LVI SBPO SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL
DE 04 ATÉ 07 NOVEMBRO 2024
FORTALEZA | CEARÁ

MODELO HIPERCUBO INTEGRADO COM META-HEURÍSTICAS PARA ANÁLISE DE UM SISTEMA MÉDICO EMERGENCIAL EM RODOVIAS

Keily Oropeza
UNIFESP
São José dos Campos, SP
oropeza.keily@unifesp.br

Luiz Leduino
UNIFESP
São José dos Campos, SP
luiz.leduino@unifesp.br

Antônio Chaves
UNIFESP
São José dos Campos, SP
antonio.chaves@unifesp.br

RESUMO

Dada a relevância dos Serviços de Atendimento Emergencial (SAE) em rodovias, neste trabalho propomos uma abordagem para a otimização das operações de um SAE utilizando meta-heurísticas para modificar a configuração das regiões atendidas pelos servidores. Em especial, objetivamos auxiliar a tomada de decisão num SAE no que diz respeito localizações das áreas de cobertura de cada servidor, com a finalidade de otimizar seu desempenho. As meta-heurísticas BRKGA (*Biased Random-Key Genetic Algorithm*) e SA (*Simulated Annealing*) foram implementadas incorporando o modelo Hipercubo. Nos testes computacionais analisamos como a utilização destas meta-heurísticas interferem nas medidas de desempenho e comparamos os resultados obtidos. Os resultados indicam que a abordagem pode melhorar a eficiência de operação de um SAE.

PALAVRAS CHAVE. BRKGA, *Simulated Annealing*, Modelo Hipercubo.

Tópicos. Otimização.

ABSTRACT

Given the relevance of Emergency Assistance Services (EAS) on highways, in this work we propose an approach to optimize the operations of an SAE using metaheuristics to modify the configuration of the regions served by the servers. Specifically, our objective is to assist decision-making in an EAS regarding the locations of each server's coverage areas, with the aim of optimizing their performance. We implemented the metaheuristics Biased Random-Key Genetic Algorithm (BRKGA) and Simulated Annealing (SA), incorporating the hypercube model. Through computational tests, we analyzed how the utilization of these metaheuristics affects performance measures and compared the obtained results. The findings indicate that this approach can enhance the operational efficiency of an EAS.

KEYWORDS. BRKGA. Simulated Annealing. Hypercube model.

Paper topics. Optimization.

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193490
https://proceedings.science/p/193490?lang=pt-br

1. Introdução

A vida diária demanda serviços essenciais como saúde, segurança, transporte, entre outros, cuja qualidade é afetada pelo aumento populacional. Isso ressalta a importância de melhorar a gestão desses sistemas para garantir um atendimento satisfatório.

Nos Serviços de Atendimento Emergencial (SAE), as limitações financeiras tornam difícil planejar melhorias com um grande número de servidores, enfatizando a importância de investir na qualidade do serviço. Além disso operam no modelo "servidor-para-cliente", enfrentando desafios logísticos e exigindo consideração de fatores probabilísticos na análise.

Normalmente, esses elementos são deixados de lado ao criar modelos para esses sistemas, mas o modelo Hipercubo, desenvolvido por LARSON [1974], é uma técnica confiável e eficaz para avaliar SAEs, considerando essas condições. Ele consegue abordar a incerteza que faz parte da operação desses serviços, considerando as particularidades dos servidores e como eles colaboram e interagem entre si.

No entanto o modelo Hipercubo, sendo principalmente descritivo, não oferece uma maneira direta de determinar uma configuração ótima do sistema com base nos critérios estabelecidos, o que limita sua capacidade de sugerir melhorias isoladamente. Por essa razão, propomos uma abordagem que integra o modelo Hipercubo com meta-heurísticas, como o BRKGA (*Biased Random-Key Genetic Algorithm*) e o SA (*Simulated annealing*), que permitam realizar otimizações nos sistemas de SAE.

O presente trabalho se organiza da seguinte forma. Na Seção 2 detalha-se o problema tratado. A Seção 3 descreve os fundamentos e algumas implementações do modelo Hipercubo e das meta-heurísticas BRKGA e SA. A Seção 4 descreve a fonte dos dados e as considerações iniciais realizadas para as implementações das meta-heurísticas. A Seção 5 mostra os resultados obtidos para o caso sem alterar as configurações das bases (modelo Hipercubo fixo) e nas Subseções 5.1 e 5.2 apresentam os resultados obtidos para cada heurística comparada com o modelo Hipercubo fixo; e na Subseção 5.3 compara-se os resultados obtidos pelas meta-heurísticas. Finalmente, a Seção 6 apresenta as conclusões finais.

2. O Problema de Otimização do Desempenho dos Serviços Médicos Emergenciais

O Sistema Anjos do Asfalto fornece serviços médicos emergenciais ao longo da rodovia Presidente Dutra, entre São Paulo e Rio de Janeiro, através de 6 bases fixas distribuídas ao longo da rota. Cada base está equipada com uma ambulância e equipe médica. Os chamados são atendidos pela ambulância mais próxima, seguindo uma política de despacho que prioriza a proximidade. Caso a ambulância mais próxima esteja ocupada, a segunda unidade mais próxima é despachada. Se ambas estiverem ocupadas, o chamado é encaminhado para outro SAE e sendo considerado uma perda. Cada região entre as bases é dividida em duas sub-regiões, chamadas de átomos, cada uma com listas de preferência de despacho distintas.

