

Modelo Exato para Otimização do Problema do Sequenciamento para Produção Multi-Estágio e Tarefas em Máquinas Paralelas Considerando tempo *Setup*: Estudo de Caso do Beneficiamento de Rochas Ornamentais

Thiago Brocco Sarcinelli

Instituto Federal do Espírito Santo, ES
Serra, ES
thiagobrocco@gmail.com

Leandro C. Resendo

Instituto Federal do Espírito Santo, ES
Serra, ES
leandro@ifes.edu.br

RESUMO

Este artigo propõe um modelo de Programação Linear Inteira (ILP) para resolver o problema do *Job Shop Scheduling* (JSS) na indústria de rochas ornamentais. Para a modelagem, o problema foi classificado como um JSS considerando um processamento em múltiplos estágios, com máquinas paralelas e tempo de *setup* dependendo do tipo de material. Nos experimentos numéricos, as instâncias analisadas foram divididas em grupo, buscando investigar cenários de diferentes configurações de demandas, manutenção de máquinas, aquisição de novas máquinas e a modernização de máquinas. Mostrando que decisões estratégicas devem ser sustentadas por análises matemáticas e experimentos, os resultados indicam que nem sempre a modernização de uma máquina é a melhor opção de investimento.

PALAVRAS CHAVE. Programação Linear Inteira, Job Shop Scheduling, Rochas ornamentais.

Tópicos: PM – Programação Matemática; POI – PO na Indústria

ABSTRACT

This article proposes an Integer Linear Programming (ILP) model to solve the Job Shop Scheduling (JSS) problem in the ornamental stone industry. For modeling, the problem was classified as a JSS considering multi-stage processing with parallel machines and setup times depending on the type of material. In the numerical experiments, the analyzed instances were divided into groups to investigate scenarios with different demand configurations, machine maintenance, acquisition of new machines, and machine modernization. Demonstrating that strategic decisions must be supported by mathematical analysis and experiments, the results indicate that modernizing a machine is not always the best investment option.

KEYWORDS. Integer Linear Programming; Job Shop Scheduling; Ornamental stone.

PM – Mathematical Programming; POI – OR in Industry

1. Introdução

A indústria de rochas ornamentais representa US\$1,1 bilhão em exportações no Brasil, sendo essa uma fatia significativa nos embarques nacionais das exportações do setor [Mineração, 2024]. Infelizmente, grande parte das exportações são de rocha bruta, ao invés de produtos acabados e com maior valor agregado. Parte da responsabilidade por essa característica de exportação se dá pela falta de investimento nos parques industriais de beneficiamento de rocha. O processo de fabricação de produtos acabados ou semi-acabados envolve uma série de etapas complexas e interligadas, que demandam um planejamento eficiente para garantir a qualidade e a produtividade [Vidal et al., 2013].

A fabricação de peças semi-acabadas de rochas ornamentais é um exemplo típico de processo que envolve vários estágios. Sendo que cada etapa requer diferentes recursos, tempos de processamento e restrições específicas, tornando o planejamento e a programação dessas operações um desafio complexo. Em uma indústria típica, as principais etapas são: a retirada da rebarba dos blocos; o fatiamento, dos blocos em chapas; e o polimento das chapas. Nesse cenário ainda deve ser considerado que as etapas seguem exatamente essa ordem e que existe um tempo de *setup* entre o processamento dos blocos nas máquinas. Também é importante destacar que esse tempo de *setup* depende das máquinas, que possuem diferentes complexidades, e dos blocos, pois esses possuem diferentes graus de dureza [Vidal et al., 2013].

Ao considerar a natureza específica da fabricação de rochas ornamentais, é essencial levar em conta fatores como a variabilidade dos materiais, a flutuação da demanda, manutenções em máquinas e as restrições de capacidade de produção. Além disso, aspectos como minimização do tempo de produção, otimização do uso de recursos e maximização da qualidade dos produtos finais são cruciais para o sucesso operacional de qualquer empresa [da Silva and Almeida, 2020].

A busca pela eficiência na execução do beneficiamento de um conjunto de blocos, no processo industria descrito, pode ser interpretado como um problema otimização de logística. Mais especificamente, esse cenário pode ser modelado como um problema de *Job Shop Scheduling* com multiestágios, máquinas paralelas e tempo de *setup*.

O problema do *job shop*, no qual diversas tarefas devem ser processadas em uma série de máquinas, é amplamente estudado na literatura de otimização. No entanto, quando aplicado a processos específicos, como a fabricação de rochas ornamentais, surgem novos desafios que demandam adaptações e extensões desses modelos clássicos. Nesse contexto, o problema do *n-job, k-shop, M-stage flow*, que considera múltiplas etapas de processamento, surge como uma abordagem relevante para a otimização dos processos industriais [Vanteddu and Nicholls, 2020]. Nesse contexto, a aplicação de técnicas de otimização, como a Programação Linear Inteira (ILP) ou heurísticas, tem se mostrado uma abordagem promissora para lidar com os desafios enfrentados pela indústria, investigando o problema e as características de boas soluções, [SRIKAR and GHOSH, 1986] e [de Souza and et.al, 2020].

