LVI SBPO SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL
DE 04 ATÉ 07 NOVEMBRO 2024
FORTALEZA | CEARÁ

Planejamento Ótimo de Investimentos e Operação em Curto Prazo para Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica

João Vitor Gomes de Araújo, Wandry Rodrigues Faria, Benvindo Rodrigues Pereira Junior
Universidade de São Paulo
Av. Trab. São Carlense, 400 - São Carlos
{jv.araujo, wandry, brpjunior}@usp.br

RESUMO

Este artigo apresenta uma proposta de formulação matemática para o planejamento de investimentos de curto prazo em redes de distribuição considerando a integração de recursos energéticos distribuídos. Dentre as possibilidades de investimento para garantir a segurança e qualidade do fornecimento de energia, considera-se a instalação de bancos de capacitores fixos ou chaveados, de reguladores de tensão e o recondutoramento de linhas. Os recursos energéticos distribuídos considerados são geradores distribuídos despacháveis e não-despacháveis, além de sistemas de armazenamento de energia. A proposta é formulada como uma instância de programação linear inteira-mista para a maximização do custo-benefício das ações de investimento. A formulação é validada para um sistema de 135 barras para o qual apresenta solução com custo-benefício superior àquelas encontradas utilizando outras formulações disponíveis na literatura específica.

PALAVRAS CHAVE. Planejamento em Curto Prazo de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica, Recursos Energéticos Distribuídos, Programação Linear Inteira-Mista.

Tópicos: EN&PG – Energia, Óleo e Gás, PM – Programação Matemática.

ABSTRACT

This article presents a mathematical formulation for optimizing short-term investment planning in distribution networks considering the integration of distributed energy resources. Among the investment possibilities designed to enforce the security and quality of energy supply, we consider the installation of fixed and switched capacitor banks, voltage regulators, and line reconductoring. The distributed energy resources considered are dispatchable and non-dispatchable distributed generators, in addition to energy storage systems. The proposal is formulated as an instance of mixed-integer linear programming to maximize the cost-effectiveness of investment actions. The formulation is validated for a 135-bus system and presents a solution with cost-effectiveness superior to those found using other formulations available in the specific literature.

KEYWORDS. Short-Term Planning of Power Distribution Systems, Distributed Energy Resources, Mixed-Integer Linear Programming.

Paper topics: EN&PG – Energy, Oil and Gas, PM – Mathematical Programming.

Nomenclatura

Conjuntos e Índices

Ω_B/ij	Conjunto/Índice de ramos.
Ω_N,Ω_{GD},Ω_{SD}/i	Conjuntos/Índice de nós.
Ω_L/a,k	Conjunto/Índices de tipos de condutor.
Ω_D/d	Conjunto/Índice de dia representativo.
Ω_P/p	Conjunto/Índice de patamar de carga.
Ω_E/e	Conjunto/Índice de estágio.

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193512
https://proceedings.science/p/193512?lang=pt-br

Ω_{BCFix}/bf	Conjunto/Índice de tipo de banco de capacitores fixo.
Ω_{BCSw}/bsw	Conjunto/Índice de tipo de banco de capacitores chaveado.
Ω^{RT}/g	Conjunto/Índice de tipo de regulador de tensão.

Parâmetros

α	Taxa de juros anual.
B_{bf}^{Fixo},B_{bsw}^{SW}	Susceptância dos bancos de capacitores fixos e chaveados.
R_a,X_a,Z_a	Resistência, reatância e impedância condutor tipo a.
$\tau_{k,a}$,τ_g^{CVR}	Custo de recondutoramento de um condutor do tipo k para o tipo a e de aquisição de um regulador de tensão do tipo g.
τ_{bf}^{CB},τ_{bsw}^{SW}	Custo de aquisição de bancos de capacitores fixos e chaveados.
$\tau_{d,p}^{Custo}$	Custo da energia.
τ^{GD},τ^{SD}	Custo de operação do de geradores e sistemas armazenadores de energia.
$\rho_{d,p}$	Duração do dia representativo.
l_{ij}	Comprimento do ramo.
$\bar{S}_{i,e}^{GD}$,$\bar{S}_i^S$	Capacidade de geradores e da subestação.
$P_{i,d,p,e}^{PV}$	Disponibilidade de potência ativa do gerador.
$E_i^{SD_{inicial}}$	Estado de carga inicial do armazenador de energia.
$\bar{E}_{i,e}^{SD}$,$\underline{E}_{i,e}^{SD}$	Limite de carga máxima/mínima do armazenador de energia.
$\bar{P}_{i,e}^{SD+}$,$\bar{P}_{i,e}^{SD-}$	Limite de carga e descarga do armazenador de energia.
η_i^{sd},β_i^{sd}	Eficiência de carga e descarga, e nível de auto-descarga do armazenador de energia.
$\overline{V}$,$\underline{V}$	Limites máximo e mínimo de magnitude da tensão nodal.
$\bar{I}_a$,$\bar{I}_g$	Capacidade do condutor do tipo a e regulador de tensão do tipo g.
Y	Número de patamares de carga.
$P_{i,d,p,e}^D$,$Q_{i,d,p,e}^D$	Demanda nodal ativa e reativa.
α_i^Z,α_i^I,α_i^P	Parcela de potência ativa modelada como impedância/corrente/potência constante.
β_i^Z,β_i^I,β_i^P	Parcela de potência reativa modelada como impedância/corrente/potência constante.
$\bar{\tau}_i^{cap}$,$\bar{\tau}_i^{ind}$	Limites de fator de potência do gerador.
$\bar{C}_{ij,a}^{Inicial}$	Tipo de condutor inicial.
M	Número suficientemente grande utilizado em restrições disjuntivas.
$\bar{N}^{CB_{Fixo}}$,$\bar{N}^{CB_{Sw}}$,$\bar{N}^{VR}$	Disponibilidade de bancos de capacitores e reguladores de tensão.

Variáveis Contínuas

$\delta_{ij,d,p,e}^{VR}$,$a_{ij,d,p,e}$	Variação de tensão e *Tap* associada com o regulador de tensão.
$V_{i,d,p,e}$	Magnitude da tensão nodal.
$I_{ij,a,d,p,e}$	Magnitude da corrente.
$P_{ij,a,d,p,e}$,$Q_{ij,a,d,p,e}$	Fluxos de potência ativa e reativa no ramo.
$P_{i,d,p,e}^S$,$Q_{i,d,p,e}^S$	Injeções de potência ativa e reativa pela subestação.