Dada a importância dos Serviços de Atendimento Médico-Emergencial (SAE) nas rodovias, diversas abordagens podem ser adotadas para melhorar seu desempenho, como o aumento na quantidade de servidores ou bases, ou a melhoria do posicionamento das bases e as áreas de cobertura dos servidores. Nosso trabalho foca na melhoria do desempenho do SAE, especificamente investigando se a modificação das áreas de cobertura dos átomos pode resultar em melhorias. Considerando a variedade de medidas de desempenho avaliadas nos SAE, optamos por analisar independentemente três delas: desvio das cargas de trabalho, tempo médio de viagem do sistema e frequência media de atendimentos primários.

Propomos uma abordagem para otimizar as operações do Sistema Anjos do Asfalto, que consiste na modificação da configuração dos tamanhos das sub-regiões atendidas pelos servidores.

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193490
https://proceedings.science/p/193490?lang=pt-br

Para isso, utilizamos as meta-heurísticas BRKGA e SA, que incorporam o modelo Hipercubo, permitindo otimizar as soluções, estudar o comportamento global do sistema em estado de equilíbrio, e realizar um estudo independente das medidas de desempenho.

3. Métodos de Solução

Nesta seção, são descritos os fundamentos das metodologias implementadas para a solução do nosso problema, que incluem o modelo Hipercubo e as meta-heurísticas BRKGA e SA.

3.1. Modelo de Localização Hipercubo

O modelo de Localização Hipercubo de Filas, proposto por LARSON [1974], é um modelo descritivo que se baseia em sistemas de filas espacialmente distribuídas, expandindo os estados de um sistema $M/M/m$, onde busca-se representar os m servidores em um sistema onde o servidor vai até o usuário. Dessa forma, também permite lidiar com políticas de envio ainda mais complexas.

O termo Hipercubo é derivado do espaço de estados que descreve a disponibilidade dos servidores, já que cada servidor pode estar em apenas dois estados: livre ou ocupado. Um estado específico do sistema é representado por uma lista de servidores que estão ocupados ou livres, codificados como um número binário. Essa codificação é organizada da direita para esquerda, seguindo a ordem dos servidores.

Para encontrar a solução do problema, é preciso elaborar e resolver um modelo composto por um conjunto de equações lineares de equilíbrio. Nesse modelo, as probabilidades de cada evento são tratadas como variáveis, e o equilíbrio é alcançado igualando as probabilidades de entrada e saída para cada evento. As soluções fornecem as probabilidades de ocorrência durante o equilíbrio, permitindo calcular as medidas de desempenho para o problema, como por exemplo, a carga de trabalho dos servidores.

Embora o modelo do Larson tenha nove hipóteses principais, autores como BATTA et al. [1989] relaxaram algumas dessas hipóteses para casos específicos, como a independência entre servidores, e estudos posteriores exploraram sua aplicação em cenários com servidores não homogêneos, como acontece em alguns Serviços de Atendimento Médico-Emergencial (SAE) no Brasil, por exemplo, quando se tem servidores terrestres e aéreos [CHIYOSHI et al., 2001; MORABITO et al., 2008].

3.2. Metaheurística BRKGA

Os algoritmos genéticos com chaves aleatórias (RKGA - *Random-Key Genetic Algorithm*) foram introduzidos por BEAN [1994], visando resolver problemas clássicos de sequenciamento e otimização. Enquanto os algoritmos genéticos tradicionais enfrentam dificuldades em manter a viabilidade das soluções durante a operação de *crossover*, os RKGAs surgem para solucionar essas dificuldades por meio de uma representação robusta que utiliza chaves aleatórias e decodificadores eficientes para cada tipo de problema.

A meta-heurística BRKGA (*Biased Random-Key Genetic Algorithm*), proposta por GONÇALVES et al. [2011], é uma variante do RKGA que tem sido alvo de estudos na última década. Assim como o RKGA, esta heurística busca obter soluções viáveis através da decodificação de uma solução codificada, usando decodificadores apropriados. Esse processo de decodificação consiste em um método heurístico (denominado por *decoder*), que, em termos computacionais, deve ter um custo relativamente baixo e utilizar como entrada um cromossomo composto por números aleatórios.

A diferença entre BRKGA e RKGA está no processo de seleção dos indivíduos durante o *crossover*, onde o BRKGA seleciona um indivíduo de boa qualidade (elite) e outro de qualidade inferior para a combinação e obtenção de uma nova geração. Essas abordagens têm sido aplicadas em diversos problemas, como roteirização em redes, programação de tarefas, empacotamento

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193490
https://proceedings.science/p/193490?lang=pt-br

tridimensional e outros, demonstrando sua eficácia em diferentes contextos [BURIOL et al., 2005; GONÇALVES e RESENDE, 2012; GONÇALVES e TOSO, 2013].

O Algoritmo 1 apresenta o pseudocódigo do BRKGA. Ele recebe como parâmetros de entrada o tamanho da população inicial (N), o número de gerações (G), a taxa de indivíduos de elite (T_e) e de mutação (T_m). Ele inicia, nas linhas 3-10, gerando uma população inicial de N cromossomos aleatórios e, em cada uma das G gerações, avalia o *fitness* de cada cromossomo decodificado. Em seguida, seleciona os correspondentes melhores indivíduos como elite com taxa T_e e gera a nova população copiando o grupo de elite. Além disso, adiciona os indivíduos mutantes gerados com taxa T_m e completa a população por meio de *Parametric Uniform Crossover* até alcançar o tamanho N. Ao final das G gerações, o algoritmo retorna o melhor indivíduo encontrando durante o processo evolução do BRKGA.