Apesar da relevância da busca pela eficiência do processo de beneficiamento de rochas ornamentais, não encontramos na literatura nenhum trabalho tratando especificamente da otimização dessa logística. Considerando a generalização do problema descrito, como um problema de sequenciamento de tarefas a máquinas e uma produção multi-estágio com máquinas paralelas e tempo de *setup*, encontramos alguns trabalhos na literatura. Aqui destacamos o trabalho de [Lu et al., 2023] que aborda um problema de agendamento de fluxo de produção híbrido com sub-lotes consistentes e intercalados (LHFSP-CIS). No trabalho foi proposto um modelo de programação linear inteira mista (MILP) e um algoritmo heurístico iterativo adaptativo guloso (HAIG). O algoritmo HAIG proposto utilizou uma codificação em duas camadas, sendo uma busca local adaptativa e um critério de aceitação de soluções inferiores. No artigo, o algoritmo mostrou vantagens na eficácia e robu-

tez. Em contraste, o estudo [Shao et al., 2021] explora um problema de agendamento distribuído de fluxo flexível sem espera (DNWFFSP). Um modelo MILP e uma heurísticas construtivas foram propostas. Destacamos também o artigo do [Varela et al., 2017] onde é investigado o problema de agendamento de fluxo de produção com sub-lotes, propondo um algoritmo heurístico adaptativo iterativo guloso. O artigo valida o algoritmo proposto mostrando sua aplicabilidade em cenários industriais reais.

Diferente dos trabalhos encontrados na literatura, neste artigo propomos um modelo de Programação Linear Inteira (ILP) baseado no problema de *job shop scheduling M-stage* com máquinas paralelas e tempo de *setup*, adaptado às especificidades do beneficiamento de rochas ornamentais. O objetivo principal do desenvolvimento desse método de otimização consiste em investigar a logística desse processo industrial considerando suas características. A formulação matemática aqui proposta, além de melhorar a eficiência operacional do processo, reduzir os custos e aumentar a qualidade dos produtos finais, busca investigar o processo de otimização da logística desse tipo de indústria. Como apresentado nos experimentos computacionais, o modelo proposto também fornece um indicativo para análise de reestruturação de uma indústria em casos trocas ou aquisição de máquinas, e o impacto na produção devido a paradas para a manutenção. Cabe destacar que os resultados desse trabalho também fornecem “*insights*” sobre a qualidade de uma solução e “*benchmarks*” para trabalhos futuros.

Após essa seção de introdução, o artigo está estruturado da seguinte forma: Na Seção 2, são apresentados trabalhos relacionados com o tema; na Seção 3 é apresentado o modelo matemático proposto; a Seção 4 apresenta e analisa os resultados alcançados com os experimentos; por fim, na Seção 5 são apresentadas as considerações finais e proposta de trabalhos futuros.

2. Trabalhos Correlatos

O artigo [Xiong et al., 2022] apresenta um levantamento abrangente sobre o *job shop scheduling* (JSS), onde é abordado uma variedade de aspectos relacionados ao JSS, incluindo definições, formulações matemáticas, algoritmos heurísticos e aplicações industriais. Ele examina diferentes abordagens de modelagem e técnicas de solução, como programação inteira (ILP) e inteira mista (MILP), meta-heurísticas e outros métodos exatos. Além disso, o artigo discute os desafios práticos associados à implementação de soluções de JSS em ambientes industriais, destacando a importância de considerar restrições de capacidade, sequenciamento de operações e prazos de entrega. Mesmo não sendo abordado todas as características do problema investigado nesse trabalho, o artigo de [Xiong et al., 2022] forneceu inspiração para o modelo aqui proposto.

Problemas do tipo JSS são comumente resolvidos utilizando técnicas matemáticas como Programação por Restrições (CP) ou Programação Linear Inteira (ILP) devido à sua capacidade de modelar com precisão problemas complexos de agendamento. No entanto, a obtenção de soluções por meio dessas técnicas pode exigir um alto custo computacional devido ao fato desse problema pertencer à classe de NP-Hard [Da Col and Teppan, 2022]. Assim, cenários de grande escala sempre trazem situações desafiadoras às modelagens exatas. Sendo comum encontrar propostas de heurísticas para obter soluções de boa qualidade para o JSS, como abordado no artigo [Marichelvam et al., 2014] que propõe um algoritmo meta-heurístico chamado busca de cuco ou *cuckoo search* (CS), projetado para minimizar o tempo de atendimento no problema de *Hybrid Flow Shop*.

O artigo de [Javad et al., 2013] foi abordado o problema da programação do tipo *Hybrid Flow Shop* (HFS) com tempos de configuração dependentes da sequência e precedência de tarefas. O estudo apresenta um novo modelo matemático para esse problema e avalia o desempenho de três algoritmos heurísticos: Algoritmo Genético (GA), Algoritmo Competitivo Imperialista (ICA) e GA-ICA Híbrido (HGICA). Os algoritmos foram testados em várias instâncias e seus parâmetros calibrados usando a Metodologia de Superfície de Resposta. O estudo sugere que pesquisas futuras

poderiam explorar outros algoritmos de otimização e considerar restrições de precedência entre os trabalhos.

