LVI SBPO SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL
DE 04 ATÉ 07 NOVEMBRO 2024
FORTALEZA | CEARÁ

MODELO UNSBM: UM MODELO PARA DEFINIÇÃO DE EFICIÊNCIAS GERAL E DE ESTÁGIO ÚNICAS NA ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

Camila Guimarães Monteiro de Freitas Alves
Instituto Federal do Rio de Janeiro / Universidade Federal Fluminense
Rua José Breves, 550, Centro, Pinheiral-RJ / Rua Passo da Pátria, 156, São Domingos, Niterói-RJ
camila_gmf@hotmail.com

Lídia Angulo Meza
Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria, 156, São Domingos, Niterói-RJ
lidia.angulo.meza@gmail.com

RESUMO

Neste artigo apresenta-se um modelo para definição de eficiências de estágio únicas. A partir da revisão da literatura de modelos de rede baseados em folga em Análise Envoltória de Dados foram identificadas questões que carecem de mais estudos, como a não exclusividade das eficiências dos estágios, as folgas não serem necessariamente únicas e as projeções de produtos intermediários não serem únicas. Desta forma, um modelo, denominado UNSBM, que define eficiências únicas e neutras para os estágios e que também considera os conflitos potenciais entre estes é proposto. Este modelo é baseado no modelo SBM-NDEA dos multiplicadores, segue o paradigma da composição e um enfoque biobjetivo. Quanto à eficiência geral, as eficiências dos estágios podem ser agregadas posteriormente para definí-la. Para a formulação do modelo, foi considerada a configuração de rede em série de dois estágios.

PALAVRAS CHAVE. Rede DEA. SBM-NDEA. Eficiências dos estágios.

Tópicos. DEA

ABSTRACT

This article presents a model for defining unique stage efficiencies. From the literature review of models of Network Slacks-Based Measure in Data Envelopment Analysis, issues that require further study were identified, such as the non-exclusivity of stage efficiencies, slack not necessarily being unique and projections of intermediate products not being unique. In this way, a model, called UNSBM, which defines unique and neutral efficiencies for the stages and which also considers potential conflicts between them is proposed. This model is based on the SBM-NDEA model of multipliers, follows the composition paradigm and a bi-objective approach. As for overall efficiency, stage efficiencies can be aggregated later to define it. To formulate the model, a two-stage series network configuration was considered.

KEYWORDS. Network DEA. SBM-NDEA. Stage efficiencies.

Paper topics. DEA

1. Introdução

Entre as diferentes evoluções dos modelos de Análise Envoltória de Dados (DEA - *Data Envelopment Analysis*), estudos têm sido desenvolvidos no sentido de avaliar a eficiência considerando-se a estrutura interna das DMUs, como em [Tone e Tsutsui 2009], [Kao e Hwang 2008] e [Lozano 2015], entre outros. Ao se analisar a estrutura interna, considera-se que os *outputs* das etapas, caracterizados como produtos intermediários, são utilizados como *inputs* para outras etapas ou como *outputs* externos do sistema. Esta abordagem para medir a eficiência de sistemas com estruturas de rede é chamada de *Network* DEA (NDEA) ou rede DEA [Färe e Grosskopf 1996]. A NDEA possibilita fornecer informações sobre as fontes específicas de ineficiência do processo organizacional e permite que a gerência planeje uma ação direcionada.

Ao longo do tempo, trabalhos que discutem a NDEA foram desenvolvidos, incluindo a medida de eficiência de rede baseada em folga - *Network Slacks-Based Measure* (SBM-NDEA). Este modelo foi introduzido por [Tone e Tsutsui 2009] considerando-se um sistema com dois estágios que não apenas incorpora os excessos de *inputs* e deficiências de *outputs*, mas também introduz as atividades de ligação interna.

Desde a sua proposta, vários modelos baseados no SBM-NDEA foram desenvolvidos. No entanto, foi observado que ainda existem questões a serem analisadas, tais como: definição de eficiências dos estágios únicas, projeção na fronteira, determinação das folgas e alvos, definição dos benchmarks, escolha da orientação, potenciais conflitos entre os estágios e o tipo de link a ser adotado. Os conflitos potenciais entre os estágios estão relacionados ao fato do primeiro estágio poder precisar aumentar seus *output*s para melhorar sua eficiência, mas tal ação aumentaria os *input*s do segundo estágio, o que, então, reduziria a eficiência do segundo estágio. Por outro lado, o segundo estágio pode precisar diminuir seus *input*s, o que diminuiria os *output*s do primeiro estágio, reduzindo sua eficiência [Liang et al. 2008]. Quanto às eficiências dos estágios, conforme observado na revisão de literatura realizada em [Alves e Angulo Meza 2023], as eficiências obtidas pelo método de decomposição aditiva de [Chen et al. 2009] são viesadas e as eficiências obtidas pelo método de decomposição multiplicativa não são exclusivas. Assim, o objetivo deste estudo é propor um modelo para definição de eficiências de estágio únicas.