Algorithm 1 BRKGA

1: **Dados de entrada:** N, G, T_e, T_m
2: **Dados de saída:** solução X
3: Obtém uma população inicial de N cromossomos aleatoriamente
4: **while** $i > G$ **do**
5: Avaliar o *fitness* para cada cromossomo decodificado
6: Classificar a população em Elite e não Elite
7: Copiar os indivíduos Elite para a próxima geração
8: Gerar a nova população usando o *Parametric Uniform Crossover*
9: Criar indivíduos mutantes
10: **end while**
11: **Retorne:** melhor indivíduo

3.3. Meta-heurística SA

O método de *Simulated Annealing*, proposto por Kirkpatrick et al. [1983], é inspirado na mecânica estatística, especificamente no processo de recozimento de metais até seu ponto de fusão e seu subsequente resfriamento lento, permitindo que as moléculas alcancem uma configuração de baixa de energia e formem uma estrutura cristalina. Porém, se o resfriamento for rápido demais, podem surgir irregularidades e defeitos.

A principal característica do SA é sua capacidade de explorar o espaço de soluções, permitindo movimentos que piorem o custo nas vizinhanças de mínimos locais. Isso é realizado através do algoritmo Metropolis, uma metodologia baseada em cadeias de Markov Monte Carlo (MCMC), que permite uma aceitação maior de soluções piores em temperaturas mais altas e quase nenhuma em temperaturas próximas do congelamento [Metropolis et al., 1953].

O Algoritmo 2 apresenta o pseudocódigo da meta-heurística SA. Ele é inicializado com a função objetivo ($f(\cdot)$), uma vizinhança $N(\cdot)$, a taxa de resfriamento (α), o número de iterações por temperatura (SA_{max}), a temperatura inicial (T_0) e uma solução inicial (s). Em cada iteração, nas linhas 4-20, ele gera uma nova solução aleatória na vizinhança da solução atual. Se essa nova solução for melhor que a solução atual, ela é aceita automaticamente (linha 9-13). Caso contrário, a aceitação ou rejeição da nova solução é determinada por uma probabilidade inspirada no Metropolis (linha 14-18). A temperatura é gradualmente reduzida em cada iteração de acordo com α. O processo é repetido até que a temperatura caia abaixo de um valor mínimo T_f. A melhor solução encontrada durante todo o processo é retornada como resultado.

4. Implementação Computacional

Os dados utilizados neste estudo foram coletados do trabalho de IANNONI [2005], considerando um modelo sem fila de espera. Apresentam-se os dados de entrada para o Sistema Anjos

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193490
https://proceedings.science/p/193490?lang=pt-br

Algorithm 2 SA

Dados de entrada: $f(.)$, $N(.)$, α, SA_{max}, T_0, s
Dados de saída: solução s^*
$s^* = s$, $n = 0$, $T = T_0$
while $T > T_f$ **do**
    while $n < SA_{max}$ **do**
        $n = n + 1$
        Gerar um vizinho aleatório (s') na vizinhança $N^k(s)$
        $\Delta = f(s') - f(s)$
        if $\Delta < 0$ **then**
            $s = s'$
            if $f(s') \leq f(s^*)$ **then**
                $s^* = s'$
            end if
        else
            Escolhe $x \in [0, 1]$
            if $x < e^{\frac{-\Delta}{T}}$ **then**
                $s = s'$
            end if
        end if
    end while
    $T = T \times \alpha$
    $n = 0$
end while
Returne s^*

do Asfalto, o qual inclui 10 átomos do sistema e 6 bases para os servidores, conforme obtido no trabalho de MENDONÇA e MORABITO [2000]. Os átomos 5 e 6 foram modificados de acordo com as considerações feitas por Iannoni. Além disso, são fornecidas as taxas médias de chegada de chamadas no sistema por minuto (λ_j, $j = 1, \ldots, 10$), o tamanho dos átomos (extensão em quilômetros) e a taxa de chegada total do sistema (λ). É importante ressaltar que qualquer chamada que não possa ser atendida pelos servidores preferenciais é considerada como perda.

Em relação aos dados de entrada relacionados aos atendimentos dos 6 servidores do sistema, são fornecidas a taxa média de atendimentos por minuto (μ_i) e a lista de preferência, que contem os 2 tipos de preferencia de cada átomo (primária e backup) para cada servidor. Essas informações são fundamentais para calcular a taxa de ocupação do sistema, a qual foi estimada em $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0{,}1890$. Além disso, são disponibilizados os tempos médios de viagem a base do servidor i e o átomo j, representados por t_{ij} em segundos. A validação das hipóteses do modelo Hipercubo sob os dados, como a independência dos servidores com chegada de Poisson e sua análise estatística, foi conduzida por MENDONÇA e MORABITO [2000].

4.1. Decodificador

Para representar as soluções das meta-heurísticas BRKGA e SA foi utilizado o conceito de chaves aleatórias do BRKGA. Sendo assim, uma solução é representada pelo vetor y, onde sua componente $y_i \in [0, 1)$, com $i = 1, 2, \ldots, N - 1$, representa a proporção da distância entre dois servidores adjacentes (ou bases) i e $i + 1$. Esta proporção corresponde à área primária direita do servidor i e por reciprocidade à área backup direita do servidor i. Por exemplo, na Figura 1, na base

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193490
https://proceedings.science/p/193490?lang=pt-br

2 (i_2) tem-se que a área primária direita é x_3 e a backup direita é x_4, mas nos extremos i_1 e i_6 há apenas uma área primária de atendimento, x_1 e x_{10}, respectivamente. Considerando que o Sistema Anjos do Asfalto tem 6 bases com um servidor designado em cada uma, o número de posições em cada solução é $N-1$, onde N é o número de servidores\bases.