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193512
https://proceedings.science/p/193512?lang=pt-br

$P^{DG}_{i,d,p,e}$,$P^{PVinje}_{i,d,p,e}$,$Q^{DG}_{i,d,p,e}$	Injeções de potência ativa por geradores síncronos e fotovoltáicos e reativa por geradores síncronos.
$P^{SD+}_{i,d,p,e}$,$P^{SD-}_{i,d,p,e}$	Injeção/consumo de potência ativa por armazenadores de energia.
$E^{SD}_{i,d,p,e}$	Estado de carga do armazenador de energia.
$Q^{CB}_{i,d,p,e}$	Potência reativa total fornecida por bancos de capacitores.
$q^{Fixo}_{i,bf,d,p,e}$,$q^{SW}_{i,bsw,d,p,e}$	Potência reativa individualmente fornecida por bancos de capacitores fixos e chaveados.
$\hat{\chi}^{C}_{ij}$,$\chi^{C}_{ij,a}$	Variáveis auxiliares usadas nas restrições de recondutoramento.

Variáveis Binárias

$x^{CB}_{i,bf}$,$x^{SW_{inst}}_{i,bsw}$	Instalação de bancos de capacitores fixos e chaveados.
$x^{SW_{op}}_{i,bsw,d,p,e}$	Operação de módulos de um banco de capacitores chaveados.
$C_{ij,a}$	Indica a instalação do condutor do tipo a.
X^{VR}_{ij}	Indica a instalação de um regulador de tensão.
$X^{RT}_{ij,g}$	Indica a instalação do regulador de tensão do tipo g.

1. Introdução

A demanda por eletricidade tem crescido ao longo dos anos em função do desenvolvimento sócio econômico da humanidade. Além disso, a taxa de crescimento da demanda foi acelerada nos últimos anos especialmente devido aos incentivos para a eletrificação de alguns setores, como o de transportes, com a finalidade de reduzir as emissões de gases de efeito estufa. Os esforços para garantir o atendimento da nova demanda prevista para os próximos anos sem causar o aumento excessivo de gases de efeito estufa na produção da eletricidade levaram ao aumento dos incentivos à incorporação de fontes de energias renováveis aos sistemas elétricos de potência. Neste sentido, a incorporação de recursos energéticos distribuídos (REDs), especialmente geradores intermitentes com fontes primárias eólica e solar e sistemas armazenadores de energia (SAEs), a sistemas de distribuição de energia elétrica (SDEEs) se torna cada vez mais comum e tem sido abordada na literatura específica, como nos trabalhos de De Lima et al. [2022] e Mejia et al. [2022b]. Tal integração implica desafios para o planejamento e a operação dos SDEEs, que devem operar mantendo, simultaneamente, segurança operacional e qualidade do fornecimento de energia.

A integração de REDs aos SDEEs pode causar fluxo reverso nos alimentadores, variações significativas da magnitude de tensão, aumento da incerteza operacional e aumento das perdas técnicas. Neste contexto, as concessionárias devem estimar tais impactos e implementar medidas, que vão de mudanças no paradigma operacional ao investimento em novos equipamentos e reforços ao SDEE existente, a fim de mitigar ou eliminar os efeitos negativos da inserção de REDs nas redes [Melgar-Dominguez et al., 2021]. Uma possibilidade para garantir a qualidade e a confiabilidade do fornecimento de energia passa pela elaboração e execução de um planejamento estratégico envolvendo a melhoria das condições físicas e operacionais da rede em um período de tempo definido. A depender do horizonte de planejamento, esse planejamento estratégico pode conter ações de expansão, reconfiguração, alocação de dispositivos de controle e recondutoramento da rede, levando em conta restrições orçamentárias e técnicas, envolvendo o estado operacional e de segurança da rede [Leng et al., 2022].

Em cenários nos quais o estado operativo atual de um SDEE apresenta perdas técnicas acentuadas, linhas com violações da capacidade de condução de corrente, ou barras com violações de magintude da tensão, a concessionária responsável pela operação da rede deve priorizar ações interventivas no horizonte de curto prazo [López et al., 2018; Melgar-Dominguez et al., 2022]. De maneira geral, o conjunto de possíveis intervenções implementáveis em curto prazo considerado pelas concessionárias incluem a reconfiguração topológica do SDEE, o recondutoramento de linhas e a instalação de bancos de capacitores (BCs) e reguladores de tensão (RTs), o que se reflete nos trabalhos encontrados na literatura específica ao longo da última década [Pereira Junior et al., 2013; Mejia et al., 2022a]. Neste sentido, o objetivo de formulações para o

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193512
https://proceedings.science/p/193512?lang=pt-br

planejamento de investimentos de curto prazo em SDEEs é restituir a segurança e o desempenho operacional da rede, o que se torna cada vez mais necessário conforme o nível de penetração de REDs aumenta.

Gonçalves et al. [2015] propuseram um modelo de otimização de investimentos de curto prazo em SDEEs no qual consideraram a possibilidade de recondutoramento de linhas e instalação de RTs além de BCs dos tipos fixo e chaveado. No entanto, os autores não consideraram a presença de quaisquer tipo de RED. Ademais, o modelo de alocação de RTs desconsidera a decisão da capacidade de condução de corrente do equipamento alocado, o que seria necessário num contexto prático e, quando considerado, pode deslocar o ponto de instalação do equipamento para linhas com menor corrente de operação. Abordagens mais recentes do problema consideram pelo menos a presença de geradores distribuídos (GDs) despacháveis, como é o caso do artigos de Tabares et al. [2016] e Home-Ortiz et al. [2019b], nos quais considera-se a instalação de BCs. O trabalho de Tabares et al. [2016] considera ainda a possibilidade de recondutoramento de linhas e instalação de RTs, porém desconsidera a possibilidade de alocação de BCs chaveados, enquanto o trabalho de Home-Ortiz et al. [2019b] considera a alocação de BCs fixos e chaveados. Para além da desconsideração de GDs não-despacháveis, a abordagem de Tabares et al. [2016], apesar de incluir mais possibilidades que a de Home-Ortiz et al. [2019b], falha ao não incluir a capacidade de condução de corrente dos RTs.

Os trabalhos de Melgar-Dominguez et al. [2022] e Melgar-Dominguez et al. [2021] são complementares aos de Tabares et al. [2016] e Home-Ortiz et al. [2019b], no sentido de que os dois primeiros consideram apenas a presença de GDs não-despacháveis. No entanto, além de compartilharem a desconsideração da capacidade dos RTs, o trabalho de 2022 não permite a instalação de qualquer tipo de BC enquanto o artigo de 2021 desconsidera a possibilidade de recondutoramento. Em [Home-Ortiz et al., 2019a] são considerados tanto GDs despacháveis quanto não-despacháveis; no entanto, a única ação de investimento considerada é o recondutoramento de linhas. Por fim, cabe salientar que nenhum os modelos mencionados até este ponto trata da operação de SAEs.

