

Oferta dinâmica ótima para entregadores ocasionais estocásticos

André Gustavo dos Santos

UFV - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, Brasil
andresantos@ufv.br

Xenia Klimentova

INESC TEC - Instituto de Engenharia de Sistemas e Computadores, Tecnologia e Ciência, Portugal
xenia.klimentova@inesctec.pt

Ana Viana

ISEP - Instituto Superior de Engenharia do Porto, Porto, Portugal
agv@isep.ipp.pt

João Pedro Pedroso

FCUP - Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, Porto, Portugal
jpp@fc.up.pt

RESUMO

Os custos da última milha das entregas podem representar 50% dos custos totais em vendas online. Para reduzir este custo, algumas empresas usam *crowdsourcing*, convidando entregadores ocasionais (EOs) não-profissionais para contribuir com as entregas, reduzindo o uso de sua frota profissional (FP). Propomos um modelo estocástico e dinâmico assumindo que os EOs chegam à loja sequencialmente e que sua probabilidade de aceitar realizar uma entrega depende do valor oferecido, modelado por uma função sigmoide. O objetivo é determinar os valores ótimos de oferta para cada EO de forma a minimizar o custo total esperado das entregas. As expressões apresentadas podem ser usadas para gerar uma tabela de oferta ótima. Neste resumo estendido, apresentamos apenas os casos em que o custo de uso da FP é proporcional ao número de entregas.

PALAVRAS CHAVE. crowdsourcing, última milha da entrega, otimização estocástica, entregadores ocasionais, modelo dinâmico.

Tópicos: L&T - Logística e Transporte, OC - Otimização Combinatória

ABSTRACT

The last-mile costs of deliveries can represent 50% of total costs in online sales. To reduce this cost, some companies use crowdsourcing, inviting occasional couriers (EOs) to contribute to deliveries, reducing the use of their professional fleet (FP). We propose a stochastic-dynamic model assuming that EOs arrive at the store sequentially and their probability of accepting a delivery depends on the offered value, modeled by a sigmoid function. The objective is to determine the optimal offer values for each EO in order to minimize the total expected cost of deliveries. The expressions presented can be used to generate a table of optimal offers. In this extended abstract, we present only the cases where the cost of using the FP is proportional to the number of deliveries.

KEYWORDS. crowdsourcing, last mile delivery, stochastic optimization, occasional drivers, dynamic model.

Paper topics: L&T – Logistics and Transport, OC – Combinatorial Optimization

1. Introdução

Consideramos o contexto de uma empresa que possui uma frota profissional (FP) de veículos usada para entrega de encomendas feitas online. A empresa, no entanto, deseja diminuir os custos de entrega por *crowdsourcing*, usando Entregadores Ocasionais (EO), potenciais indivíduos que podem realizar a entrega em domicílio, como proposto por Archetti et al. [2016]. Esses podem ser, por exemplo, clientes que visitam a loja fisicamente e aceitam um desconto em sua compra para entregar uma encomenda a um destino próximo à sua rota de retorno da loja.

Neste trabalho, assumimos que existe uma estimativa do número de EOs e que eles chegam sequencialmente à loja. Já as encomendas online para entrega em domicílio são conhecidas a priori. Um EO pode aceitar ou não realizar uma entrega, com uma probabilidade definida em função do valor oferecido pela loja. A seguinte notação será usada ao longo do texto:

- n : número de potenciais EOs;
- m : número de encomendas online para entrega;
- F : custo da frota profissional realizar uma entrega;
- c : variável de decisão que indica o valor oferecido ao EO;
- $p(c)$: probabilidade do EO aceitar uma entrega pelo valor c .

O objetivo é determinar o valor ótimo a ser oferecido pela empresa a cada EO de forma a minimizar o custo total esperado de entrega, que inclui os valores pagos aos EOs e à FP. O problema é, na verdade, uma sequência de decisões, pois um valor de oferta deve ser decidido a cada EO que chega à loja. Além disso, é um problema estocástico, pois cada EO pode aceitar ou não a oferta. Trata-se, portanto, de um processo estocástico e dinâmico em que a cada EO uma ação deve ser tomada (quanto oferecer?) de forma a minimizar o custo esperado ao final do processo.

A seguir um breve estudo de alguns casos, em ordem de complexidade. Note que consideramos a mesma função de probabilidade para todos os EOs e o mesmo custo da FP para todas as encomendas. Versões mais gerais serão discutidas numa versão estendida deste trabalho.