O trabalho de [Choi and Lee, 2009] aborda um problema de agendamento em um ambiente de fluxo híbrido de duas etapas, onde a função objetivo considerada buscou minimizar o número de trabalhos atrasados. O estudo propõe um algoritmo de ramificação e limitação que pode fornecer soluções ótimas. O algoritmo incorpora métodos para calcular limites inferiores e superiores e duas propriedades que caracterizam as soluções ótimas para reduzir o espaço de busca. Já o estudo Wang and et.al. [2022] desenvolve um modelo matemático e um algoritmo heurístico para resolver o problema de agendamento de sistemas de manufatura de fluxo flexível (FFS), com tempo de configuração dependente da sequência. No trabalho, a função objetivo usada foi a minimização do tempo de produção (*makespan*). Os resultados de ambos os modelos são comparados para encontrar as soluções ótimas.

Embora esses trabalhos forneçam *insights* importantes, há uma lacuna na literatura em relação à aplicação de modelos MILP específicos para o problema de n-job shop, M-stage flow, em fábricas de rochas ornamentais, com máquinas paralelas e tempos de *setup* dependendo do produto a ser processado e do tipo de máquina. Nosso estudo busca contribuir com essa área de pesquisa, desenvolvendo um modelo matemático e realizando experimentos computacionais para avaliar sua eficácia em diferentes cenários.

3. Modelo Proposto

A Figura 1 ilustra o fluxo de processamento em três estágios distintos, cada um composto por máquinas paralelas. No exemplo está representado um processo com 2 máquinas de rebarba, 3 fatiadoras e 2 politrizes. Também está representado uma demanda de 6 blocos, sendo que a máquina processará os blocos 2 e 4, a máquina 2 processará os blocos 3, 1, 5 e 6, e a máquina 5 processará os blocos 2 e 3. Adicionalmente, a figura também ilustra algumas variáveis do modelo, que serão explicadas a seguir. No modelo proposto nesse trabalho, o fluxo de produção no beneficiamento de rochas começa em um nó virtual inicial, deve passar em uma máquina em cada etapa e termina em um nó virtual final. As máquinas em cada estágio processam blocos sequencialmente até que o processamento esteja completo.

No primeiro estágio, as máquinas estão relacionadas à função de Rebarba (R), onde os blocos passam por operações de desbaste. No segundo estágio, as máquinas realizam operações de Fatiamento (F), cortando os blocos de acordo com especificações predeterminadas. No terceiro estágio, a função é a Politriz (P), onde as placas são polidas para acabamento. Adicionalmente, a figura mostra que a partir de uma máquina de um estágio o bloco pode seguir para qualquer outra do próximo estágio. Essa flexibilidade é importante para a distribuição das tarefas no processo.

O modelo de programação linear inteira proposto nesse trabalho utiliza a ideia de interligação de duas modelagem clássicas da literatura. Nessa modelagem é criado um fluxo de atendimento dos blocos nas máquinas, análogo ao problema do roteamento de veículos, onde um bloco ‘parte’ de um nó virtual, deve percorrer um ‘nó’ (máquinas) em cada estágio e ‘chega’ em outro nó virtual. Interligado a esse problema temos a modelagem clássica do sequenciamento de tarefas, para ordenar o ‘atendimento’ dos blocos nas máquinas. A Tabela 1 apresenta os elementos do modelo propostos, com as notações, conjuntos e variáveis de decisão.

Função Objetivo:

O objetivo usado neste modelo é a minimização do tempo total de produção (*makespan*). A Expressão 1 apresenta essa minimização.

$$\text{Min: } W \quad (1)$$

Restrições do fluxo dos blocos nas etapas:

