

Estimativa de Volume de Embalagens Plásticas de E-commerce via Equações Diferenciais

Murilo José de Toledo Liziér

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica - Universidade Estadual de Campinas
Endereço da Instituição
m242239@dac.unicamp.br

Petra Maria Bartmeyer

Faculdade de Ciência Aplicadas - Universidade Estadual de Campinas
Endereço da Instituição
pmb@unicamp.br

RESUMO

Estudar embalagens ótimas para e-commerce é essencial para melhorar a eficiência logística, reduzir custos e elevar a experiência do cliente. Embalagens bem dimensionadas minimizam danos e devoluções, reduzindo desperdícios e custos de envio. Além disso, a apresentação profissional reforça a imagem da marca, aumentando a satisfação do cliente. Assim, a escolha e dimensionamento corretos das embalagens são estratégias essenciais para balancear proteção, custo e sustentabilidade no e-commerce. Neste contexto, este trabalho propõe o uso de equações diferenciais ordinárias para modelar a deformação de embalagens plásticas tipo envelope, possibilitando a estimativa das dimensões e da volumetria máxima de cada tipo de embalagem.

PALAVRAS CHAVE. Equações Diferenciais, E-commerce, Modelagem Matemática.

OA – Outras aplicações em PO

ABSTRACT

Studying optimal packaging for e-commerce is essential to improve logistical efficiency, reduce costs, and enhance the customer experience. Well-sized packaging minimizes damage and returns, reducing waste and shipping costs. Additionally, professional presentation reinforces the brand image, increasing customer satisfaction. Thus, choosing and correctly sizing packaging are essential strategies to balance protection, cost, and sustainability in e-commerce. In this context, this work proposes the use of ordinary differential equations to model the deformation of plastic envelope-type packaging, enabling the estimation of dimensions and the maximum volumetric capacity for each type of packaging.

KEYWORDS. Differential Equation, E-commerce, Mathematical Modeling.

OA – Others applications of OR

1. Introdução

As embalagens plásticas desempenham um papel fundamental no e-commerce, oferecendo diversas vantagens que contribuem para a eficiência e a eficácia das operações. A leveza do material é uma vantagem significativa, pois reduz os custos de envio ao diminuir o peso total do pacote. Além disso, as embalagens plásticas são frequentemente reutilizáveis e recicláveis, o que pode mitigar o impacto ambiental quando geridas de forma adequada. Outra vantagem é a versatilidade do plástico, que pode ser moldado em diversas formas e tamanhos para se ajustar a diferentes tipos de produtos, desde eletrônicos até roupas. Finalmente, as embalagens plásticas oferecem uma barreira eficaz contra umidade e contaminantes, preservando a integridade dos produtos durante o armazenamento e o transporte. Em resumo, a escolha de embalagens plásticas no e-commerce é estratégica para balancear proteção, custo e sustentabilidade.

O dimensionamento adequado de embalagens para e-commerce é crucial para otimizar a eficiência logística, reduzir custos e melhorar a experiência do cliente. Embalagens que são bem dimensionadas garantem a proteção adequada dos produtos durante o transporte, minimizando o risco de danos e devoluções. Além disso, o uso eficiente de materiais de embalagem contribui para a sustentabilidade ambiental, reduzindo o desperdício e o impacto ecológico. No aspecto econômico, embalagens de tamanho correto ajudam a reduzir os custos de envio, pois ocupam menos espaço e peso, resultando em tarifas de transporte mais baixas. Finalmente, a apresentação profissional dos produtos em embalagens ajustadas reforça a imagem da marca e aumenta a satisfação e fidelidade do cliente.

O cadastro de mercadorias em base de dados de e-commerce tende a ocorrer de forma automatizada, como ilustrado na Figura 1. Neste caso, a mercadoria (1) é colocada em uma máquina de cubagem (2) a qual irá definir os pontos extremos do objeto (3). Uma vez que os pontos extremos são definidos, o volume da mercadoria é estimado baseado no volume da envoltória convexa calculada a partir dos pontos extremos (4).