2. O modelo UNSBM

O modelo proposto, denominado UNSBM (*unique efficiencies network SBM model*), o qual foi inicialmente chamado de ENSBM (*exclusive stage efficiencies network SBM model*) em [Alves 2024], define eficiências únicas e neutras para os estágios e também considera os conflitos potenciais entre estes. Quanto ao modelo UNSBM, este se baseia no modelo SBM-NDEA visto ser este um modelo no qual *input*s e *output*s podem mudar não proporcionalmente. Ainda quanto ao modelo proposto, este segue o paradigma da composição, ao contrário da abordagem de decomposição da eficiência, e um enfoque biobjetivo, semelhante ao proposto por [Despotis et al. 2016]. No que tange à abordagem de composição, as eficiências dos estágios são estimadas primeiro e a eficiência do sistema é definida *a posteriori*. Esta abordagem tem como vantagem que as eficiências dos estágios são únicas e neutras e possibilita-se uma flexibilidade para calcular a eficiência geral, já que as primeiras podem ser agregadas aditiva ou multiplicativamente. Para a definição das eficiências dos estágios, adota-se a neutralidade. Assim, nenhuma prioridade é assumida para um estágio em relação ao outro, a não ser que o tomador de decisão considere prioridades específicas aos estágios.

Ainda sobre o modelo UNSBM, este está baseado no modelo dos multiplicadores para determinar as eficiências dos estágios visto que, conforme [Chen et al. 2016], o modelo dos multiplicadores é adequado para determinar as eficiências dos estágios. Quanto ao tipo de link, foi adotado o *free* link. No *free* link, as atividades de ligação são determinadas livremente, mantendo a continuidade entre *inputs* e *outputs*, conforme [Tone e Tsustui 2009].

A técnica de escalarização utilizada para resolução do MOLP (*Multi-objective Linear Programming*) foi a função escalar substituta a partir da soma ponderada das funções objetivo originais com pesos positivos. Assim, o modelo UNSBM pode ser definido como em (1-10).

$$\text{Max } p_1\alpha_1 + p_2\,\alpha_2 \quad (1)$$

Sujeito a

$$v_i x_{io} \geq \frac{1}{m}, \quad i = 1, \ldots, m \quad (2)$$

$$w_d^1 z_{do} \geq \frac{\alpha_1}{D}, \quad d = 1, \ldots, D \quad (3)$$

$$u_r y_{ro} \geq \frac{\alpha_2}{s}, \quad r = 1, \ldots, s \quad (4)$$

$$\alpha_1 + \sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} - \sum_{d=1}^{D} w_d^1 z_{do} = 1 \quad (5)$$

$$\alpha_2 + \sum_{d=1}^{D} w_d^2 z_{do} - \sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} = 1 \quad (6)$$

$$\sum_{d=1}^{D} w_d^1 z_{dj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 0, \text{ j} = 1, \ldots, \text{n} \quad (7)$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^{D} w_d^2 z_{dj} \leq 0, \text{ j} = 1, \ldots, \text{n} \quad (8)$$

$$-w_d^1 + w_d^2 = 0 \quad (9)$$

$$\alpha_1, \alpha_2, v_i, u_r \geq 0 \quad \forall i, r \quad (10)$$

$$w_d^1, w_d^2 \; free$$

Denotam-se *n* DMUs, *j = 1, ..., n;* x_i *inputs*; y_r *outputs*; *m* o número de *inputs*; *s* o número de *outputs*; v_i o peso dos *inputs*; u_r o peso dos *outputs*; *D* é o número de produtos intermediários; w_d^1 é o peso dos produtos intermediários como *outputs* do primeiro estágio; w_d^2 é o peso dos produtos intermediários como *inputs* do segundo estágio; z_{do} são os produtos intermediários; α_1 é a eficiência do estágio 1 e α_2 é a eficiência do estágio 2.

A função objetivo (1) representa a soma ponderada das funções objetivo sendo p_1 o peso relacionado à eficiência do estágio 1, e p_2 o peso relacionado à eficiência do estágio 2. Já as restrições (2) a (4) restringem os valores de v_i, w_d^1, w_d^2 *e* u_r para o ortante positivo, tal como afirmado em Tone (2001). No que diz respeito à restrição (5), esta define a eficiência do estágio 1, que é dada por 1- ($\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} - \sum_{d=1}^{D} w_d^1 z_{do}$), isto é, subtrai-se a ineficiência deste estágio. A determinação da eficiência para o estágio 2 é análoga ao estágio 1, a qual corresponde à restrição (6). No que tange às restrições (7) e (8), estas garantem que a eficiência seja menor ou igual a 1 em cada estágio, ou seja, a soma dos *outputs*/soma dos *inputs* deve ser menor ou igual a 1. Já a restrição (9) implica que os pesos dos produtos intermediários são iguais, independentes se estes são *inputs* de um estágio ou *outputs* para outro, mostrando que o modelo é capaz de lidar com os conflitos potenciais entre os estágios.