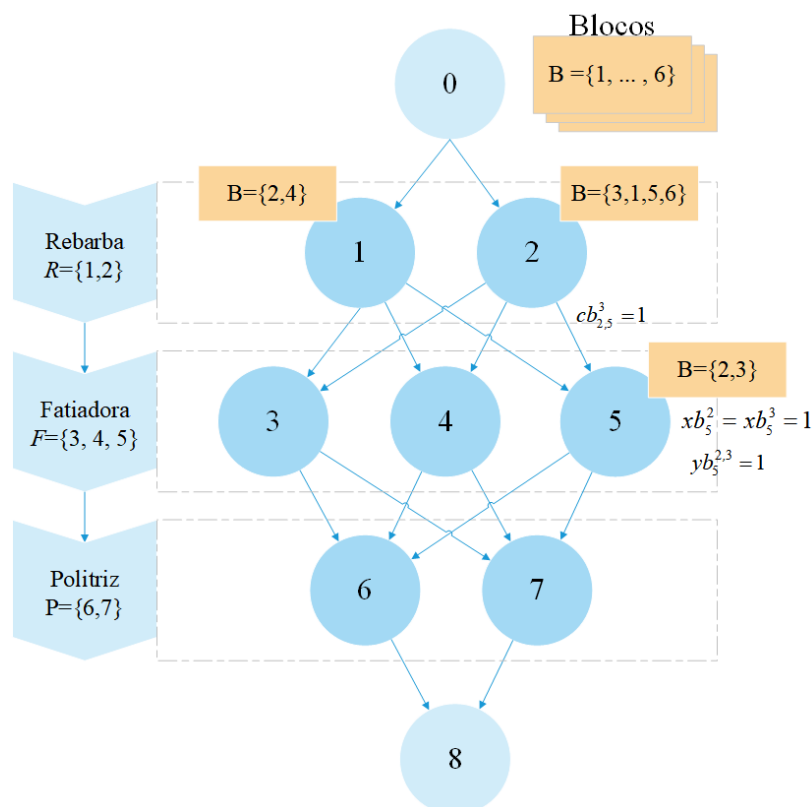


Figura 1: Fluxo de processamento dos blocos

Tabela 1: Estrutura do modelo proposto.

	Notações	Descrição
Conjuntos	B	Conjunto de blocos a serem processados, onde $a, b \in B = \{1, \dots, B \}$
	R	Conjunto de máquinas no estágio de Rebarba, onde $m \in R = \{1, \dots, R \}$
	F	Conjunto de máquinas no estágio de Fatiadora, onde $m \in F = \{ R + 1, \dots, F \}$
	P	Conjunto de máquinas no estágio de Politriz, onde $m \in P = \{ F + 1, \dots, P \}$
	TM	Conjunto total de máquinas, onde $m, n \in TM = R \cup F \cup P$. Vale lembrar que ainda existem as máquinas virtuais, 0 e $ TM + 1$.
	$E[m, n]$	Matriz binária que indica que é possível o deslocamento de um bloco entre as máquinas m e n , sendo $m, n \in TM$.
	$S[m, a, b]$	Matriz que representa o tempo de <i>setup</i> necessário para mudar da produção do bloco a para o bloco b na máquina m , com $m \in TM, a, b \in B$.
Variáveis de Decisão	$TP[b, m]$	Matriz que indica o tempo de processamento do bloco b na máquina m , com $b \in B$ e $m \in TM$.
	xb_m^b	Variável binária que indica se o bloco b é atendido pela máquina m .
	$yb_m^{a,b}$	Variável binária que indica se o bloco b é atendido imediatamente após o bloco a na máquina m .
	$cb_{m,n}^b$	Variável binária que indica se o bloco b é transferido da máquina m para a máquina n .
	h_m^b	Variável contínua que representa o instante do início do atendimento do bloco b na máquina m .
	w	Variável contínua que representa o tempo máximo de conclusão de todas as operações nas máquinas, sendo o valor que se deseja minimizar na função objetivo.

$$\sum_{m \in TM: E_{0,m}=1} cb_{0,m}^b = 1; \quad \forall b \in B \quad (2)$$

$$\sum_{n \in TM: E[n,m]=1} cb_{n,m}^b = \sum_{n \in TM: E[m,n]=1} cb_{m,n}^b; \quad \forall b \in B, m \in TM \quad (3)$$

$$\sum_{m \in TM: E[m][|TM|+1]=1} cb_{m,|TM|+1}^b = 1; \quad \forall b \in B \quad (4)$$

$$cb_{n,m}^b = 0; \quad \forall b \in B, n \in TM, m \in TM : E[n,m] = 0 \quad (5)$$

$$\text{Se } \sum_{n \in TM} cb_{n,m}^b = 1, \text{ então } xb_m^b = 1; \quad \forall b \in B, m \in TM \quad (6)$$

$$\text{Se } \sum_{n \in TM} cb_{n,m}^b = 0, \text{ então } xb_m^b = 0; \quad \forall b \in B, m \in TM \quad (7)$$

Restrições do sequenciamento dos blocos:

$$xb_0^b = 1; \quad \forall b \in B \quad (8)$$

$$xb_{|TM|+1}^b = 1; \quad \forall b \in B \quad (9)$$

$$\sum_{m \in R} xb_m^b = 1; \quad \forall b \in B \quad (10)$$

$$\sum_{m \in F} xb_m^b = 1; \quad \forall b \in B \quad (11)$$

$$\sum_{m \in P} xb_m^b = 1; \quad \forall b \in B \quad (12)$$

$$\text{Se } xb_m^b = 0, \text{ então } (yb_m^{a,b} = 0) \text{ e } (yb_m^{b,a} = 0); \quad \forall a, b \in B, m \in TM : a \neq b \quad (13)$$

$$\text{Se } xb_m^a = 1, \text{ então } \left(\sum_{b \in B: a \neq b} yb_m^{a,b} = 1 \right) \text{ ou } \left(\sum_{b \in B: a \neq b} yb_m^{b,a} = 1 \right); \quad \forall a \in B, m \in TM \quad (14)$$

$$\sum_{b \in 1..|B|+1} yb_m^{0,b} = 1; \quad \forall m \in TM \quad (15)$$

$$\sum_{b \in 0..|B|} yb_m^{b,(|B|+1)} = 1; \quad \forall m \in TM \quad (16)$$

$$\sum_{a \in B} \sum_{b \in B: a \neq b} yb_m^{a,b} = \sum_{b \in B} xb_m^b - 1; \quad \forall m \in TM \quad (17)$$

$$\sum_{b \in 0..|B|} yb_m^{b,a} - \sum_{b \in 1..(|B|+1)} yb_m^{a,b} = 0; \quad \forall m \in TM, a \in B \quad (18)$$