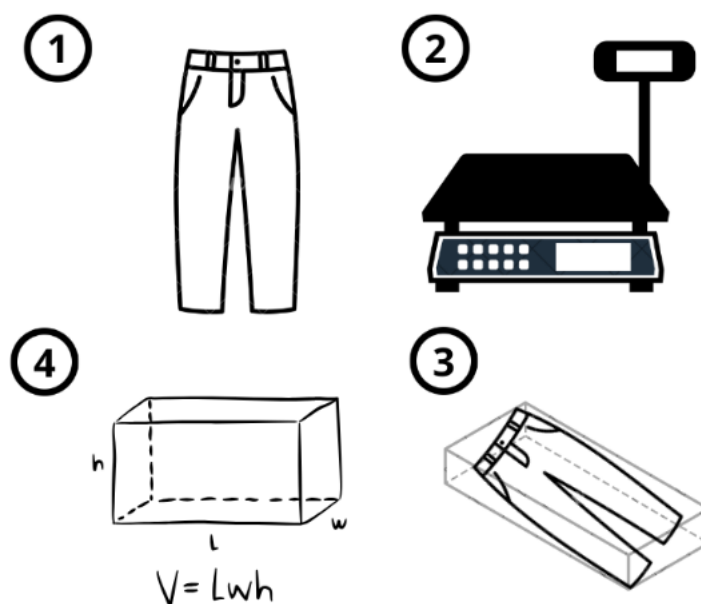


Figura 1: Etapas de cubagem de mercadorias.

O processo de cubagem permite estimar as dimensões, volume e peso das mercadorias, informações que são necessárias para a definição do conjunto ótimo de embalagens para o

e-commerce. Contudo, alguns tipos de mercadorias podem não ser bem representadas por esse processo, por exemplo, roupas, tapetes, toalhas, etc. Isso se deve ao fato de que as dimensões desses objetos se alteram a depender da forma em que ele for posicionado ou dobrado. Assim, as medidas da envoltória retangular não é uma medida suficientemente acurada para decidir a embalagem de envio deste tipo de mercadoria. Por outro lado, a estimativa do volume ainda é uma medida acurada e se torna uma alternativa válida para a decisão da embalagem.

2. Estimativa do Volume de Envelopes Plásticos

O tipo de embalagem plástica mais comum em e-commerce são embalagens do tipo envelope auto-selantes, como descrito na Figura 2.



Figura 2: (Esquerda) Envelope plástico auto-selante utilizados em e-commerce. (Direita) Formato do envelope quando atingida a volumetria máxima.

Estas embalagens têm o benefício de serem flexíveis e adaptáveis, fazendo delas uma boa opção para mercadorias não-frágeis, como objetos moldáveis e flexíveis. Como discutido no início do texto, esta classe de mercadorias é melhor representada pelo seu volume do que por suas dimensões. Isso implica que o volume da embalagem deve ser conhecido. Este é um problema conhecido como *Teabag Problem* ou *Paper Bag Problem*, e ainda não apresenta uma fórmula fechada para a estimativa do volume máximo deste tipo de objeto. De fato, este é um problema ainda pouco estudado pois ele não pode ser descrito como uma superfície de revolução, como os Balões de Mylar [Pulov et al., 2015; Kovalchuk et al., 2023].

2.1. Modelagem Via Equações Diferenciais

A modelagem via EDO força que três dos lados tenham condição de contorno igual a zero, enquanto o quarto lado a condição de contorno é representada pela parte superior de uma elipse (função $f_1(x)$). A altura da embalagem no seu volume máximo é dada pela solução ponto-a-ponto da EDO $\nabla^2 u + F = 0$, como proposto por Pruett e Hyatt [2019], que modelaram as condições de contorno de um quarto da embalagem, sendo três das fronteiras representadas por fronteiras de Dirichlet, com valor zero, e a outra, o meio da sacola, representada por um semi-circulo. Dado a deformação calculada pela EDO, esta pesquisa aplica integração numérica para estimar o volume máximo da embalagem.

Os valores estimados para o volume de um envelope serão comparados com uma fórmula aproximada proposta para envelopes retangulares ¹:

$$V = w^3 \left(h/(\pi w) - 0,142 \times (1 - 10^{(-h/w)}) \right) \quad (1)$$

onde w é a largura do envelope (dimensão menor), h é o comprimento do envelope (dimensão maior) e V é o volume máximo estimado.

