

OTIMIZAÇÃO DE RECEITAS NO TRANSPORTE FERROVIÁRIO DE PASSAGEIROS: UMA ABORDAGEM DE PRORAMAÇÃO INTEIRA MISTA

Urango, W. N.

Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)
R. Pedro Zaccaria, 1300, Limeira-SP - CEP 13484-350
w255892@dac.unicamp.br

Fiorotto, D. J.

Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)
R. Pedro Zaccaria, 1300, Limeira-SP - CEP 13484-350
fiorotto@unicamp.br

Martinez, K. P.

ExPretio Technologies
4446 St Laurent Blvd, Suite 700, Montreal, Quebec H2W 1Z5, Canada
karim.perezmartinez@expretio.com

De Sousa, V.

ExPretio Technologies
4446 St Laurent Blvd, Suite 700, Montreal, Quebec H2W 1Z5, Canada
vilmar.desousa@expretio.com

RESUMO

O revenue management se encarrega de otimizar as receitas ao comercializar um produto ou serviço, ao mesmo tempo que responde a perguntas como: quais produtos vender? A quem vender esses produtos? Em que momento devem ser vendidos? E qual é o melhor preço de venda?. O revenue management é aplicado a diferentes indústrias. Este trabalho é aplicado ao transporte ferroviário de passageiros, onde se propõe um modelo misto inteiro, levando em consideração uma demanda independente. O modelo foi aplicado a instâncias reais. Entre as principais observações, notou-se que as soluções ótimas são encontradas explorando no máximo 1 nó, tanto para instâncias médias (de 115 e 215 origem-destino) quanto grandes (de 256 origem-destino), e que os tempos para encontrar essas soluções são relativamente altos.

PALAVRAS CHAVE. Modelagem Matemática, Programação Mista Inteira, Transporte Ferroviário de Passageiros

Tópicos (PM - Programação Matemática, L&T - Logística e Transportes)

ABSTRACT

Revenue management is responsible for optimizing revenue when marketing a product or service, while simultaneously answering questions such as, which products to sell? to whom

to sell these products? when they should be sold? and what is the best selling price? Revenue management is applied to various industries. This work is applied to passenger rail transport, where a mixed-integer model is proposed, considering independent demand. The model was applied to real instances. Among the main observations, it was noted that optimal solutions are found by exploring at most one node, both for medium instances (115 and 215 origin-destination) and large instances (256 origin-destination), and that the times to find these solutions are relatively high

KEYWORDS. Mathematical Molation, Mixed Integer Programming, Passenger Rail Transport

Paper topics (PM - Mathematical Programming, L&P - Logistics and Transport)

1. Introdução

A gestão de receitas (RM, do inglês Revenue Management) se concentra principalmente em prever a demanda, enquanto ajusta o preço e a disponibilidade de produtos para corresponder a essa demanda An et al. [2021]. Inicialmente, o campo de RM foi desenvolvido pela indústria aérea, mas foi aplicado com sucesso a outros setores industriais, como hospitalidade, restaurantes, varejo, serviços de aluguel e transporte de passageiros em geral Ciancimino et al. [1999]. O objetivo dos sistemas de RM é otimizar a disponibilidade e o preço dos produtos para gerar a máxima quantidade de receita possível.

Em particular, o principal objetivo da RM no transporte ferroviário de passageiros pode ser ilustrado com o seguinte exemplo: um operador de transporte define um itinerário para um trem específico, no qual se especificam a origem, o destino e o horário de partida. Os clientes, ou seja, os possíveis passageiros, podem comprar bilhetes antecipadamente para viajar nesse trem. Referimo-nos às classes comerciais ou produtos tarifários como os bilhetes disponíveis para venda; e ao horizonte de reserva como o período de tempo decorrido entre o momento em que os bilhetes estão disponíveis pela primeira vez para compra e a partida do trem. O horizonte de reserva geralmente é dividido em dias, de modo que cada período representa um certo dia (ou conjunto de dias) antes da partida. O principal objetivo da RM neste contexto é controlar a disponibilidade dos produtos tarifários ao longo do horizonte de reserva para maximizar a receita total. Mais especificamente, o processo de otimização visa determinar a quantidade de bilhetes de cada produto que deve estar disponível para venda em cada período do horizonte de reserva, a fim de maximizar a receita associada a cada partida de trem.

Um dos elementos-chave para maximizar as receitas totais é um modelo preciso da demanda. Combinar a oferta e a demanda para otimizar as receitas implica compreender como pensam os clientes e requer uma previsão precisa das ações dos clientes quando se deparam com uma determinada oferta de produtos Zhao e Zhao [2019]. Para os fins deste trabalho, usamos uma simplificação do comportamento da demanda e assumimos que ela é independente, o que significa que cada cliente compra um produto específico independentemente da oferta disponível no momento da compra.