Uma vez estimadas as eficiências dos estágios, a eficiência geral é calculada agregando as eficiências dos estágios de forma aditiva ou multiplicativa.

3. Resultados e Discussão

A partir de um exemplo numérico que considerou 2 *inputs*, 2 variáveis intermediárias e 2 *outputs*, em um sistema de rede de dois estágios, pôde-se analisar as eficiências obtidas com o modelo UNSBM. Comparando-se as eficiências gerais obtidas a partir do modelo SBM de medidas intermediárias variáveis (VSBM) de [Chen et al. 2016] e do modelo UNSBM, estas foram maiores no modelo UNSBM do que no modelo VSBM, apesar deste último ter como foco a perspectiva do sistema. No que diz respeito às eficiências dos estágios, estas foram menores no modelo UNSBM do que no modelo de [Despotis et al. 2016] com exceção para os estágios que foram eficientes em ambos. Além disso, no modelo UNSBM foi utilizada a agregação aditiva e no de [Despotis et al. 2016], a multiplicativa, sendo que esta última pode apresentar uma visão pessimista para a eficiência geral. Como as eficiências dos estágios obtidas a partir do modelo UNSBM são menores, isto mostra o aumento do poder discriminatório possibilitado por este.

Além disso, essas eficiências menores podem ter acontecido devido ao fato do modelo de [Despotis et al. 2016] ser baseado no CCR e o modelo proposto ser desenvolvido a partir do SBM, o qual inclui as folgas. Já às eficiências dos estágios derivadas do modelo VSBM não são únicas já que este está baseado na decomposição da eficiência. Assim, torna-se complexa a comparação com os intervalos dos valores máximo e mínimo das eficiências dos estágios.

4. Conclusões

O modelo proposto superou as deficiências destacadas para os métodos de decomposição aditiva e multiplicativa por fornecer pontuações de eficiências únicas e neutras para os dois estágios. Diferentemente da maioria dos modelos SBM-NDEA desenvolvidos, o modelo proposto foi baseado no modelo dos multiplicadores, sendo capaz de lidar com os conflitos potenciais entre os dois estágios. Quanto ao tipo de link, o modelo proposto adotou o *free* link, o qual permite que os produtos intermediários sejam alterados, desde que seja mantida a condição de continuidade, ou seja, não são gerados desperdícios no sistema já que a quantidade produzida é igual à consumida. Isto é uma vantagem tendo em vista que, com a concorrência existente no mercado, as empresas têm prezado por manter uma estrutura de custo enxuta.

Além disso, o modelo pode ser utilizado como ferramenta gerencial de análise de eficiência, que pode levar as organizações à maior qualidade, competitividade e lucratividade.

Referências

Alves, C. G. M. F. e Angulo-Meza, L. (2003). A review of network DEA models based on slacks-based measure: evolution of literature, applications and further research direction. *International Transactions in Operational Research*, 30: 2729 - 2760.

Alves, C. G. M. F. (2024). O modelo ENSBM: Um modelo de composição para redes de dois estágios na Análise Envoltória de Dados. Tese de Doutorado em Engenharia de Produção, Universidade Federal Fluminese.

Chen, Y.; Cook, W. D.; Li, N. e Zhu, J. (2009). Additive efficiency decomposition in two-stage DEA. *European Journal of Operational Research,* 196:1170–1176.

Chen, Y.; Li, Y.; Liang, L.; Salo, A. e Hu, H. (2016). Frontier projection and efficiency decomposition in two-stage processes with slacks-based measures. *European Journal of Operational Research*, 250: 543-554.

Despotis, D. K.; Sotiros, D. e Koronakos, G. (2016). A network DEA approach for séries multi-stage processes. *Omega*, 61: 35–48.

Färe, R. e Grosskopf, S. (1996). Intertemporal production frontiers. Kluwer Academic Publishers, Boston.

Kao, C. e Hwang, S-N. (2008). Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: an application to non-life insurance companies in Taiwan. *European Journal of Operational Research*, 185: 418–429.

Liang, L.; Cook, W. D. e Zhu, J. (2008). DEA models for two-stage processes: game approach and efficiency decomposition. Naval Research Logistics , 55: 643–653.

Lozano, S. (2015). Alternative SBM model for Network DEA. *Computers and Industrial Engineering*, 82: 33-40.

Tone, K. e Tsutsui, M. (2009). Network DEA: A slacks-based measure approach. *European Journal of Operational Research*, 197: 243–252.