Restrições para atribuição dos valores de h_m^b :

$$\text{Se } xb_m^b = 0 \text{ então } h_m^b = 0; \quad \forall b \in B, m \in TM \quad (19)$$

$$\text{Se } yb_m^{0,b} = 1 \text{ então } h_m^b = 0; \quad \forall a, b \in B, m \in R \quad (20)$$

$$\text{Se } yb_m^{0,b} = 1 \text{ e } cb_{n,m}^b = 1 \text{ então } h_m^b = h_n^b + TP[b, n]; \quad \forall a, b \in B, m \in F, n \in R \quad (21)$$

$$\text{Se } yb_m^{0,b} = 1 \text{ e } cb_{n,m}^b = 1 \text{ então } h_m^b = h_n^b + TP[b, n]; \quad \forall a, b \in B, m \in P, n \in F \quad (22)$$

$$\text{Se } yb_m^{a,b} = 1 \text{ então } h_m^b = h_m^a + TP[a, m] + S[m, a, b]; \quad \forall a, b \in B, m \in MT \quad (23)$$

$$h_m^b \leq w; \quad \forall b \in B, m \in P \quad (24)$$

A Equação 2 garante que todo bloco iniciará o fluxo da máquina virtual 0 para alguma máquina de rebarba. A Equação 3 é a clássica equação de continuidade de fluxo. A Equação 4 garante que todo bloco finalizará na máquina virtual $|TM| + 1$. A Expressão 5 assegura que, se não existe fluxo entre as máquinas n e m a variável $cb_{n,m}^b$ será zerada. As restrições 6 e 7 fazem a atribuição da variável xb_m^b , que determina se um bloco é atendido por uma máquina. Essa atribuição é feita com base na existência de um fluxo do bloco correspondente. Destacamos que as expressões 6 e 7 utilizam lógica com *se-então*. Porém, tais expressões são linearizadas automaticamente pelo solver utilizado (Cplex), como apresentador em Bastos and Resendo [2020]. Essa mesma estratégia foi usada em outras restrições. As restrições 8 e 9 (de sequenciamento dos blocos) asseguram que cada bloco inicie na máquina virtual 0 e termine na $|MT| + 1$, estabelecendo o início e o fim do sequenciamento.

As restrições 10, 11 e 12 garantem que cada bloco seja processado exatamente uma vez em cada tipo de máquina (etapa). As expressões 13 e 14 são chamadas de “Exclusão Mútua” e “Condição de Sequenciamento”, respectivamente. Essas restrições são cruciais para manter a ordem de processamento, impedindo que um bloco seja sequenciado em uma máquina que ele não foi atribuído e assegurando que haja exatamente um bloco sequenciado antes ou depois dele.

Análogo ao fluxo dos blocos nas máquinas, o sequenciamento dos blocos em uma máquina também possui blocos virtuais de início e fim (blocos 0 e $(|B| + 1)$, respectivamente). Assim, a Restrição 15 garante que toda máquina iniciará a operação no bloco virtual de início, enquanto a Restrição 16 indica que as máquinas terminarão no bloco virtual de finalização. Porém, note que não é obrigatório que as máquinas processem blocos reais. A Restrição 17 garante que nesse sequenciamento não haverá “subtour” e a Restrição 18 garante a continuidade do fluxo do sequenciamento dos blocos nas máquinas.

A Restrição 19 estabelece que, se o bloco b não é processado na máquina m o tempo desse bloco em m será 0. A Restrição 20 garante que o primeiro bloco de cada máquina de rebarba

(início do processo) terá tempo 0. A Expressão 23 indica que, se a máquina m processa o bloco b imediatamente após o bloco a ($y_{m,b}^{a,b} = 1$) então o instante de início de b em m é igual ao início de a em m , mais o processamento de a em m , mais do tempo de *setup* de a para b em m . A Expressão 21 mostra que, se o bloco b é o primeiro a ser processado na máquina fatiador m , vindo da máquina de rebarba n , o tempo de início de b em m será igual ao início de b em n mais seu tempo de processamento em n . Note que nesse caso não há tempo de *setup* na fatiadora m . A Restrição 22 é análoga à 21, porém para o primeiro bloco das máquinas de polimento. A Restrição 24 garante que a variável w receberá o maior valor do tempo de atendimento dos blocos na última fase (Polimento).