2. Modelagem Matemática

O modelo proposto é baseado em fluxo e leva em consideração uma demanda independente. Além disso, o modelo segue o seguinte raciocínio: imagine que existe um grupo de pessoas que deseja viajar de E1 a E2 em um trem com capacidade de 10 assentos, e que o horizonte de reserva abrange dois períodos, P1 e P2 (onde P2 é o dia de partida). Suponha que a previsão de demanda seja maior em P2 do que em P1. Nesse caso, é necessário controlar para que não sejam disponibilizados todos os assentos para venda em P1, a fim de aproveitar a maior demanda

de P2. Portanto, deve-se "assegurar" assentos em P1 para não disponibilizá-los nesse período. Esses assentos assegurados são representados como "X", e as variáveis correspondentes aos assentos disponibilizados para venda são denominadas "Y". Assim, se se deseja disponibilizar apenas 3 assentos no período P1, teríamos $Y = 3$ e $X = 7$. No caso de querer disponibilizar o restante dos assentos em P2, teríamos $Y = 7$ e $X = 0$, assumindo que todos os bilhetes disponibilizados no período P1 tenham sido vendidos. O modelo completo é o seguinte:

Conjuntos

O : Conjunto de Estações de Origem

OD : Conjunto de Origem-Destino com itinerário

NAD : Conjunto de Origem-Destino que NÃO são Adjacentes e que tem itinerário

V : Conjunto de vagões do trem

K_v : Conjunto de Classes comerciais de cada vagão em V

T : Conjunto de Check-Points (Períodos)

Parâmetros

Q : Capacidade do trem

P_{ijk} : Preços das passagens no Origem-Destino (i, j) , vagão v e Classe de Control k , com $(i, j) \in OD, v \in V, k \in K_v$

D_{ijk} : Demanda das passagens no Origem-Destino (i, j) , vagão v e Classe de Control k , com $(i, j) \in OD, v \in V, k \in K_v, t \in T$

Variáveis de decisão

X_{ijk} : Quantidade de passagens seguradas no Origem-Destino (i, j) , vagão v e com classe de control k no período t , com $(i, j) \in OD, v \in V, k \in K_v, t \in T$

Y_{ijk} : Quantidade de passagens autorizadas no Origem-Destino (i, j) , vagão v e com classe de control k no período t , com $(i, j) \in OD, v \in V, k \in K_v, t \in T$

BNA_{ijk} : É uma variável binária que toma o valor de 1 quando $Y_{ijk} \neq 0$ e toma valor de 0 caso contrário, aplica-se apenas a Origem-Destino que não são adjacentes, com $(i, j) \in NAD, v \in V, k \in K_v, t \in T$

Variável auxiliar

A_i : Quantidade de assentos vazios disponíveis para venda na estação $i \in I$ ao longo do horizonte de reserva

Observação: Um Origem-Destino é considerado adjacente se conecta diretamente a origem e o destino sem quaisquer outras estações intermediárias entre eles, caso contrário, eles não serão adjacentes. Por outro lado, a variável A_i é uma variável auxiliar utilizada para armazenar o número de assentos vazios em cada estação de origem no horizonte de reserva.

$$\text{Max } Z = \sum_{(i,j) \in OD} \sum_{v \in V} \sum_{k \in K_v} \sum_{t \in T} P_{ijk} X_{ijk} \quad (1)$$

s.a.

$$A_i = A_{i-1} - \sum_{(i,j) \in OD / j \geq i} \sum_{v \in V} \sum_{k \in K_v} \sum_{t \in T} X_{i-1,j,v,k,t} + \sum_{(i,j) \in OD / j < i} \sum_{v \in V} \sum_{k \in K_v} \sum_{t \in T} X_{jivkt}, \quad \forall i \in O \quad (2)$$

$$\sum_{(i,j) \in OD} \sum_{v \in V} \sum_{k \in K_v} \sum_{t \in T} X_{ijk} \leq A_i, \quad \forall i \in O / i < j, i < n \quad (3)$$

$$Y_{ijk} \geq Y_{i,j,v,k+1,t}, \quad \forall (i,j), v, k, t / i < j, k < \|K\|, P_{ijk} \geq P_{i,j,v,k+1} \quad (4)$$

$$X_{ijk} \leq D_{ijk}, \quad \forall (i,j), v, k, t / i < j \quad (5)$$

$$\sum_{(i,j) \in OD} \sum_{v \in V} \sum_{t \in T} Y_{i,j,v,k,t} \leq Q, \quad k = \min\{K_v\}, \forall i \in OD \quad (6)$$

$$Y_{i,j,v,k,t} \geq X_{i,j,v,k,t}, \quad k = \max\{K_v\}, \forall (i,j), v, t \quad (7)$$

$$Y_{i,j,v,\|K_v\|-k,t} \geq X_{i,j,v,\|K_v\|-k,t} + Y_{i,j,v,\|K_v\|+k+1,t}, \forall (i,j), v, k \in K_v/k \leq \|K_v\| - 1, t \in T \quad (8)$$

$$BNA_{o,d,v,k,t} \leq Y_{o,d,v,k,t} \leq BNA_{o,d,v,k,t}Q, \quad \forall (o,d) \in NAD, v, k, t \quad (9)$$

$$BNA_{o,d,v,k,t} \leq Y_{i,j,v,k,t} \leq BNA_{o,d,v,k,t}Q, \quad \forall (o,d) \in NAD, (i,j) \in BRI_{(o,d)}, v, k, t \quad (10)$$

$$X_{0,j,v,k,t} = 0, \quad \forall j, k, t \quad (11)$$

$$A_0 = Q \quad (12)$$

$$X_{ijvkt}, Y_{ijvkt}, A_i \in \mathbb{Z}^+, BNA_{ijvkt} \in \{0, 1\} \quad (13)$$