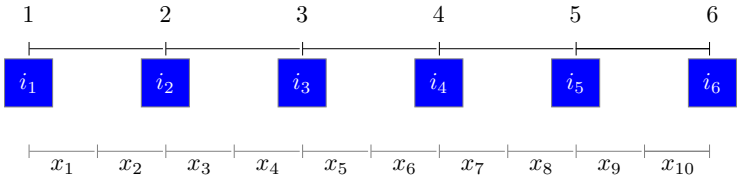


Figura 1: Configuração do problema da rodovia para o Sistema Anjos do Asfalto com distâncias.

Para uma compreensão mais aprofundada do processo de variação dos tamanhos\áreas dos átomos durante as iterações das meta-heurísticas, vamos considerar apenas os átomos 1 e 2 como exemplo. Suponhamos que x_1^0 e x_2^0 representem as áreas inicialmente atendidas por cada átomo e dada a solução decodificada $\tilde{y} = [\tilde{y}_1, \ldots, \tilde{y}_{N-1}]$. Definimos o resultado das variações dos tamanhos como $x_1 = \tilde{y}_1 \times d_1$ e $x_2 = d_1 - x_1$, as quais serão as configurações finais dos átomos, onde d_i corresponde à distância entre as bases de dois servidores adjacentes i e $i+1$. Como consequência da variação nas áreas dos átomos, as taxas de chegada também são ajustadas de acordo com a nova área, tomando a proporção da taxa correspondente ao novo tamanho: $\frac{x_k}{x_k^0}\lambda_k^0$ para quando o tamanho diminui e $\frac{\Delta x_k}{x_k^0}\lambda_k^0$ para adicionar a taxa do átomo k que aumenta, da seguinte maneira:

$$\begin{array}{lll} \text{Se} & x_j < x_j^0 \Rightarrow & \begin{cases} \lambda_j &= x_j \frac{\lambda_j^0}{x_j^0} \\ \lambda_{j+1} &= \lambda_{j+1}^0 + (x_{j+1} - x_{j+1}^0)\frac{\lambda_j^0}{x_j^0} \end{cases} \\ \text{Se} & x_j > x_j^0 \Rightarrow & \begin{cases} \lambda_{j+1} &= x_{j+1}\frac{\lambda_{j+1}^0}{x_{j+1}^0} \\ \lambda_j &= \lambda_j^0 + (x_j - x_j^0)\frac{\lambda_{j+1}^0}{x_{j+1}^0} \end{cases} \end{array} \tag{1}$$

onde x_j^0 é tamanho inicial do átomo j e x_j é o tamanho final, λ_j^0 é a taxa de chegada inicial do átomo j, e λ_j é taxa de chegada resultante do átomo j ($j = 1, \ldots, N_A$), com N_A sendo o número de átomos.

O *Decoder* é uma função determinística que tem como domínio $[0, 1)$ e imagem $[0{,}2; 0{,}8]$, ou seja, estabelece um mínimo de 20% e um máximo de 80% da longitude total (d_i) para estabelecer os tamanhos dos átomos.

Para a avaliação do *fitness* tomaram-se 3 funções objetivo, que foram estudadas individualmente, as quais são: desvio da carga de trabalho, frequência média de atendimento nos átomos primário de cada servidor e tempo médio de viagem do sistema. Os cálculos destas funções passam primeiro pela decodificação das soluções, a atualização dos dados de entrada do modelo Hipercubo (como as taxas de chegada e tamanho dos átomos), para posteriormente resolver o sistema linear do modelo Hipercubo desenvolvido de acordo com a lista de preferências do Sistema dos Anjos do Asfalto e seu funcionamento. Uma vez determinadas as probabilidades dos eventos no estado de equilíbrio, estas são usadas para os cálculos da função objetivo estudada em cada caso, e estes serão detalhados na seção seguinte.

Após testes computacionais, os parâmetros do BRKGA nesta abordagem foram definidos como $T_e = 0{,}3$, $T_m = 0{,}2$ e $\rho \in 0{,}7$ sendo a probabilidade de herdar o gene do pai elite. Os parâmetros do SA foram definidos como temperatura final $T_f = 0{,}0001$, $T_0 = 4$ e $\alpha = 0{,}9$. Para

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193490
https://proceedings.science/p/193490?lang=pt-br

o BRKGA foram analisados diferentes tamanhos de população ($N = \{100, 200\}$) e número de gerações ($G = \{10, 20, 30, 40, 50, 100\}$).

5. Resultados computacionais

Os resultados seguintes foram obtidos utilizando Python 3.8.10, com um processador Ryzen 5 e 8 GB de RAM. Para resolver o caso com as configurações fixas, que chamaremos Hipercubo fixo (HF), procedemos a encontrar a solução do sistema linear do modelo Hipercubo usando os dados subministrados pelo Sistema Anjos do Asfalto sem modificá-los e posteriormente substituindo uma das equações pela equação de controle de probabilidade ($P(\Omega) = 1$). Neste estudo, a equação excluída foi aquela do evento onde todos os servidores estão ocupados ($E_i = \{111111\}$). Em seguida, aplicamos o método de Gauss-Jordan para achar as probabilidades de cada evento. Obtém-se, a partir disso, uma probabilidade de perda de $P_p = 0{,}064\,82$, calculada substituindo os valores na equação de perda do problema, de acordo com a tabela de preferências e o espaço de eventos.