Mejia et al. recentemente apresentaram modelos de otimização de investimentos com diferentes horizontes de planejamento nos quais são consideradas boa parte das possibilidades de investimento e operação de REDs [Mejia et al., 2022b,a, 2023]. Os modelos se destacam por considerar a possibilidade de recondutoramento, a operação de GDs despacháveis e não-despacháveis, SAEs, e investimentos na alocação de BCs e RTs. Os autores se dedicaram ainda a incluir a determinação da capacidade dos RTs, que foi desconsiderada em todos os outros artigos mencionados até este ponto. No entanto, o modelo de operação dos BCs considerado nestes artigos desconsideram a possibilidade de chaveamento dos módulos presentes nos bancos.

Neste contexto, este trabalho propõe uma formulação para o problema de otimização de investimentos em curto prazo para SDEEs na qual considera-se a integração de REDs, na forma de SAEs e GDs despacháveis e não-despacháveis, omitidos total ou parcialmente em todos os trabalhos apresentados no levantamento bibliográfico com exceção de Mejia et al. [2022b,a, 2023]. As possibilidades de investimento incluem recondutoramento de linhas, o que não pode ser encontrado nos trabalhos de Home-Ortiz et al. [2019b] e Melgar-Dominguez et al. [2021], instalação de RTs tendo em conta a determinação da capacidade destes equipamentos, o que é considerado apenas por Mejia et al. [2022b,a, 2023], e a instalação de BCs fixos e chaveados, considerada apenas por Gonçalves et al. [2015], Home-Ortiz et al. [2019b] e Melgar-Dominguez et al. [2021]. O problema proposto é formulado como uma instância de programação linear inteiro-mista (PLIM) para a qual existe garantia de convergencia finita para a otimalidade. Observe que, embora as características operacionais e decisões de investimento consideradas no modelo proposto neste artigo podem ser parcialmente encontradas em trabalhos anteriores. No entanto, nenhum outro trabalho encontrado pelos autores combina todas as características mencionadas num único problema de otimização formulado e resolvido de forma a garantir a otimalidade (ou estimar a distância até a otimalidade) da solução encontrada.

2. Formulação do Problema de Planejamento de Curto Prazo

O problema de otimização proposto neste trabalho é descrito nesta seção sendo dividido em quatro partes as quais representam a função objetivo e três tipos de restrições consideradas.

2.1. Função Objetivo

O objetivo do problema de otimização é a redução do custo total esperado de investimento e operação da rede, conforme mostrado em (1). O custo de investimento (CI) é composto por três termos, conforme

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193512
https://proceedings.science/p/193512?lang=pt-br

apresentado em (2), os quais representam, respectivamente, os custos de investimentos em recondutoramento das linhas, aquisição de bancos de capacitores e aquisição de reguladores de tensão. Além disso, o custo de operação (CO_e), descrito em (3), também é composto por três fatores os quais são, respectivamente, perdas de energia ao longo do horizonte de planejamento, custos de operação dos geradores despachavéis e custos de operação dos SAE.

$$\min\{CI+\sum_{e\in\Omega^E} CO_e\} \tag{1}$$

$$CI=\sum_{ij\in\Omega_R}\sum_{k\in\Omega_L}\sum_{a\in\Omega_L}\tau^C_{k,a}l_{ij}C_{ij,a} + \sum_{i\in\Omega_N}\sum_{bf\in\Omega_{BCFix}}\sum_{bsw\in\Omega_{BCSw}}\left(\tau^{CB}_{bf}x^{CB}_{i,bf}+\tau^{SW}_{bsw}x^{SW_{inst}}_{i,bsw}\right)+\sum_{ij\in\Omega_B}\sum_{g\in\Omega^{RT}}\tau^{CVR}_g X^{RT}_{ij,g} \tag{2}$$

$$CO_e=\frac{1}{(1+\alpha)^{e-1}}\left\{\sum_{ij\in\Omega_B}\sum_{a\in\Omega_L}\sum_{d\in\Omega_D}\sum_{p\in\Omega_P}\tau^{Custo}_{d,p}\rho_{d,p}R_a l_{ij}I^2_{ij,a,d,p,e}\right\} + \sum_{i\in\Omega_{GD}}\sum_{d\in\Omega_D}\sum_{p\in\Omega_P}\tau^{GD}(P^{GD}_{i,d,p,e}+Q^{GD}_{i,d,p,e})+\sum_{i\in\Omega_{SD}}\sum_{d\in\Omega_D}\sum_{p\in\Omega_P}\tau^{SD}(P^{SD-}_{i,d,p,e}+P^{SD+}_{i,d,p,e}) \tag{3}$$

Cabe salientar que o termo quadrático apresentado em (3) pode ser substituído por uma variável que represente o quadrado da corrente, o que faria a formulação linear sem qualquer prejuízo de aproximação, visto que trata-se de uma substituição de variáveis, conforme apresentado nos trabalhos de Macedo et al. [2021], Carrion et al. [2023], e Mejia et al. [2024].

2.2. Restrições Operacionais do Sistema de Distribuição

As restrições que garantem o suprimento das demandas e a segurança operacional do SDEE em regime permanente são descritas por (4)–(10).

$$\sum_{ji\in\Omega_B}\sum_{a\in\Omega_L}P_{ji,a,d,p,e}-\sum_{ij\in\Omega_B}\sum_{a\in\Omega_L}(P_{ij,a,d,p,e}+R_a l_{ij}I^2_{ij,a,d,p,e})+P^S_{i,d,p,e}+P^{DG}_{i,d,p,e} + P^{PV}_{i,d,p,e}+P^{SD+}_{i,d,p,e}-P^{SD-}_{i,d,p,e}=P^D_{i,d,p,e}\left[\alpha^Z_i\frac{V^2_{i,d,p,e}}{(V^N)^2}+\alpha^I_i\frac{V_{i,d,p,e}}{V^N}+\alpha^P_i\right] \tag{4}$$

$$\sum_{ji\in\Omega_B}\sum_{a\in\Omega_L}Q_{ji,a,d,p,e}-\sum_{ij\in\Omega_B}\sum_{a\in\Omega_L}(Q_{ij,a,d,p,e}+X_a l_{ij}I^2_{ij,a,d,p,e})+Q^S_{i,d,p,e}+Q^{DG}_{i,d,p,e} + Q^{CB}_{i,d,p,e}=Q^D_{i,d,p,e}\left[\beta^Z_i\frac{V^2_{i,d,p,e}}{(V^N)^2}+\beta^I_i\frac{V_{i,d,p,e}}{V^N}+\beta^P_i\right] \tag{5}$$