Onde a equação 1 é a função objetivo e representa a soma do produto das variáveis garantidas pelo preço correspondente; a equação 2 é uma restrição de fluxo que calcula a disponibilidade do trem (assentos vazios) em cada estação de origem; a restrição 3 garante que o número de assentos garantidos não exceda a capacidade do trem em cada estação de origem; a restrição 4 é de hierarquia e garante que a quantidade de assentos autorizados (ou disponíveis para venda) para as classes mais caras seja maior que para as classes mais baratas; a restrição 5 garante que as quantidades garantidas não excedam a demanda; a restrição 6 garante que a classe mais cara para cada Origem-Destino não exceda a capacidade do trem; as restrições 7 e 8 são as restrições que relacionam as variáveis de garantia e de autorizações; as restrições 9 e 10 são projetadas para aqueles Origens-Destinos que contêm outros Origem-Destino e garantem que as classes dos Origem-Destino contidos dentro de outros mantenham a mesma estrutura das classes daqueles que os contêm; as restrições 11 e 12 são de inicialização, e a restrição 13 corresponde às restrições de domínio das variáveis de decisão.

3. Experimentos e resultados computacionais

O modelo foi executado em uma máquina com sistema operacional de 64 bits, Windows 11 Pro, processador 13th Gen Intel(R) Core(TM) i7-13700T de 1,40 GHz e com 16 GB de RAM. Além disso, foram utilizadas a linguagem de programação Python 9.10 e o solucionador Gurobi na versão 10.0.3. As instâncias analisadas são reais e foram fornecidas por uma empresa canadense. Ressalta-se que cada instância foi executada apenas uma vez, pois o problema está sendo resolvido exatamente.

Instância	Característica [OD,Período,Class]	Tempo Solução	Nº Nós Explorado	Nº Iterações	Nº Soluções	Z
I1	[256, 5, 15]	57,62	0	0	1	28633,95
I2	[256, 10, 15]	126,20	0	0	1	59786,82
I3	[256, 20, 15]	336,35	1	1373	9	88837,17
I4	[256, 40, 15]	812,56	1	3490	10	95368,87
I5	[215, 5, 15]	24,88	0	0	1	49676,24
I6	[215, 10, 15]	62,11	0	0	1	69815,41
I7	[215, 20, 15]	153,28	1	1591	10	75814,29
I8	[215, 40, 15]	404,10	1	4984	10	76475,68
I9	[150, 5, 15]	3,25	0	0	1	48396,59
I10	[150, 10, 15]	7,87	0	0	1	74597,84
I11	[150, 20, 15]	19,88	1	658	8	87890,45
I12	[150, 40, 15]	45,85	1	1337	10	88123,45

Tabela 1: Resultado ótimo das instâncias aplicando o modelo proposto

Onde o tempo de solução está em segundos; as características entre colchetes são o número de Origens-Destinos da instância, o número de períodos e o número de classes comerciais respectivamente, e Z é o valor ótimo encontrado.

4. Conclusões

Dos resultados na Tabela 1, pode-se mencionar que: 1) A formulação proposta é eficiente quando se trata de encontrar a solução ótima no espaço de busca, pois basta explorar o primeiro nó para encontrá-la. 2) O problema tem múltiplas soluções a partir de instâncias de tamanho médio, por exemplo, as instâncias I3, I4, I7, I8, I11, I12. Isso dá a possibilidade de revisar os valores das variáveis e verificar quais são mais convenientes para aplicar na prática, sob critérios adicionais. 3) Os tempos necessários para encontrar a solução não são atraentes para o âmbito empresarial, pois são muito altos, e é preciso lembrar que cada instância representa apenas um trem para uma única viagem.

Referências

- An, J., Mikhaylov, A., e Jung, S.-U. (2021). A linear programming approach for robust network revenue management in the airline industry. *Journal of Air Transport Management*, 91:101979.
- Ciancimino, A., Inzerillo, G., Lucidi, S., e Palagi, L. (1999). A mathematical programming approach for the solution of the railway yield management problem. *Transportation Science*.
- Zhao, X. e Zhao, P. (2019). A seat assignment model for high-speed railway ticket booking system with customer preference consideration. *Transportmetrica A Transport Science*, 15(2):776–806.