O passo seguinte é calcular as cargas de trabalho de cada servidor como $\rho_i = \sum_{E_i \in B} P_{E_i}$, onde B é o conjunto de todos os eventos E_i tais que o servidor i está ocupado. Como pode ser observado na Tabela 1), o servidor 3 tem a maior carga de trabalho, com $0{,}3730$, e o servidor com menos carga é o 6 com $0{,}0667$. Quanto ao desvio padrão da carga de trabalho (σ_{carga}) obtém-se um total de $0{,}1127$.

i	1	2	3	4	5	6	σ_{carga}
carga (ρ_i)	0,3259	0,3021	0,3730	0,1397	0,1488	0,0667	0,1127

Tabela 1: Carga de trabalho para cada servidor i (ρ_i) e o desvio padrão das cargas do sistema.

Além disso, com as probabilidades encontradas é possível obter as frequências de atendimento de cada servidor em cada átomo com a equação, $f_{ij} = \frac{(\lambda_j/\lambda)\sum_{B \in E_{ij}} P_B}{1-P_p}$. Dessa forma, obtemos os resultados apresentados na Tabela 2. As frequências de atendimento nos átomos primários (coluna $f^i_{primário}$) para cada servidor são a soma dos valores f_{ij} onde o átomo é atendimento primário do servidor de acordo com a tabela de preferências, ressaltados em negrito. O valor total de atendimento primário do sistema foi 0,8295, que corresponde ao valor percentual de 82,95%.

f_{ij}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$f^i_{primário}$
1	**0,1101**	0,0080									0,1101
2	0,0302	**0,0346**	**0,0811**	0,0171							0,1157
3			0,0221	**0,0411**	**0,0629**	0,0003					0,1039
4					0,0297	**0,0041**	**0,1903**	0,0136			0,1943
5							0,0257	**0,0924**	**0,1140**	0,0057	0,2063
6									0,0182	**0,0991**	0,0991
$f_{primário}$											0,8295

Tabela 2: Frequências de atendimento primário de cada servidor i em cada átomo j (f_{ij}), frequêcias primárias para cada servidor ($f^i_{primário}$) e em total ($f_{primário}$).

Por outro lado, a função objetivo do tempo médio de viagem do sistema é calculado pela equação $\bar{T} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N_A} f_{ij} t_{ij}$, onde t_{ij} representa o tempo médio de viagem do servidor i até o átomo j. Neste caso, o resultado obtido é $\bar{T} = 8{,}005\,73$ segundos.

5.1. Resultados do BRKGA

Para a meta-heurística BRKGA, os resultados foram obtidos usando uma taxa de elite (T_e) de 30% e uma taxa de mutação (T_m) de 20%, e variações nas populações e gerações observadas na Tabela 3. As médias das frequências de atendimentos primários variam entre [83,48753%,

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193490
https://proceedings.science/p/193490?lang=pt-br

83,53219%], os desvios padrão da carga de trabalho variam entre [0,106907, 0,107254], e os tempos médios de viagem do sistema estão entre [6,71519, 6,716123] . Além disso, pode-se observar que a média por grupo populacional melhora no segundo decimal da frequência e no quarto decimal das outras funções objetivo com o aumento da população, obtendo as médias globais de 83,50799% para a frequência, 0,107068 para o desvio padrão das cargas e 6,715803 segundos para o tempo médio de viagem do sistema. Também podem ser observados os resultados obtidos ao resolver o sistema do Hipercubo com as bases fixas (Hipercubo Fixo - HF).

População	**Gerações**	$\bar{F}_{primario}$	**Dif.** $\bar{F}_{primario}$	$\bar{\sigma}_{carga}$	**Dif.** $\bar{\sigma}_{carga}$	$\bar{T}_{viagem}$	**Dif.** $\bar{T}_{viagem}$
100	10	83,48753%	0,652%	0,107254	4,796%	6,716062	16,099%
100	20	83,48793%	0,653%	0,107128	4,908%	6,716087	16,098%
100	30	83,50338%	0,671%	0,107210	4,836%	6,715921	16,093%
100	40	83,51283%	0,683%	0,107020	5,004%	6,716123	16,096%
100	50	83,50332%	0,671%	0,107209	4,837%	6,715602	16,099%
100	100	83,50834%	0,677%	0,106987	5,034%	6,715195	16,094%
Média(100)		83,50056%	0,668%	0,107135	4,902%	6,715832	16,096%
200	10	83,50757%	0,676%	0,107070	4,960%	6,715592	16,104%
200	20	83,51327%	0,683%	0,107044	4,983%	6,715664	16,103%
200	30	83,50987%	0,679%	0,107022	5,002%	6,715901	16,101%
200	40	83,51247%	0,682%	0,107037	4,989%	6,715777	16,097%
200	50	83,51716%	0,688%	0,106933	5,081%	6,715823	16,102%
200	100	83,53219%	0,706%	0,106907	5,104%	6,715884	16,105%
Média(200)		83,51542%	0,686%	0,107002	5,020%	6,715774	16,102%
Hipercubo Fixo-HF		82,94658%		0,112657		8,005734	
Média		83,50799%	0,677%	0,107068	4,961%	6,715803	16,099%

Tabela 3: Resultados da média das corridas optimizando o tempo médio de viagem, o desvio padrão de carga de trabalho e a frequência de atendimentos nos átomos preferenciais primários do sistema e a sua diferença com o modelo Hipercubo fixo (HF), usando BRKGA com $T_e = 0{,}3$ e $T_m = 0{,}2$.