$$\forall i\in\Omega_N, d\in\Omega_D, p\in\Omega_P, e\in\Omega_E$$

$$V^2_{i,d,p,e}-V^2_{j,d,p,e}+\delta^{VR}_{ij,d,p,e}=\sum_{a\in\Omega_L}(2l_{ij}(R_aP_{ij,a,d,p,e}+X_aQ_{ij,a,d,p,e})+l^2_{ij}Z^2_aI^2_{ij,a,d,p,e}) \tag{6}$$

$$\forall ij\in\Omega_B, d\in\Omega_D, p\in\Omega_P, e\in\Omega_E$$

$$V^2_{j,d,p,e}I^2_{ij,a,d,p,e}=P^2_{ij,a,d,p,e}+Q^2_{ij,a,d,p,e} \tag{7}$$

$$\forall ij\in\Omega_B, a\in\Omega_L,, d\in\Omega_D, p\in\Omega_P, e\in\Omega_E$$

$$\underline{V}^2\le V^2_{i,d,p,e}\le\bar{V}^2 \quad \forall i\in\Omega_N, d\in\Omega_D, p\in\Omega_P, e\in\Omega_E \tag{8}$$

$$I^2_{ij,a,d,p,e}\le\chi^C_{ij,a}\bar{I}^2_a \quad \forall ij\in\Omega_B, a\in\Omega_L, d\in\Omega_D, p\in\Omega_P, e\in\Omega_E \tag{9}$$

$$(P^S_{i,d,p,e})^2+(Q^S_{i,d,p,e})^2\le(\bar{S}^S_i)^2 \quad \forall i\in\Omega_S, d\in\Omega_D, p\in\Omega_P, e\in\Omega_E \tag{10}$$

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193512
https://proceedings.science/p/193512?lang=pt-br

As restrições (4)–(7) representam a aplicação das Leis de Kirchhoff à operação do SDEE. Nota-se que (4) e (5) referem-se ao balanço das potências ativa e reativa considerando o modelo de carga ZIP. Assim, as cargas podem ser modeladas como impedância constante (Z), corrente constante (I), potência constante (P), ou uma combinação destes tipos, conforme apresentado no trabalho de Hajagos e Danai [1998]. As quedas de tensão entre nós são calculadas em (6), enquanto a relação entre tensão, corrente e potência aparente é descrita em (7); em conjunto, (4)–(7) descrevem a aplicação da Lei das Tensões de Kirchhoff no sistema. Salienta-se que a variável $\delta^{VR}_{ij,d,p,e}$, utilizada em (6), representa o efeito da operação de um regulador de tensão alocado entre os nós i e j. Os limites de tensão e capacidade de condução de corrente dos condutores são apresentados em (8) e (9), respectivamente. Por fim, a capacidade da subestação é definida em (10). Cabe destacar, ainda, que o conjunto de restrições (4)–(7) contém formulações não-lineares dada a multiplicação de variáveis e os termos quadráticos presentes. No entanto, uma versão linearizada deste conjunto de equações e inequações, omitida deste artigo devido ao limite de páginas, pode ser encontrada no trabalho de Macedo et al. [2021].

2.3. Restrições Operacionais dos REDs

Os limites operacionais dos geradores distribuídos são determinados pelas restrições (11)–(13). O limite de injeção de potência geradores despacháveis é imposto em (11), enquanto os limites de fator de potência deste tipo de gerador são descritos em (12). Por fim, considera-se que os geradores solares fotovoltaicos são capazes de injetar apenas potência ativa, sendo esta limitada pela disponibilidade de irradiação solar conforme apresentado em (13). É importante destacar que a restrição (11) apresenta formulação não-linear, no entanto, métodos de linearização de boa qualidade para esta expressão podem ser encontrados nos trabalhos de Macedo et al. [2021], Carrion et al. [2023], e Mejia et al. [2024], sendo omitidas deste artigo para manutenção de um documento conciso.

$$(P^{GD}_{i,d,p,e})^2+(Q^{GD}_{i,d,p,e})^2 \leq (\bar{S}^{GD}_{i,e})^2 \tag{11}$$

$$-P^{GD}_{i,d,p,e} tan(cos^{-1}(\bar{\tau}^{cap}_i)) \leq Q^{GD}_{i,d,p,e} \leq P^{GD}_{i,d,p,e} \tan(cos^{-1}(\bar{\tau}^{ind}_i)) \tag{12}$$
$$\forall i \in \Omega^{GD}_N, d \in \Omega_D, p \in \Omega_P, e \in \Omega_E$$

$$P^{PVinje}_{i,d,p,e} \leq P^{PV}_{i,d,p,e} \qquad \forall i \in \Omega^{PV}_N, d \in \Omega_D, p \in \Omega_P, e \in \Omega_E \tag{13}$$

A operação dos SAEs é limitada pelas restrições apresentadas em (14)–(18). O estado de carga do SAE conectado ao nó i considerando o dia representativo d, o patamar de carregamento p e o estágio de operação e é calculado de acordo com (14). Observe que são considerados rendimentos para as ações de carga e descarga do SAE bem como o decaimento natural de carga durante a ociosidade do SAE. Os limites de carga, descarga, e do estado de carga do SAE são apresentados em (15)–(17), respectivamente. Por fim, a restrição (18) garante que energia armazenada no SAE ao final de um dia representativo é igual à quantidade armazenada no início deste dia.

$$E^{SD}_{i,d,p,e} = E^{SD}_{i,d,p-1,e} + \eta^{sd}_i \Delta t P^{SD-}_{i,d,p,e} - \frac{1}{\eta^{sd}_i} \Delta t P^{SD+}_{i,d,p,e} - \beta^{sd}_i \Delta t E^{SD}_{i,d,p,e} \tag{14}$$

$$0 \leq P^{SD-}_{i,d,p,e} \leq \bar{P}^{SD-}_{i,e} \bar{E}^{SD}_{i,e} \tag{15}$$

$$0 \leq P^{SD+}_{i,d,p,e} \leq \bar{P}^{SD+}_{i,e} \bar{E}^{SD}_{i,e} \tag{16}$$

$$\underline{E}^{SD}_{i,e} \leq E^{SD}_{i,d,p,e} \leq \bar{E}^{SD}_{i,e} \tag{17}$$
$$\forall i \in \Omega^{SD}_N, d \in \Omega_D, p \in \Omega_P, e \in \Omega_E$$

$$E^{SD}_{i,d,Y,e} = E^{SD_{inicial}}_i \qquad \forall i \in \Omega^{SD}_N, d \in \Omega_D, e \in \Omega_E \tag{18}$$

2.4. Restrições de Investimentos e Operacionais dos Novos Elementos Instalados

O modelo proposto neste artigo considera as seguintes possibilidades de alteração/instalação de equipamentos para garantir a segurança operacional do SDEE durante o horizonte de planejamento: instalação de bancos de capacitores, recondutoramento de linhas e instalação de reguladores de tensão. Tais possibilidades são descritas através dos conjuntos de restrições (19)–(28), (29)–(31), e (32)–(37), respectivamente.

