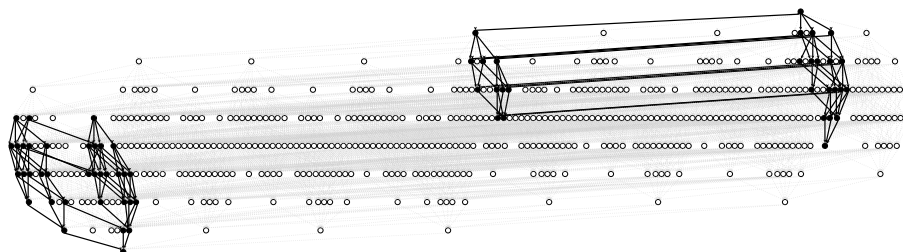


Figura 3: Grafo hipercubo representando todas as formas possíveis de implementação dos ajustes encontrados pelo DRO-P para o sistema IEEE de 14 barras.

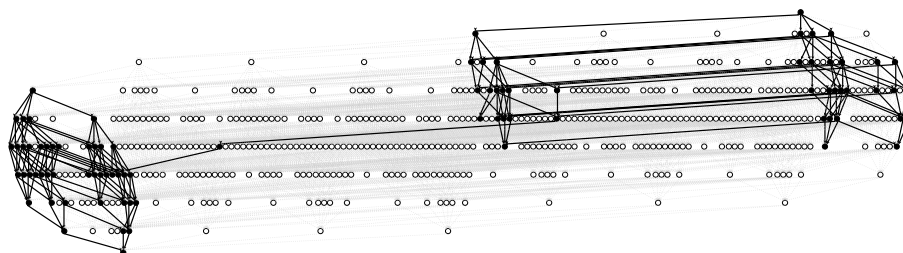


Figura 4: Grafo hipercubo representando todas as formas possíveis de implementação dos ajustes encontrados pelo DRO-GSF para o sistema IEEE de 14 barras.

Por outro lado, as soluções encontradas para o modelo DRO-QSF permitem a realização dos ajustes em uma ordem qualquer, ao passo em que se verifica que as mesmas não são capazes de levar a uma minimização efetiva das perdas. As soluções para o modelo DRO-GSF apresentaram perdas similares às soluções do DRO-P, com a característica adicional de que são adequadas para implementação prática por admitirem um sequenciamento de ajustes de controle que leva o SEP a assumir somente pontos de operação que respeitam as restrições definidas no DRO.

6. Conclusões

Apesar da variedade de métodos para resolução do DRO, pouco tem sido abordado sobre o sequenciamento operacional e estritamente factível de ajustes ótimos nos controles do SEP, a partir do qual se conduz o sistema à sua operação ótima. Assim, este trabalho apresentou dois novos modelos de DRO, visando a determinação de ajustes nos controles para os quais a existência de tal sequenciamento é garantida. A adoção dos modelos propostos levou à identificação de pontos de operação, para os sistemas de transmissão IEEE de 14 e 30 barras, nos quais os sequenciamentos de ajustes de controle atendem aos requisitos técnico-operacionais para implementação prática. A continuidade da pesquisa neste tópico inclui a exploração de metaheurísticas alternativas, a aplicação dos modelos a sistemas de maior porte e a consideração de diferentes objetivos operacionais, contribuindo para um planejamento operacional mais eficiente de SEPs.

7. Agradecimentos

Este trabalho foi realizado, em parte, com o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processo nº 2019/25104-0.

Referências

Agarwal, A., Pandey, A., Bandele, N. T., e Pileggi, L. (2022). Generalized smooth functions for modeling steady-state response of controls in transmission and distribution. *Electric Power Systems Research*, 213:108657. ISSN 0378-7796.

Alencar, M. V., da Silva, D. N., Nepomuceno, L., Martins, A. C. P., Balbo, A. R., e Soler, E. M. (2024). Discrete optimal power flow with prohibited zones, multiple-fuel options, and practical operational rules for control devices. *Applied Energy*, 358:122545. ISSN 0306-2619.

- Barros, R. M., Lage, G. G., e Rabêlo, R. A. L. (2022). Sequencing paths of optimal control adjustments determined by the optimal reactive dispatch via Lagrange multiplier sensitivity analysis. *European Journal of Operational Research*, 301(1):373–385.
- Barros, R. M., Lage, G. G., e Rabêlo, R. A. L. (2023). Graph shortest path and dynamic programming applied to sequencing ord control adjustments. In *2023 IEEE Belgrade PowerTech*, p. 01–06.
- Bukhsh, W. A., Grothey, A., McKinnon, K. I. M., e Trodden, P. A. (2013). Local solutions of the optimal power flow problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, 28(4):4780–4788.
- Capitanescu, F. e Wehenkel, L. (2011). Redispatching active and reactive powers using a limited number of control actions. *IEEE Transactions on Power Systems*, 26(3):1221–1230.
- Carpentier, J. (1962). Contribution a l'étude du dispatching économique. *Bulletin de la Société Française des Electriciens*, 3(8):431–447.
- Engelbrecht, A. P. (2007). *Computational intelligence: an introduction*. John Wiley & Sons.
- Gabriel, E., Fagg, G. E., Bosilca, G., Angskun, T., Dongarra, J. J., Squyres, J. M., Sahay, V., Kambadur, P., Barrett, B., Lumsdaine, A., Castain, R. H., Daniel, D. J., Graham, R. L., e Woodall, T. S. (2004). Open MPI: Goals, concept, and design of a next generation MPI implementation. In *Proceedings, 11th European PVM/MPI Users' Group Meeting*, p. 97–104, Budapest, Hungary.
- HSL (2024). A collection of Fortran codes for large scale scientific computation. URL <https://www.hsl.rl.ac.uk/>. Acesso em 20 jan. 2024.
- Jamal, R., Men, B., Khan, N. H., Raja, M. A. Z., e Muhammad, Y. (2021). Application of shannon entropy implementation into a novel fractional particle swarm optimization gravitational search algorithm (fpsogsa) for optimal reactive power dispatch problem. *IEEE Access*, 9:2715–2733.
- Kennedy, J. e Eberhart, R. C. (1995). Particle swarm optimization. In *Proceedings of the IEEE International Joint Conference on Neural Networks*, volume 4, p. 1942–1948.
- Liu, X., Zhang, P., Fang, H., e Zhou, Y. (2021). Multi-objective reactive power optimization based on improved particle swarm optimization with ϵ -greedy strategy and pareto archive algorithm. *IEEE Access*, 9:65650–65659.
- Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) (2022). *Procedimentos de Rede: Módulo 2 - Critérios e Requisitos, Submódulo 2.3 - Premissas, critérios e metodologia para estudos elétricos*. ONS, Brasília.
- Papalexopoulos, A. (1997). Challenges to on-line opf implementation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(1):449–451. ISSN 1558-0679.
- Ramos, J. L. M., Expósito, A. G., Cerezo, J. C., Ruiz, E. M., e Salinas, F. C. (1995). A hybrid tool to assist the operator in reactive power/voltage control and optimization. *IEEE Transactions on Power Systems*, 10(2):760–768.
- Sedgewick, R. e Wayne, K. (2011). *Algorithms*. Addison-Wesley Professional, 4th edition.
- Tinney, W. F. e Hart, C. E. (1967). Power flow solution by newton's method. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-86(11):1449–1460.