2. Encomenda única e único entregador

Na versão mais simples do problema, existe uma única encomenda e um único EO. O custo ótimo esperado $E_{1,1}$ neste caso é dado pela expressão (1). Nesse caso, se o EO aceita entregar, o custo da entrega é o valor c oferecido; senão, é o custo F pago à FP. Chamaremos de $c_{1,1}$ a solução ótima deste problema.

$$E_{1,1} = \min_{c \in [0, F]} [p(c) \cdot c + (1 - p(c))F] \quad (1)$$

Função Sigmoid A probabilidade $p(c)$ do EO aceitar entregar uma encomenda por um valor c pode ser modelada por uma função não-decrescente. Neste trabalho usamos a função sigmoide (2):

$$p(c) = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1 c)}} \quad (2)$$

onde β_0 e β_1 são constantes, com $\beta_1 \geq 0$.

A Figura 1 ilustra, à esquerda, a função sigmoide $p(c)$ para $\beta_0 = -5$ e $\beta_1 = 1$ e à direita a curva do custo esperado $E(c)$ dado pela equação minimizada em (1) para $F = 10$. O ponto na curva indica o custo mínimo esperado, $E_{1,1}^* \approx 7.07373$, para o valor ótimo de oferta $c_{1,1}^* \approx 6.07373$.

Uma análise dessa função revela que é uma função quase convexa (ou unimodal) e que existe um único mínimo, dado pela expressão (3)¹:

$$E(\hat{c}) = F - \frac{W(e^{\beta_1 F + \beta_0 - 1})}{\beta_1} = \hat{c} + \frac{1}{\beta_1}, \text{ com } \hat{c} = F - \frac{1 + W(e^{\beta_1 F + \beta_0 - 1})}{\beta_1}. \quad (3)$$

¹por limite de espaço, as provas das expressões foram omitidas

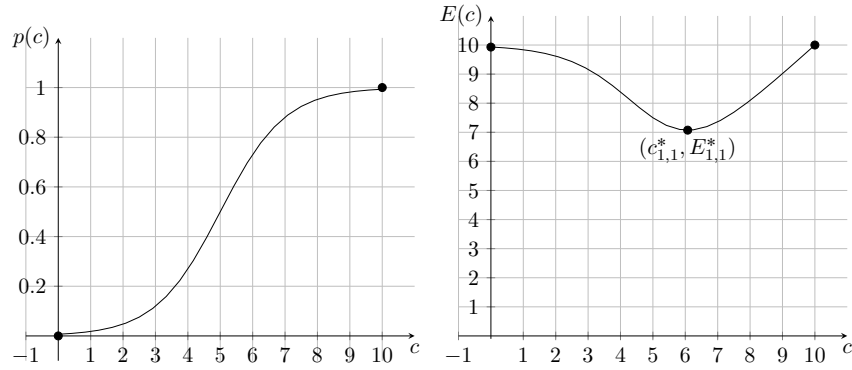


Figura 1: Esquerda: probabilidade de um EO aceitar entregar pelo valor de oferta c , com $p(c) = \frac{1}{1+e^{-(5+c)}}$. Direita: Custo esperado de entrega, $E(c)$, para $F = 10$ e a solução ótima $(c_{1,1}^*, E_{1,1}^*)$.

Nessa expressão, $W(\cdot)$ é a função W de Lambert, que não pode ser expressa em termos de funções elementares, mas pode ser rapidamente aproximada, por exemplo, pelo método de Halley, como proposto em Corless et al. [1996].

Em nosso caso, a função $E(c)$ é minimizada no intervalo $[0, F]$. É possível mostrar que para $F \leq \frac{e^{\beta_0+1}}{\beta_1}$ temos $\hat{c} \leq 0$. Nesse caso, assumimos $c_{1,1} = 0$ (consequentemente $E_{1,1} = \frac{F}{e^{\beta_0+1}}$).

3. Encomenda única e múltiplos entregadores

Neste caso, a empresa tem apenas uma encomenda, mas n potenciais EOs. A cada EO que chega à loja e rejeita a oferta, o problema se reduz ao problema com um EO a menos. O custo esperado para n EOs pode ser descrito pela seguinte expressão recursiva:

$$E_{1,n} = \min_{c \in [0, F]} [p(c) \cdot c + (1 - p(c)) \cdot E_{1,n-1}] \quad (4)$$

onde $E_{1,1}$ é definido por (1). Seja $c_{1,j}$ a solução ótima para o problema $E_{1,j}$. O vetor de ofertas $(c_{1,n}, c_{1,n-1}, \dots, c_{1,1})$ indica o valor ótimo de oferta para os EOs, em sequência.