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193512
https://proceedings.science/p/193512?lang=pt-br

O conjunto de restrições (19)–(26) descrevem a potência reativa injetada por cada módulo dos banco de capacitores em cada cenário operacional simulado (i.e., cada combinação de dia, patamar e estágio do horizonte de planejamento). Observe que os conjuntos (20)–(22) e (23)–(26) relacionam a potência reativa de um módulo de capacitores à tensão nodal do ponto de conexão além de sujeitar a injeção de potência pelos bancos de capacitores fixos e chaveados à alocação de módulos através das variáveis x^{CB} e x^{SWinst}, respectivamente. A restrição (19) determina a potência total injetada por um banco de capacitores ($Q^{CB}_{i,d,p,e}$), utilizada no balanço nodal de potência reativa apresentado em (5). Por fim, os limites de alocação de BCs fixos e chaveados são apresentados em (27) e (28), respectivamente.

$$Q^{CB}_{i,d,p,e} = \sum_{bf \in \Omega^{Fixo}_{CB}} q^{Fixo}_{i,bf,d,p,e} + \sum_{bsw \in \Omega^{SW}_{CB}} q^{SW}_{i,bsw,d,p,e} \qquad \forall i \in \Omega_N, d \in \Omega_D, p \in \Omega_P, e \in \Omega_E \tag{19}$$

$$q^{Fixo}_{i,bf,d,p,e} - B^{Fixo}_{bf} V^2_{i,d,p,e} \geq -\bar{V}^2 B^{Fixo}_{bf} (1 - x^{CB}_{i,bf}) \tag{20}$$

$$q^{Fixo}_{i,bf,d,p,e} - B^{Fixo}_{bf} V^2_{i,d,p,e} \leq -\underline{V}^2 B^{Fixo}_{bf} (1 - x^{CB}_{i,bf}) \tag{21}$$

$$q^{Fixo}_{i,bf,d,p,e} \leq -\bar{V}^2 B^{Fixo}_{bf} x^{CB}_{i,bf} \tag{22}$$

$$\forall i \in \Omega_N, bf \in \Omega_{BCFix}, d \in \Omega_D, p \in \Omega_P, e \in \Omega_E$$

$$q^{SW}_{i,bsw,d,p,e} - B^{SW}_{bsw} V^2_{i,d,p,e} \geq -\bar{V}^2 B^{SW}_{bsw} (1 - x^{SW_{op}}_{i,bsw,d,p,e}) \tag{23}$$

$$q^{SW}_{i,bsw,d,p,e} - B^{SW}_{bsw} V^2_{i,d,p,e} \leq -\underline{V}^2 B^{SW}_{bsw} (1 - x^{SW_{op}}_{i,bsw,d,p,e}) \tag{24}$$

$$q^{SW}_{i,bsw,d,p,e} \leq -\bar{V}^2 B^{SW}_{bsw} x^{SW_{op}}_{i,bsw,d,p,e} \tag{25}$$

$$x^{SW_{op}}_{i,bsw,d,p,e} \leq x^{SW_{inst}}_{i,bsw} \tag{26}$$

$$\forall i \in \Omega_N, bsw \in \Omega_{BCSw}, d \in \Omega_D, p \in \Omega_P, e \in \Omega_E$$

$$\sum_{i \in \Omega_N} \sum_{bf \in \Omega^{Fixo}_{CB}} x^{CB}_{i,bf} \leq \bar{N}^{CB_{Fixo}} \tag{27}$$

$$\sum_{i \in \Omega_N} \sum_{bsw \in \Omega^{SW}_{CB}} x^{SW_{inst}}_{i,bsw} \leq \bar{N}^{CB_{Sw}} \tag{28}$$

Note que as restrições (20)–(26) apresentam formulação não-linear devido ao termo quadrático da tensão nodal. No entanto, uma substituição do termo quadrático por uma nova variável que represente essa grandeza torna a formulação linear sem prejuízo de aproximação. Tal formulação linear pode ser encontrada nos trabalhos de Macedo et al. [2021], Carrion et al. [2023], e Mejia et al. [2024] e foi empregada também neste artigo.

O conjunto de restrições (29)–(31) determina as condições nas quais o recondutoramento de linhas pode ser conduzido. A expressão (29) garante que a linha ij seja recondutorada no máximo uma vez. A expressão apresentada em (30) determina se houve alguma ação de recondutoramento na linha ij enquanto o novo tipo de condutor utilizado na linha é determinado em (31).

$$\sum_{a \in \Omega_L} C_{ij,a} \leq 1 \qquad \forall ij \in \Omega_B \tag{29}$$

$$\hat{\chi}^C_{ij} = \sum_{a \in \Omega_L} C_{ij,a} \qquad \forall ij \in \Omega_B \tag{30}$$

$$\chi^C_{ij,a} = \bar{C}^{Inicial}_{ij,a} (1 - \hat{\chi}^C_{ij}) + C_{ij,a} \qquad \forall ij \in \Omega_B, a \in \Omega_L \tag{31}$$

Por fim, a alocação e a operação dos reguladores de tensão são descritas nas expressões (32)–(37). As restrições (32) e (33) associam a variável $\delta^{VR}_{ij,d,p,e}$ à relação de transformação do regulador de tensão alocado na linha ij para o cenário de operação descrito pelo dia d, patamar de carregamento p e estágio e. Observe que, conforme descrito em (34), a relação de transformação é diferente de 1 apenas se a variável de alocação X^{VR}_{ij} é igual a 1. A restrição apresentada em (35) garante que apenas um regulador de tensão pode ser

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193512
https://proceedings.science/p/193512?lang=pt-br

alocado em cada ramo enquanto (36) determina que a quantidade de reguladores alocados no SDEE seja menor que um limite pré-estabelecido. Por fim, a capacidade g do regulador é definida com base na corrente do ramo ij conforme apresentado em (37).