4. Resultados

A resolução das instâncias do modelo foi realizada utilizando o *software* IBM CPLEX Optimizer Versão 20.1 IBM [2022]. Os experimentos foram conduzidos com um tempo máximo de execução de 1 hora. Caso o valor ótimo não fosse encontrado dentro desse período, o melhor resultado obtido até o momento e o GAP foram registrados. Os experimentos foram executados em uma máquina com processador AMD Ryzen 7 5800H (16 CPUs) de 3.2 GHz, 24GB de memória RAM, rodando o sistema operacional Windows 11.

4.1. Planejamento dos Experimentos

No beneficiamento de rochas é necessário considerar a dureza da rocha trabalhada, pois essa influenciará diretamente nos tempos de processamento das rochas nas máquinas e o tempo de *setup* das máquinas. Por simplificação, nos experimentos foi considerado 3 níveis de dureza, (macio, intermediário e duro). Para configurar os tempos de processamento nas máquinas, inicialmente definimos um tempo padrão para cada etapa do processo, sendo 1,5 hora para rebarbação, 8 horas para fatiamento e 1 hora para polimento. Assim, considerando a dureza das rochas, definimos o tempo de processamento do bloco na máquina como: para blocos macios foi reduzido em 25% o tempo padrão da máquina; para blocos intermediários o tempo padrão mantido inalterado; e aumentado em 25% para blocos duros. O tempo de *setup* considera a preparação da máquina para receber um bloco após ser processado outro, sendo necessário a troca ou ajuste das ferramentas e limpeza da máquina. Para o *setup* consideramos apenas a dureza do bloco, sendo os tempos apresentados na Tabela 2

Tabela 2: Tempos de Setup entre Tipos de Blocos (em horas)

De/Para	Macio	Intermediário	Duro
Macio	0.5	1	1.5
Intermediário	1	0.5	1.5
Duro	1.5	1.5	0.5

A Tabela 3 apresenta o planejamento dos experimentos realizados, para avaliar o impacto de diferentes configurações de fábrica e tipos de blocos, além dos resultados obtidos pelo Cplex. As colunas indicam, o índice da instância, o número de máquinas de Rebarba (**R**), Fatiadora (**F**) e Politriz (**P**), bem como a quantidade de blocos Macios (**M**), Intermediários (**I**) e Duros (**D**). Adicionalmente, as colunas com os resultados têm o valor alcançado pela função objetivo (F.O.), o valor do GAP quando o modelo atinge 1 horas de processamento e o tempo de execução. Além disso, a tabela está dividida em três grupos, onde será avaliado diferentes características de configurações. No Grupo 1, são testadas configurações típicas de fábrica, variando o número de blocos Macios (M), Intermediários (I) e Duros (D) para avaliar o impacto na função objetivo (F.O.) e tempo de execução do modelo CPLEX. Por exemplo, na instância 2, avalia-se como o tipo de bloco influencia no processamento, enquanto na instância 5 avalia-se o impacto da aquisição de uma nova máquina de

rebarba. No Grupo 2, são realizadas simulações considerando a manutenção de máquinas, onde diferentes configurações de manutenção são testadas para verificar seu efeito no desempenho das soluções. No Grupo 3, são simuladas substituições por máquinas mais eficientes, com reduções específicas no tempo de processamento do bloco devido à introdução de máquinas com capacidades superiores, estas substituições estão destacadas entre parênteses. Para exemplificar, na Instância 21 foi considerado a substituição de uma das máquinas de rebarba por outro com o dobro da produtividade, isto é, para essa máquina os tempos de processamento foram divididos por 2. Na Instância 25 simulamos a substituição de duas máquinas fatiadoras, por outras que executam as tarefas na metade do tempo. Para quantificar, a rebarba nas máquinas mais eficientes passam a ser feita em 0,75 horas, o fatiamento em 1 hora e o polimento em 0,5 hora.

4.2. Resultado dos Experimentos

Tabela 3: Resultados para os experimentos em cada grupo

	Instância	R	F	P	Mácio	Inter.	Duro	F.O.	GAP	Tempo Execução (s)
Grupo 1	1	2	4	3	2	2	2	11	-	574,00
	2	2	4	3	3	2	2	10,99	15,83%	3.600,00
	3	2	4	3	2	3	2	11,12	28,06%	3.600,00
	4	2	4	3	2	2	3	11,12	10,07%	3.600,00
	5	3	4	3	2	2	2	11	13,64%	3.600,00
	6	2	5	3	2	2	2	11	-	1.528,00
	7	2	4	4	2	2	2	11,5	13,04%	3.600,00
	8	2	4	3	3	3	3	11,87	81,89%	3.600,00
	9	2	4	3	4	4	4	14,49	95,13%	3.600,00
	10	2	4	3	5	5	5	15,74	96,38%	3.600,00
	11	2	4	3	6	6	6	21,13	98,16%	3.600,00
	12	2	4	3	7	7	7	21,75	95,72%	3.600,00
	13	2	4	3	8	8	8	23	95,24%	3.600,00
	14	2	4	3	9	9	9	-	-	3.600,00
	15	2	4	3	10	10	10	-	-	3.600,00
	16	3	5	4	6	6	6	14,12	100,00%	3.600,00
	17	4	6	5	6	6	6	14,37	100,00%	3.600,00
Grupo 2	18	2	3	3	6	6	6	-	-	3.600,00
	19	1	4	3	6	6	6	20,5	100,00%	3.600,00
	20	2	4	2	6	6	6	23,75	94,43%	3.600,00
Grupo 3	21	2(1)	4	3	6	6	6	19	99,86%	3.600,00
	22	2	4(1)	3	6	6	6	11,87	96,40%	3.600,00
	23	2	4	3(1)	6	6	6	15,12	97,91%	3.600,00
	24	2(2)	4	3	6	6	6	17,81	97,72%	3.600,00
	25	2	4(2)	3	6	6	6	12	96,85%	3.600,00
	26	2	4	3(2)	6	6	6	18,74	99,37%	3.600,00