Analisando em detalhe os resultados, na Tabela 3 pode-se observar a porcentagem relativa ao Hipercubo fixo, que representa a diferença absoluta entre o valor médio obtido pela metaheuristica e pelo modelo Hipercubo fixo, ou seja, $Dif.\bar{\sigma}_{carga} = \frac{\|\bar{\sigma}_{carga} - \sigma_{HF}\|}{\sigma_{HF}}$, note que para o desvio das cargas para o grupo de 100 indivíduos a maior diferença foi de 5,034% e para o grupo de 200 o máximo valor foi de 5,104% ambas com 100 gerações, e quanto à média tem-se 4,902% para 100 indivíduos, 5,020% para 200 e em global 4,961%.

Para os tempos médios de viagem do sistema, os valores médios variam no terceiro decimal como se pode observar na tabela, e consegue-se uma melhora de 16,099% em média geral, e para os grupos se tem uma melhoria de 16,096% para 100 de população e 16,102% para 200 indivíduos.

Agora, analisando os resultados para a frequência de atendimento primário do sistema, se tem que as melhoras são menores que nas outras funções objetivos, com uma média global de 0,677% , o que representa um incremento da frequência média de 82,94658% a 83,50799%, ou seja, uma diferença de 0,56141, e a maior melhora se encontra nos casos com 200 indivíduos com 100 gerações (0,706% de melhora), e que também tem a maior média por grupo populacional com 0,686%.

Com relação aos tempos médios das execuções dos métodos de solução tem-se que para o desvio das cargas na população de 100 indivíduos os tempos médios das execuções inicia com 3,44 minutos para 10 gerações com um incremento aproximado de 2,6 min. por cada aumento de 10 gerações deixando a média do grupo em 12,03 minutos e para 200 indivíduos inicia com 6,50 e

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193490
https://proceedings.science/p/193490?lang=pt-br

finaliza com 62,64 min. tendo um incremento de 5,70 cada 10 gerações e média de 25,23. Para o tempo médio de viagem do sistema, obteve-se que os tempos de execução se encontram entre [8,17, 115,43] minutos com médias de 28,15 e 48,41 min. para cada grupo populacional e uma média global de 38,28 minutos. Agora, para a terceira função objetivo note que os tempos de execução se encontram entre 7,25 a 104,62 minutos.

5.2. Resultados do SA

Para a meta-heurística SA, os resultados seguintes foram obtidos usando um valor de $\alpha = 0{,}9$, para T_0 e SA_{max} considerou-se uma configuração tal que para a última temperatura aceitada ($T > 0{,}0001$) se alcance um total de 1000 avaliações do modelo Hipercubo, dado que é o mínimo de avaliações realizadas usando BRKGA no caso de 10 gerações e 100 indivíduos, o que permitiria uma comparação entre os métodos. Além disso, considerou-se que com esta configuração a probabilidade de aceitação pelo método de Metropolis seja superior ao 50% para diferenças grandes das soluções desde a temperatura inicial até T_f, determinando desse modo $T_0 = 4$ e $SA_{max} \in \{10, 20, 30, 40, 50\}$ para comparação de $\{1000, 2000, 3000, 4000, 5000\}$ avaliações do modelo Hipercubo respectivamente.

Na Tabela 4, observam-se as médias das execuções, por grupo de avaliações, para as funções objetivos: desvio de carga de trabalho do sistema ($\bar{\sigma}_{carga}$), frequência de atendimento primário ($\bar{F}_{primario}$) e o tempo médio de viagem do sistema ($\bar{T}_{viagem}$). Note que para a frequência de atendimento primário do sistema, se encontram valores entre 83,501% e 83,526%, com uma média de 83,515%. Nos valores do desvio obteve-se uma média de 0,107035 cujos valores se encontram entre [0,106927, 0,107143]. Finalmente para o tempo médio de viagem do sistema, tem-se valores entre [7,284250, 7,322515] com média de 7,304388. Além disso, se apresentam as diferenças em porcentagem obtidas para cada uma das funções objetivos com respeito do modelo Hipercubo fixo (HF). Para o desvio se encontra uma média de 4,99% de melhora em relação ao HF, no caso da frequência a melhora média é de 0,686% e para o tempo de viagem do sistema se tem uma média de 8,750%.

Avaliações	$\bar{F}_{primario}$	**Dif.** $\bar{F}_{primario}$ **(%)**	$\bar{\sigma}_{carga}$	**Dif.** $\bar{\sigma}_{carga}$**(%)**	$\bar{T}_{viagem}$	**Dif.** $\bar{T}_{viagem}$**(%)**
1000	83,501%	0,668%	0,107127	4,909%	7,322515	8,518%
2000	83,509%	0,678%	0,107143	4,895%	7,312143	8,641%
3000	83,523%	0,695%	0,107011	5,012%	7,300248	8,823%
4000	83,517%	0,688%	0,106969	5,049%	7,302786	8,771%
5000	83,526%	0,699%	0,106927	5,087%	7,284250	8,999%
Média	83,515%	0,686%	0,107035	4,990%	7,304388	8,750%

Tabela 4: Resultados das médias das corridas optimizando o tempo médio de viagem, o desvio padrão de carga de trabalho e a frequência de atendimentos nos átomos primários do sistema e suas diferenças com o modelo Hipercubo fixo (HF), usando SA com $T_0 = 4$ e $\alpha = 0{,}9$.