$$V^2_{j,d,p,e} = a^2_{ij,d,p,e} V^2_{i,d,p,e} \quad \forall ij \in \Omega_B, d \in \Omega_D, p \in \Omega_P, e \in \Omega_E \tag{32}$$

$$\delta^{VR}_{ij,d,p,e} = V^2_{i,d,p,e}(a^2_{ij,d,p,e} - 1) \quad \forall ij \in \Omega_B, d \in \Omega_D, p \in \Omega_P, e \in \Omega_E \tag{33}$$

$$-MX^{VR}_{ij} \leq \delta^{VR}_{ij,d,p,e} \leq MX^{VR}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_B, d \in \Omega_D, p \in \Omega_P, e \in \Omega_E \tag{34}$$

$$\sum_{g \in \Omega_{RT}} X^{RT}_{ij,g} \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_B \tag{35}$$

$$\sum_{ij \in \Omega_B} \sum_{g \in \Omega_{RT}} X^{RT}_{ij,g} \leq \bar{N}^{VR} \tag{36}$$

$$X^{RT}_{ij,g} \bar{I}^2_g \geq \sum_{a \in \Omega_L} I^2_{ij,a,d,p,e} - \bar{I}^2_a (1 - X^{RT}_{ij,g}) \quad \forall ij \in \Omega_B, g \in \Omega_{RT}, d \in \Omega_D, p \in \Omega_P, e \in \Omega_E \tag{37}$$

É importante salientar que, embora as restrições (32) e (33) sejam formulações não-lineares, alternativas linearizadas destas restrições podem ser encontradas nos trabalhos de Macedo et al. [2021], Carrion et al. [2023], e Mejia et al. [2024]. Além disso, o termo quadrático apresentado em (37) pode ser substituído, como feito nos trabalhos citados.

3. Resultados Numéricos

3.1. Sistema Teste

A validação do modelo proposto foi conduzida utilizando o sistema de 135 barras ilustrado na Figura 1 considerando tensão nominal 13,8 kV e os limites inferior e superior da tensão nodal como 0,95 p.u. e 1,05 p.u., respectivamente. Foram considerados dois dias representativos d, subdivididos em 4 patamares de carregamento p, cujas demandas são escaladas para um horizonte de três anos através de 3 estágios de operação e. Cabe salientar que, além da demanda do SDEE, os estágios de operação também alteram a penetração e a disposição de GDs, despacháveis ou não, e SAEs. Para fins de reprodutibilidade do estudo, todos os dados utilizados neste artigo podem ser acessados em Araujo et al. [2024].

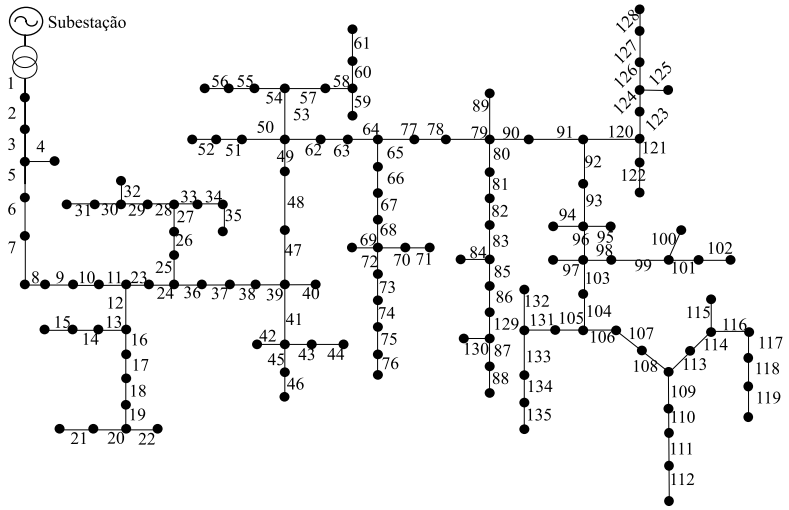


Figura 1: Diagrama Unifilar do Sistema Teste.

O problema de otimização apresentado em (1)–(37) foi implementado utilizando AMPL [Fourer et al., 2003] e considerando as formulações linearizadas das equações apresentadas, as quais podem ser encontradas nos trabalhos de Macedo et al. [2021], Carrion et al. [2023], e Mejia et al. [2024]. A instância de PLIM

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193512
https://proceedings.science/p/193512?lang=pt-br

resultante foi solucionada utilizando o *solver* Gurobi v11.0.0 [Gurobi Optimization, LLC, 2024] em um computador pessoal com processador Intel^{TM} Core i7-13700 e 32GB de memória RAM.

3.2. Estudo de Caso

Neste estudo de caso se considerou $\beta^Z = \beta^I = \alpha^Z = \alpha^I = 0$ e $\beta^P = \alpha^P = 1$ para todas as barras, o que significa que todas as cargas foram modeladas como potências constantes. Além disso, considerou-se um horizonte de planejamento de 3 anos, $\tau^{GD} = \tau^{SD} = 0{,}001\$/kW$. Quanto aos custos associados às ações de investimento, adotou-se os valores apresentados nas Tabelas 1 e 2. Note que, na Tabela 1, os custos de recondutoramento que provocam a redução de capacidade dos condutores instalados originalmente não possuem custo determinado visto que qualquer alteração desta natureza causa o aumento das perdas, dada a maior impedância por km dos condutores de menor capacidade, o que prejudica a função objetivo e, portanto, não é uma solução viável. Por fim, cabe salientar que se adotou um limite de 48 h ou a convergência para a solução ótima como critério de parada do *solver*. O melhor conjunto de ações de investimento, obtido após 48 h de execução com GAP de 2,93% e considerando os parâmetros de custos supracitados e os dados físicos do sistema disponíveis em Araujo et al. [2024], é apresentado na Tabela 3.

Tabela 1: Dados dos Tipos de Condutores.

Tipo	Resistência (Ω/km)	Reatância (Ω/km)	Capacidade (A)	Custo da Troca para o Tipo ($/km)				
				2	3	4	5	6
1	1,1440	0,8762	130	7.500,00	13.500,00	21.500,00	29.500,00	37.500,00
2	0,9963	0,7133	175	0	11.000,00	18.500,00	25.000,00	34.000,00
3	0,7618	0,7077	230	-	0	14.000,00	22.000,00	29.000,00
4	0,5995	0,6610	365	-	-	0	17.500,00	25.000,00
5	0,3692	0,4150	495	-	-	-	0	25.000,00
6	0,3209	0,3554	600	-	-	-	-	0

Tabela 2: Dados de Reguladores de Tensão e Bancos de Capacitores.