Com base nos experimentos realizados no Grupo 1, observamos que apenas as instâncias com até 6 blocos conseguiram obter a solução ótima, indicando que o modelo proposto seria útil para criar *benchmarks* menores. Assim, instâncias com configurações mais complexas, envolvendo mais blocos de diferentes tipos e um número variado de máquinas, tendem a exigir um tempo de processamento maior e resultam em um aumento do GAP. Por exemplo, as instâncias 8, 9, 10, 11, 12, 13, 16 e 17 apresentaram um GAP médio superior a 80%, indicando dificuldade na obtenção de soluções ótimas para problemas mais desafiadores. As instâncias de 8 a 15 aumentam a quantidade de blocos de 3 em 3, contendo um de cada dureza. Observa-se que o modelo conseguiu obter

resultados até a Instância 13, que contém 24 blocos, indicando uma possível capacidade de lidar com problemas de tamanho moderado. Destaca-se que as instâncias 14 e 15 não obtiveram uma solução mesmo após 1 hora de processamento. Situação análoga, ocorre nas instâncias 27 e 30.

As simulações do Grupo 2 investiga cenários de manutenção de máquinas. Para analisar as instâncias desse grupo deve ser feito uma comparação a Instância 11, pois essas possuem o mesmo número de blocos. Observamos que instâncias com máquinas inativas devido à manutenção apresentaram resultados diferentes para cada cenário. Por exemplo, a instância 20, que considerou a manutenção de uma máquina Politriz, resultou em uma F.O 2.62 h maior que a Instância 11, representando um aumento de 12%. Por outro lado, na instância 19 houve uma redução do tempo total em relação à Instância 11, que é um contrassenso. Porém, isso pode ser explicado pelo GAP de 100% observado na instância. Isso mostra que o modelo precisaria de mais tempo de processamento para obter uma solução de boa qualidade. Essas comparações evidenciam a influência direta da disponibilidade das máquinas na eficiência do processo, destacando a importância de uma estratégia eficaz de manutenção de equipamentos para garantir a continuidade operacional e minimizar o impacto nas atividades produtivas.

As simulações do Grupo 3, que envolveram a substituição das máquinas por outras mais eficientes, quantificam os benefícios da modernização dos equipamentos na redução da função objetivo. Ao comparar com a Instância 11, podemos observar que as instâncias 22 e 25, que substituíram máquinas fatiadoras apresentaram uma redução de 43.5% e 43.2% respectivamente na F.O. Note que a substituição de uma máquina obteve um benefício considerável, enquanto a substituição da segunda máquina foi quase imperceptível. Isso reforça a ideia de investigar os reais benefícios de um investimento, antes de realizá-lo. Ao analisar a troca das máquinas de rebarba observamos comportamento similar, com os ganhos percentuais de 10,2% e 15.6% respectivamente. Porém, ao observar a troca de máquinas de polimento (Instância 23 e 26) percebe-se o impacto do processamento computacional na análise dos dados. Na Instância 23 foi substituído uma máquina e na Instâncias 26 foram substituídas 2, assim é esperado que a função objetivo da Instância 26 obtenha um valor menor, que não ocorreu. Isso é explicado pelo Gap, que foi maior na Instância 26, indicando que essa instância precisaria de mais tempo de processamento.

Por fim, o tempo necessário para o algoritmo convergir para a solução ótima foi considerado alto, revelando a complexidade computacional do problema. Isso indica que o problema se torna exponencialmente mais difícil de ser resolvido conforme a escala e a variedade dos blocos aumentam. Esses resultados evidenciam a necessidade de explorar técnicas de otimização mais avançadas ou heurísticas para tratar de instâncias mais complexas. Contudo, os resultados obtidos fornecem *insights* para a tomada de decisões estratégicas na operação e gestão de fábricas.

4.3. Conclusão

Esse trabalho investigou o problema da otimização da logística no processo de beneficiamento de rochas ornamentais. Classificado o problema como um *n-job shop*, *M-stage flow* como máquinas paralelas e tempo de *setup* dependendo o produto, propomos um novo modelo de programação linear inteira. O modelo proposto foi implementado do *software* Cplex. Os experimentos computacionais foram realizados buscando analisar o comportamento das soluções em diferentes situações práticas em uma indústria, além de avaliar a característica computacionais do modelo.