Finalmente, para os tempos médios das execuções, observa-se que o desvio começa com 0,78 horas para 1000 avaliações e apresenta um incremento médio de 0,702 horas para cada aumento de 1000 avaliações. Por outro lado, para a função objetivo do tempo de viagem do sistema, o tempo inicial é de 0,89 horas, com um incremento de 0,785 horas para cada 1000 avaliações adicionais. Por fim, a terceira função objetivo, que é a frequência média de atendimento primário do sistema, registra um tempo médio de 0,95 horas para 1000 avaliações, com um incremento de 0,743 horas para cada 1000 avaliações adicionais.

5.3. Comparação entre SA e BRKGA

Para comparar os métodos SA e BRKGA, observamos na Tabela 5 que, no caso do desvio padrão de cargas de trabalho, a meta-heurística BRKGA supera os resultados do SA em apenas

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193490
https://proceedings.science/p/193490?lang=pt-br

um grupo de avaliações do modelo Hipercubo, com 2000 avaliações, alcançando 4,934% contra 4,895% do SA. Portanto, pode-se considerar a meta-heurística SA mais eficaz para otimizar a função objetivo, obtendo uma média global de 4,99%, que representa um desvio de carga de 0,107035. Por outro lado, ao considerarmos os tempos de execução, o BRKGA leva aproximadamente 12 minutos, enquanto o SA leva cerca de 2,2 horas. Nesse aspecto, o BRKGA se mostra o melhor método.

Avaliações	$\bar{\sigma}_{carga}$ **SA**	**Dif.** $\bar{\sigma}_{carga}$ **SA(%)**	$\bar{\sigma}_{carga}$ **BRKGA**	**Dif.** $\bar{\sigma}_{carga}$ **BRKGA(%)**
1000	0,107127	4,909%	0,107254	4,796%
2000	0,107143	4,895%	0,107099	4,934%
3000	0,107011	5,012%	0,107210	4,836%
4000	0,106969	5,049%	0,107032	4,994%
5000	0,106927	5,087%	0,107126	4,910%
Média	0,107035	4,990%	0,107144	4,894%

Tabela 5: Resultados da média de corridas otimizando o desvio padrão da carga de trabalho do sistema, comparando SA e BRKGA, e sua diferença com o Hipercubo fixo (HF) segundo a população total avaliada.

Para a segunda função objetivo, o tempo médio de viagem do sistema, observa-se na Tabela 6 que a meta-heurística SA, para a mesma quantidade de modelos Hipercubo avaliados, não alcança mais da metade da porcentagem de melhorias em relação ao modelo Hipercubo fixo (HF), com uma média global de 8,750% para SA e 16,098% para BRKGA. Portanto, o método BRKGA pode ser considerado superior, alcançando uma média de 6,716952. Comparando os tempos médios de execução, o BRKGA leva aproximadamente 28,147 minutos, enquanto o SA leva cerca de 2,502 horas. Portanto, em termos de tempo de execução, a melhor meta-heurística é o BRKGA.

Avaliações	$\bar{T}_{viagem}$ **SA**	**Dif.** $\bar{T}_{viagem}$ **SA(%)**	$\bar{T}_{viagem}$ **BRKGA**	**Dif.** $\bar{T}_{viagem}$ **BRKGA(%)**
1000	7,32378	8,518%	6,716921	16,099%
2000	7,31395	8,641%	6,716724	16,101%
3000	7,29940	8,823%	6,717395	16,093%
4000	7,30356	8,771%	6,716827	16,100%
5000	7,28533	8,999%	6,716892	16,099%
Média	7,30520	8,750%	6,716952	16,098%

Tabela 6: Resultados da média de corridas otimizando ao tempo médio de viagem do sistema, comparando SA e BRKGA, e sua diferença com o Hipercubo fixo (HF) segundo a população total avaliada.

Finalmente, na terceira função objetivo, a frequência média de atendimento primário do sistema, observa-se na Tabela 7 que o método SA, para a mesma quantidade de modelos Hipercubo avaliados, não é superado pela meta-heurística BRKGA nas melhorias obtidas em relação ao modelo Hipercubo fixo (HF), com uma média global de 0,686% para SA e 0,668% para BRKGA. Portanto, o método SA pode ser considerado superior, alcançando 83,51537% de frequência média obtida. Comparando os tempos médios de execução, o BRKGA leva aproximadamente 22,18 minutos, enquanto o SA leva cerca de 2,45 horas. Portanto, em termos de tempo de execução, a melhor meta-heurística é o BRKGA.

Para finalizar a comparação entre os métodos SA e BRKGA, realiza-se um teste T para determinar se as médias obtidas por grupo de avaliações do modelo Hipercubo são significativamente diferentes. Ou seja, estudam-se as seguintes hipóteses alternativas (Ha) contra a hipótese inicial de igualdade entre SA e BRKGA:

- **Desvio padrão de cargas de trabalho:** a média dos grupos de avaliações de SA é menor que

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193490
https://proceedings.science/p/193490?lang=pt-br

Avaliações	$\bar{F}_{primario}$ SA	Dif. $\bar{F}_{primario}$ SA(%)	$\bar{F}_{primario}$ BRKGA	Dif. $\bar{F}_{primario}$ BRKGA(%)
1000	83,50066%	0,668%	83,48753%	0,652%
2000	83,50920%	0,678%	83,49775%	0,664%
3000	83,52340%	0,695%	83,50338%	0,671%
4000	83,51746%	0,688%	83,51305%	0,683%
5000	83,52615%	0,699%	83,50332%	0,671%
Média	83,51537%	0,686%	83,50101%	0,668%

Tabela 7: Resultados da média de corridas otimizando ao frequência de atendimento primário do sistema, comparando SA e BRKGA, e sua diferença com o Hipercubo fixo (HF) segundo a população total avaliada.

a média de BRKGA.