Tipo	Reguladores de Tensão		Módulos de Capacitores		
	Capacidade (A)	Custo ($)	Capacidade (kVAr)	Custo ($)	
				Módulo Fixo	Módulo Chaveado
1	300	11.350,00	300	1.300,00	1.690,00
2	400	14.500,00	600	1.600,00	2.080,00
3	500	17.000,00	900	1.900,00	2.470,00
4	600	20.000,00	1200	2.800,00	3.640,00

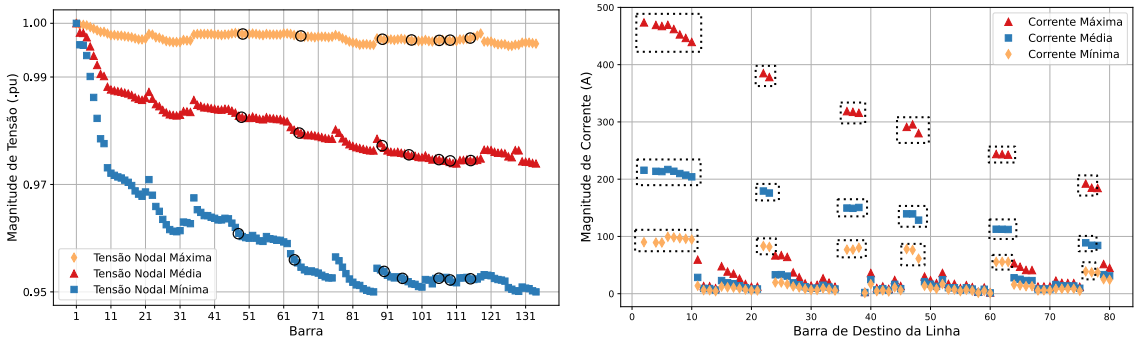
Tabela 3: Conjunto Otimizado de Ações de Investimentos.

Recondutoramento		Bancos de Capacitores Chaveados		Bancos de Capacitores Fixos	
Linhas	Tipo de Condutor	Barras	Capacidade (kVAr)	Barras	Capacidade (kVAr)
1–2; 2–4; 4–5; 5–6; 6–7; 7–8; 8–9; 9–10; 10–22; 22–23; 23–35; 35–36; 36–37; 38–46; 46–47; 47–48	6	90; 105; 108; 114	900	95	600
37–38; 48–61; 61–62; 62–63; 63–76; 76–77; 77–78	5			47; 63	900

A solução apresentada na Tabela 3 conta com 23 ações de recondutoramento, além da instalação de 4 bancos de capacitores chaveáveis e outros 3 bancos de capacitores fixos. A motivação das ações de recondutoramento pode ser verificada a partir da análise dos módulos das tensões e correntes no alimentador considerando todos os cenários operacionais. Dada a grande quantidade de dados a se analizar, ilustra-se na Figura 2 apenas os valores críticos (máximo e mínimo) e médios da magnitude destas grandezas. Observe na Figura 2(b) que as correntes máximas das linhas não ultrapassa 500 A. Assim, em termos de capacidade

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193512
https://proceedings.science/p/193512?lang=pt-br

de condução de corrente, o condutor do tipo 5 seria capaz de suprir as necessidades de fluxo de potência do SDEE, não sendo necessário o recondutoramento para o condutor do tipo 6, como apresetando na Tabela 3. No entanto, como pode ser observado na Figura 2(a), as magnitudes das tensões mínimas observadas em algumas barras do SDEE se aproximam bastante do limite inferior (i.e., $0,95$ p.u.). Neste sentido, recondutorar as linhas próximas da subestação (como é o caso daquelas recondutoradas com condutores do tipo 6) utilizando condutores do tipo 5 sem implementar outras ações de investimento causaria quedas de tensão maiores que as ilustradas na Figura 2(a), o que violaria os limites operacionais do sistema. Assim, forçar a troca dos condutores destas linhas para condutores do tipo 5 torna o problema infactível. A mesma conclusão se aplica para o caso das linhas 37–38, 48–61, 61–62, 62–63, 63–76, 76–77 e 77–78, cujas correntes máximas, em alguns casos, não ultrapassam 365 A (capacidade do condutor tipo 4) e, em outros, não ultrapassam 230 A (capacidade do condutor tipo 3) e, portanto, não demandariam condutores do tipo 5.



(a) Magnitude da Tensão nas Barras do SDEE (os circulos indicam os pontos de alocação de BCs).

(b) Magnitude da Corrente nos Primeiros Ramos do SDEE (os retângulos indicam as linhas recondutoradas).

Figura 2: Ilustração da Operação do SDEE.

Neste contexto, para justificar enconomicamente a solução obtida, executou-se três estudos de caso. O caso 1 representa a solução descrita na Tabela 3, enquanto os casos 2 e 3 representam soluções alternativas baseadas no caso 1 porém com as seguintes distinções: para o caso 2, o ramo 1–2 (maior segmento de linha do alimentador) é recondutorado utilizando o condutor 5; para o caso 3, os ramos 76–77 e 77–78 são recondutorados utilizando o condutor 4. Todas as outras ações de investimento para os casos 2 e 3 são idênticas às do caso 1. Os custos associados aos investimentos e custos operacionais dos casos 1, 2 e 3 são apresentados na Tabela 4 onde é possível observar que, embora o custo dos investimentos seja menor para os casos 2 e 3, os custos operacionais são maiores que a economia em investimentos, o que faz com que os casos alternativos apresentem custo-benefício inferior ao obtido pelo caso 1.

Tabela 4: Discriminação dos Custos dos Casos 1, 2, 3 e 4.

Tipo de Ação		Custo (10^3\$)			
		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Investimentos	Recondutoramento	80,875	78,625	73,125	80,500
	Instalação de BCs	15,280	15,280	15,280	8,000
	Instalação de RTs	0,000	0,000	0,000	11,350
Operacionais	Perdas Técnicas	410,537	417,579	422,487	406,923
	Operação de SAEs	0,005	0,005	0,005	0,005
	Operação de GDs	0,042	0,042	0,042	0,042
Total		**506,739**	**511,531**	**510,939**	**506,820**

Por fim, executou-se um quarto estudo de caso no qual bancos de capacitores chaveados não podem ser alocados, como proposto no trabalho de Mejia et al. [2024]. A discriminação dos custos associados à solução obtida para este estudo de caso é apresentada na Tabela 4 onde é possível notar o aumento dos custos totais esperados para o horizonte de planejamento em comparação com o caso 1. Além disso, nota-se a alocação

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193512
https://proceedings.science/p/193512?lang=pt-br

de um RT na linha que conecta as barras 46 e 47. A capacidade do equipamento é 300 A. Neste contexto, é importante salientar a importância de utilizar a corrente calculada para a linha em vez da capacidade de condução de corrente da linha como limite inferior da capacidade do RT, conforme apresentado em (37). Caso a capacidade do regulador fosse definida pela capacidade da linha, como adotado por Mejia et al. [2024], seria necessário instalar um RT do tipo 4, visto que a linha 46–47 possui capacidade de 600 A. Tal ação acarretaria um custo adicional de $6.650,00 em comparação com a solução obtida no caso 4.