Por meio da análise dos resultados obtidos, observamos a influência significativa das variáveis de entrada na função objetivo e no tempo de execução do modelo. Identificamos que configurações mais complexas, envolvendo uma grande variedade de blocos e máquinas, tendem a exigir mais tempo para encontrar soluções de boa qualidade, enquanto configurações mais simples demonstraram uma convergência mais rápida. Além disso, os resultados quantificam situações

como paradas de máquinas, nos diferentes estágios do processo, e investimos em novas máquinas para aumento de eficiência. Por fim, enfatizamos a importância de algoritmos eficientes e estratégias de otimização para lidar com problemas de grande escala na gestão e operação de fábricas.

Os experimentos demonstraram que o modelo aqui proposto não seria capaz de ser utilizado em ambientes reais, onde é exigido soluções rápidas para instâncias maiores. Porém, esse modelo pode ser usado para gerar soluções ótimas para serem usadas como *benchmarks*. Assim, como trabalhos futuros, sugere-se o desenvolvimento de algoritmos heurísticos que sejam capazes de resolver instâncias maiores. Além disso, estudos adicionais poderiam explorar a aplicação de abordagens de otimização robusta para lidar com a incerteza nos parâmetros do modelo.

5. Agradecimento

Os autores agradecem ao apoio da FAPES e CAPES (processo 2021-2S6CD, nº FAPES 132/2021) por meio do PDPG (Programa de Desenvolvimento da Pós-Graduação, Parcerias Estratégicas nos Estados).

Referências

- Bastos, C. E. N. and Resendo, L. C. (2020). Two-step approach for scheduling jobs to non-related parallel machines with sequence dependent setup times applying job splitting. *Computer & Industrial Engineering*, 145.
- Choi, H.-S. and Lee, D.-H. (2009). Scheduling algorithms to minimize the number of tardy jobs in two-stage hybrid flow shops. *Comput. Ind. Eng.*, 56(1):113–120. ISSN 0360-8352.
- Da Col, G. and Teppan, E. C. (2022). Industrial-size job shop scheduling with constraint programming. *Operations Research Perspectives*, 9:100249. ISSN 2214-7160.
- da Silva, A. and Almeida, I. (2020). Towards industry 4.0 — a case study in ornamental stone sector. *Resources Policy*, 67:101672. ISSN 0301-4207.
- de Souza, A. P. and et.al (2020). Aplicação de modelos para o problema de job-shop scheduling em uma indústria do setor moveleiro. In *Anais do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.
- IBM (2022). Ibm cplex optimizer. <https://www.ibm.com/br-pt/products/ilog-cplex-optimization-studio>. Acessado: 2024-05-17.
- Javad, R., Hany, S., and Morteza, K. (2013). Scheduling of a hybrid flow shop with multiprocessor tasks by a hybrid approach based on genetic and imperialist competitive algorithms. *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, 6:1–11.
- Lu, Y., Tang, Q., Pan, Q., Zhao, L., and Zhu, Y. (2023). A heuristic-based adaptive iterated greedy algorithm for lot-streaming hybrid flow shop scheduling problem with consistent and intermingled sub-lots. *Sensors*, 23(5).
- Marichelvam, M., Prabakaran, T., and Yang, X. (2014). Improved cuckoo search algorithm for hybrid flow shop scheduling problems to minimize makespan. *Applied Soft Computing*, 19:93–101. ISSN 1568-4946.
- Mineração, R. (2024). Exportações de rochas naturais brasileiras atingem recorde de faturamento em 2023. *Revista Mineração*.

- Shao, W., Shao, Z., and Pi, D. (2021). Effective constructive heuristics for distributed no-wait flexible flow shop scheduling problem. *Computers Operations Research*, 136:105482.
- SRIKAR, B. N. and GHOSH, S. (1986). A milp model for the n-job, m-stage flowshop with sequence dependent set-up times. *International Journal of Production Research*, 24(6):1459–1474.
- Vanteddu, G. and Nicholls, G. (2020). Supply chain network design and tactical planning in the dimension stone industry. *An Inter. Jour. Opera. and Supply Chain Management*, 13(4):320–335.
- Varela, L., Trojanowska, J., Carmo-Silva, S., Costa, N., and Machado, J. (2017). Comparative simulation study of production scheduling in the hybrid and the parallel flow. *Management and Production Engineering Review*, 8.
- Vidal, F. V., Azevedo, H. C. A., and Castro, N. F. (2013). *Tecnologia de Rochas Ornamentais: Pesquisa, Lavra e Beneficiamento*. CETEM/MCTI, Rio de Janeiro. ISBN 987-85-8261-005-3.
- Wang, C.-N. and et.al. (2022). Scheduling flexible flow shop in labeling companies to minimize the makespan. *Computer Systems Science and Engineering*, 40(1):17–36.
- Xiong, H., Shi, S., Ren, D., and Hu, J. (2022). A survey of job shop scheduling problem: The types and models. *Computers Operations Research*, 142:105731. ISSN 0305-0548.