- **Tempo médio de viagem do sistema:** a média dos grupos de avaliações de SA é maior que a média de BRKGA.
- **Frequência média de atendimento primário do sistema:** a média dos grupos de avaliações de SA é maior que a média de BRKGA.

Note na Tabela 8 que, ao nível de significância $\alpha = 0{,}05$, rejeitam-se todas as hipóteses nulas das funções objetivo. Portanto, pode-se assegurar, com um nível de confiança de 95%, que: o desvio de cargas de trabalho do método SA é significativamente melhor do que usando BRKGA; para o tempo de viagem do sistema, o método BRKGA apresenta, em média, melhores resultados do que o SA; e, finalmente, que para a frequência de atendimentos primários do sistema, o método SA é significativamente melhor do que usar BRKGA.

T- test	$\bar{\sigma}_{carga}$(SA<BRKGA)	$\bar{T}_{viagem}$ (SA >BRKGA)	$\bar{F}_{primario}$ (SA >BRKGA)
T	-1,864	90,246	8,2354
Df	7,9538	4,0011	7,9857
P-valor	0,04977	0,000000045	0,0000179

Tabela 8: Resultados da prova T para dos médias entre SA e BRKGA.

6. Conclusões

Nos resultados obtidos foram observadas melhoras para ambas metodologias implementadas em cada uma das medidas de desempenho estudadas, com respeito ao modelo Hipercubo fixo (HF), no qual as sub-regiões (átomos) ficam iguais às determinadas pelo Sistema dos Anjos do Asfalto. Ressaltando que a meta-heurística BRKGA foi a que apresentou menores tempos de execução entre ambas com um valor médio máximo de 115,43 minutos para 20000 avaliações do Hipercubo (caso com população de 200 e 100 gerações), e as maiores melhoras foram alcançadas para a função objetivo do tempo médio de viagem do sistema com uma melhoria mínima de 8,7% utilizando SA e uma máxima de 16,1% do BRKGA respeito o modelo Hipercubo com bases fixas.

Observando mais em detalhe os resultados obteve-se a conclusão de que para o desvio da carga de trabalho, o método com melhor desempenho foi a meta- heurística SA dado que obteve os menores valores de desvio (aproximadamente um 5% de melhora) com um nível de confiança de 95% para o teste T de comparação de médias entre SA e BRKGA, e obtendo o menor número de avaliações do modelo Hipercubo. No caso da função objetivo do tempo médio de viagem do sistema se concluiu com o presente trabalho permite concluir que o melhor método foi a heurística BRKGA com uma significância de 0,001% no teste T, obtendo os menores tempos de corrida e a maior melhora no trabalho. Por último,para a função objetivo da frequência média de atendimentos

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193490
https://proceedings.science/p/193490?lang=pt-br

primários, o BRKGA foi considerado o método de melhor desempenho, pois o tempo de execução é significativamente menor em comparação com o SA para alcançar a mesma proporção de melhoria. Além disso, ressalta-se que as melhorias obtidas foram as menores entre todas as funções objetivo estudadas, não ultrapassando 5%.

Referências

BATTA, R., DOLAN, J., e KRISHNAMURTHY, N. (1989). The maximal expected covering location problem: Revisited. *Transportation Science*, 23:277–287.

BEAN, J. (1994). Genetic algorithms and random keys for sequencing and optimization. *ORSA Journal on Computing*, 6.

BURIOL, L., RESENDE, M., RIBEIRO, C., e THORUP, M. (2005). A hybrid genetic algorithm for the weight setting problem in ospf/is-is routing. *Networks*, 46:36–56.

CHIYOSHI, F., GALVÃO, R. D., e MORABITO, R. (2001). Modelo hipercubo: análise e resultados para o caso de servidores não-homogêneos. *Transportation Science*, 21(2):199–218.

GONÇALVES, J. e RESENDE, M. (2012). A parallel multi-population biased random-key genetic algorithm for a container loading problem. *Computers & Operations Research*, 39:179–190.

GONÇALVES, J., RESENDE, M., e MENDES, J. (2011). A biased random-key genetic algorithm with forward-backward improvement for the resource constrained project scheduling problem. *Journal of Heuristics*, 17:467–486.

GONÇALVES, J. e TOSO, M. R. . R. (2013). An experimental comparison of biased and unbiased random-key genetic algorithms. *AT&T Labs Research Technical Report*.

IANNONI, A. P. (2005). *Otimização da configuração e operação de sistemas médicos emergenciais em rodovias utilizando o modelo hipercubo.* Doutorado em ciências exatas e da terra, Universidade Federal de São Carlos.

Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., e Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598):671–680.

LARSON, R. (1974). Hypercube queuing model for facility location and redistricting in urban emergency services. *Computers and operations research*, 1:67–95.

MENDONÇA, F. e MORABITO, R. (2000). Aplicação do modelo hipercubo para análise de um sistema médico-emergencial em rodovia. *Gestão & Produção*, 7(1):73–91.

Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., e Teller, E. (1953). Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. *The Journal of Chemical Physics*, 21(6): 1087–1092.

MORABITO, R., CHIYOSHI, F., e aO, R. (2008). Non-homogeneous servers in emergency medical systems: practical applications using the hypercube queuing model. *Socio-Economic Planning Sciences*, 42:255–270.

DOI: 10.59254/sbpo-2024-193490
https://proceedings.science/p/193490?lang=pt-br