4. Conclusões

Este estudo apresentou um modelo de otimização robusto para o planejamento de investimentos de curto prazo em sistemas de distribuição de energia elétrica, integrando recursos energéticos distribuídos. Através da alocação estratégica de bancos de capacitores fixos ou chaveados, instalação de reguladores de tensão com diferentes capacidades e recondutoramento de ramos, o modelo visa garantir a segurança e a qualidade do fornecimento de energia. A inclusão de geradores distribuídos despacháveis e não-despacháveis, bem como sistemas de armazenamento de energia, permite uma abordagem abrangente que considera a crescente penetração de recursos energéticos distribuídos.

A formulação proposta, baseada em programação linear inteira-mista, demonstrou eficácia na minimização dos custos totais esperados de investimento e operação, validada em um sistema de 135 barras. Os resultados indicam que o modelo é capaz de operar corretamente os equipamentos instalados, adaptando-se a diferentes cenários e investimentos. Este trabalho contribui significativamente para a literatura existente, oferecendo uma ferramenta prática e eficiente para a otimização de sistemas de distribuição de energia elétrica, promovendo maior eficiência, confiabilidade e sustentabilidade das redes de distribuição. Além disso, a metodologia apresentada pode ser adaptada para diferentes contextos e necessidades específicas de redes de distribuição, permitindo uma flexibilidade na aplicação prática.

Agradecimentos

Este trabalho foi financiado em parte pela Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), código de financiamento 001, e em parte pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) sob o processo 408464/2023-2.

Referências

Araujo, J. V. G., Faria, W. R., e Pereira Jr., B. R. (2024). Conjunto de Dados para Planejamento Ótimo de Investimentos e Operação em Curto Prazo para Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica. URL https://doi.org/10.5281/zenodo.11286532.

Carrion, C. E., Faria, W. R., Macedo, L. H., Romero, R., e Junior, B. R. P. (2023). Dynamic service restoration of distribution networks with volt-var devices, distributed energy resources, and energy storage systems. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*.

De Lima, T. D., Franco, J. F., Lezama, F., e Soares, J. (2022). A specialized long-term distribution system expansion planning method with the integration of distributed energy resources. *IEEE Access*, 10: 19133–19148.

Fourer, R., Gay, D., e Kernighan, B. (2003). *AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming*. Scientific Press series. Thomson/Brooks/Cole. ISBN 9780534388096.

Gonçalves, R. R., Franco, J. F., e Rider, M. J. (2015). Short-term expansion planning of radial electrical distribution systems using mixed-integer linear programming. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 9(3):256–266.

Gurobi Optimization, LLC (2024). Gurobi Optimizer Reference Manual. URL https://www.gurobi.com.

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193512
https://proceedings.science/p/193512?lang=pt-br

Hajagos, L. M. e Danai, B. (1998). Laboratory measurements and models of modern loads and their effect on voltage stability studies. *IEEE Transactions on Power Systems*, 13(2):584–592.

Home-Ortiz, J. M., Melgar-Dominguez, O. D., Pourakbari-Kasmaei, M., e Mantovani, J. R. S. (2019a). A stochastic mixed-integer convex programming model for long-term distribution system expansion planning considering greenhouse gas emission mitigation. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 108:86–95.

Home-Ortiz, J. M., Vargas, R., Macedo, L. H., e Romero, R. (2019b). Joint reconfiguration of feeders and allocation of capacitor banks in radial distribution systems considering voltage-dependent models. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 107:298–310.

Leng, R., Li, Z., e Xu, Y. (2022). A comprehensive literature review for optimal planning of distributed energy resources in distribution grids. *2022 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies-Asia (ISGT Asia)*, p. 369–373.

López, J. C., Rider, M. J., e Wu, Q. (2018). Parsimonious short-term load forecasting for optimal operation planning of electrical distribution systems. *IEEE transactions on power systems*, 34(2):1427–1437.

Macedo, L. H., Muñoz-Delgado, G., Contreras, J., e Romero, R. (2021). Optimal service restoration in active distribution networks considering microgrid formation and voltage control devices. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 57(6):5758–5771.

Mejia, M. A., Macedo, L. H., Muñoz-Delgado, G., Contreras, J., e Padilha-Feltrin, A. (2022a). Medium-term planning of active distribution systems considering voltage-dependent loads, network reconfiguration, and co2 emissions. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 135:107541.

Mejia, M. A., Macedo, L. H., Muñoz-Delgado, G., Contreras, J., e Padilha-Feltrin, A. (2022b). Multistage planning model for active distribution systems and electric vehicle charging stations considering voltage-dependent load behavior. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 13(2):1383–1397.

Mejia, M. A., Macedo, L. H., Muñoz-Delgado, G., Contreras, J., e Padilha-Feltrin, A. (2023). Active distribution system planning considering non-utility-owned electric vehicle charging stations and network reconfiguration. *Sustainable Energy, Grids and Networks*, 35:101101.

Mejia, M. A., Macedo, L. H., Muñoz-Delgado, G., Contreras, J., e Padilha-Feltrin, A. (2024). Optimal siting and sizing of renewable energy-based distributed generation in distribution systems considering co2 emissions. In *Sustainable Energy Planning in Smart Grids*, p. 199–231. Elsevier.

Melgar-Dominguez, O. D., Quijano, D. A., Mantovani, J. R. S., e Chicco, G. (2022). A robust multiobjective strategy for short-term distribution system upgrading to increase the distributed generation hosting capacity. *IEEE Transactions on Power Systems*, 37(6):4352–4364.

Melgar-Dominguez, O. D., Salas, R. W., e Mantovani, J. R. S. (2021). Short-term distribution system planning using a system reduction technique. *IEEE Access*, 9:153586–153598.

Pereira Junior, B. R., Cossi, A. M., e Mantovani, J. R. (2013). Multiobjective short-term planning of electric power distribution systems using nsga-ii. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 24: 286–299.

Tabares, A., Franco, J. F., Lavorato, M., e Rider, M. J. (2016). Multistage long-term expansion planning of electrical distribution systems considering multiple alternatives. *IEEE Transactions on Power Systems*, 31(3):1900–1914.

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193512
https://proceedings.science/p/193512?lang=pt-br