¹<https://web.archive.org/web/20110629050124/https://mathworld.wolfram.com/PaperBag.html>

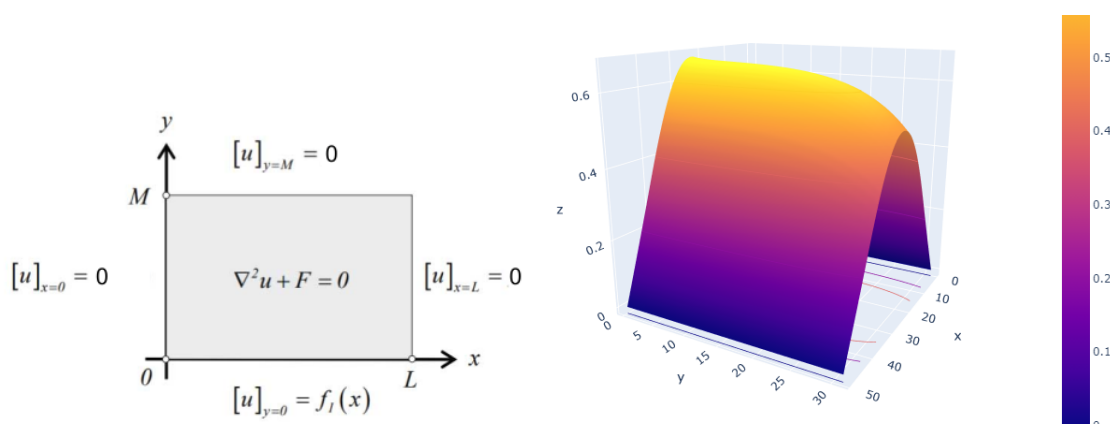


Figura 3: (Esquerda) Descrição do problema de contorno analisado — Figura adaptada de Pruett e Hyatt [2019]. (Direita) Resultado da integração computacional para a embalagem de 2×5 .

Dimensões da embalagem vazia	Volume via EDO	Volume via Fórmula (1)	Diferença (%)
2 u.C. $\times$ 2 u.C.	3.91 u.V	3.97 u.V	-1.01
2 u.C. $\times$ 5 u.C.	12.67 u.V.	11.26 u.V.	11.12
2 u.C. $\times$ 10 u.C.	27.49 u.V.	21.00 u.V.	23.60

Tabela 1: Comparação de resultados entre as estimativa de volume via EDO e via Formula (1).

3. Discussão

A necessidade de conhecer o volume máximo de uma embalagem do tipo envelope é essencial para a estimativa de métricas dentro da área de e-commerce. Porém, este ainda é um desafio para a área da matemática.

Do ponto de vista de otimização, a definição de uma estratégia de estimação do volume de envelopes plásticos permitirá a implementação de estratégias de simulação de portfólio de embalagens e a otimização do dimensional das mesmas, como já ocorre para caixas de papelão [Tiburcio et al., 2023]. Este projeto buscará continuar otimizando os resultados obtidos, via mudanças nas representações geométricas e nas condições de fronteira.

Referências

- Kovalchuk, V., Pulov, V. I., e Mladenov, I. M. (2023). Mylar balloon and associated geometro-mechanical moments. *Mathematics*, 11(12):2646.
- Pruett, H. e Hyatt, L. (2019). Approximating deformation of inflatable tubules using poisson's equation. *Journal of Applied Engineering Mathematics December*, 6:1.
- Pulov, V., Hadzhilazova, M., e Mladenov, I. (2015). The mylar balloon: An alternative description. In *Proceedings of the Sixteenth International Conference on Geometry, Integrability and Quantization*, volume 16, p. 256–270. Bulgarian Academy of Sciences, Institute for Nuclear Research and Nuclear Energy.
- Tiburcio, T., Bartmeyer, P., Martarelli, N., Xavier, E., Nunes, G. M., de Paula Nascimento, M., de Souza, K. M., e Quadrini, A. (2023). Otimização de portfólio de caixas: um estudo de caso do mercado livre.