Como exemplo, considere novamente $p(c) = \frac{1}{1+e^{-(5+c)}}$ e $F = 10$. A Figura 2 mostra as curvas de custo esperado para três EOs, cada uma considerando o custo esperado de um EO a menos. Nesse caso, temos:

- $E_{1,1}^* \approx 7.07373$ com oferta de $c_{1,1}^* \approx 6.07373$
- $E_{1,2}^* \approx 6.03653$ com oferta de $c_{1,2}^* \approx 5.03653$
- $E_{1,3}^* \approx 5.45607$ com oferta de $c_{1,3}^* \approx 4.45607$

Então, o custo esperado é de 5.45607. A empresa deve oferecer 4.45607 ao primeiro EO. Se ele rejeitar a oferta, deve oferecer 5.03653 ao segundo. Se ele rejeitar, deve oferecer 6.07373 ao último. Note que o custo esperado neste último caso corresponde ao da seção anterior, já que ao final há apenas um potencial EO.

4. Múltiplas encomendas e múltiplos entregadores

Por fim, considere o caso de m encomendas e n potenciais entregadores. Um estado do problema é dado por um par (m, n) e o custo esperado desse estado é dado pela recorrência:

$$E_{m,n} = \min_{c \geq 0} [p(c) \cdot (c + E_{m-1,n-1}) + (1 - p(c)) \cdot E_{m,n-1}], \quad (5)$$

onde $E_{0,n} = 0$ e $E_{m,0} = m \cdot F$. Se o EO aceita entregar, a empresa paga a oferta c e o custo esperado para entrega das demais $m - 1$ encomendas com $n - 1$ EOs. Se ele rejeita, o custo esperado é o da entrega de toda as m encomendas com os $n - 1$ EOs restantes.

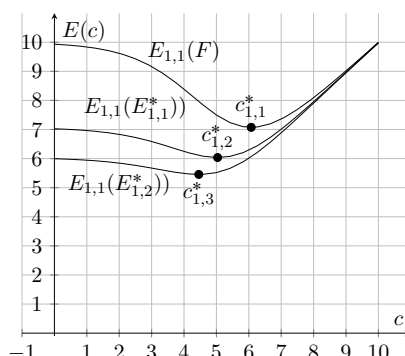


Figura 2: Curvas de custo esperado para 1, 2 e 3 EOs e o valor ótimo de oferta para cada um. Como esperado, quanto mais EOs, menor o valor ótimo de oferta para o primeiro EO.

$i \setminus j$	1	2	3	4	5
1	6.07373	5.03653	4.45607	-	-
2	6.07373	6.07373	5.48567	5.03279	-
3	6.07373	6.07373	6.07373	5.69509	5.33312

Tabela 1: Valor de oferta em cada estágio de (5) com $m = 3$, $n = 5$ para $p(c) = \frac{1}{1+e^{-(5+c)}}$ e $F = 10$.

Considere novamente $p(c) = \frac{1}{1+e^{-(5+c)}}$ e $F = 10$. Para $m = 3$ encomendas e $n = 5$ EOs, a Tabela 1 mostra o valor ótimo de oferta quando há i encomendas e j EOs restantes.

No início ($i = 3$, $j = 5$), deve-se oferecer 5.33312 ao primeiro EO. Caso ele aceite, deve-se oferecer 5.03279 ao próximo EO (2 encomendas e 4 EOs restantes), mas se rejeitar, deve-se oferecer 5.69509 ao próximo EO (3 encomendas e 4 EOs restantes). Deve-se continuar oferecendo os valores da tabela até não haver encomendas ou EOs. Por fim, pagar $10 \cdot i$ para a FP entregar as i encomendas restantes, se houver.

O custo esperado para este conjunto ótimo de ofertas é $E_{3,5}^* = 17.82198$. Os valores dos problemas menores calculados para atingir este ótimo são mostrados na Tabela 2.

$E_{i,j}$	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	-	-	-
1	10	7.07373	6.03653	5.45607	-	-
2	20	17.07373	14.14746	12.52220	11.48886	-
3	30	27.07373	24.14746	21.22119	19.21729	17.82198

Tabela 2: Custo esperado em cada estágio de (5) com $m = 3$, $n = 5$, para $p(c) = \frac{1}{1+e^{-(5+c)}}$ e $F = 10$.

Agradecimento Este projeto foi financiado pela FCT - Fundação para a Ciência e a Tecnologia, projeto POCI-01-0145-FEDER-028611. O primeiro autor agradece também o apoio da CAPES, da Fapemig e da Funarbe.

Referências

- Archetti, C., Savelsbergh, M. W. P., and Speranza, M. G. (2016). The vehicle routing problem with occasional drivers. *European Journal of Operational Research*, 254:472–480.
- Corless, R. M., Gonnet, G. H., Hare, D. E. G., Jeffrey, D. J., and Knuth, D. E. (1996). On the lambert w function. *Advances in Computational Mathematics*, 5:329–359.