O EMPARELHAMENTO ESTÁVEL E O ELEMENTO DA INCOMPARABILIDADE APLICADO A GESTÃO DE ABASTECIMENTO DE ÁGUA: UM ESTUDO DE CASO NO NORDESTE BRASILEIRO

Maria Luiza Xavier de Holanda Cavalcanti
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE/CAA
Av. Marielle Franco, S/N
marialuiza.cavalcanti@ufpe.br

José Leão
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE/CAA
Rua Marielle Franco, S/N
ze.leao@ufpe.br

Leydiana de Sousa Pereira
Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG
Departamento de Ciências Administrativas
leydianapereira@face.ufmg.br

RESUMO

A escassez de água para abastecimento impõe restrições ao desenvolvimento social e econômico. Essa é uma discussão essencial especialmente em regiões como o nordeste brasileiro. Em vista a promover um melhor gerenciamento do abastecimento de água é proposto um modelo baseado nos fundamentos do emparelhamento estável. Como elemento inovativo, tem-se a inclusão da incomparabilidade. Na perspectiva de selecionar fornecedores de água via caminhões pipa para a região do agreste nordestino foi aplicado o modelo proposto. Uma coletânea de critérios também foi determinada visando a avaliação das potenciais alternativas. Os resultados proporcionam direcionamentos possíveis para essa decisão de seleção. Assim, além da eficiência e produtividade diante desses aconselhamentos formais de decisão tende-se a garantir fundamentalmente um melhor benefício social, visto a seleção justa de fornecimento de água.

PALAVRAS CHAVE. Emparelhamento estável, Incomparabilidade, Fornecimento de água.

Tópicos. 2. ADM – Apoio à Decisão Multicritério, 16. POI – PO na Indústria, 19. TAG – Teoria e Algoritmos em Grafos.

ABSTRACT

Scarcity in water supply imposes constraints on social and economic development. It is a crucial discussion, especially in regions such as northeastern Brazil. To promote better water supply management, a model based on the principles of stable matching is proposed. The concepts of incomparability were included in the traditional model as an innovative perspective. The proposedmodel is applied from the perspective of selecting water suppliers via tanker trucks for a northeastern city. A set of criteria is also determined to assess potential alternatives. The results provide possible directions for this selection decision. Therefore, in addition to efficiency and productivity, these formal decision recommendations aim to ensure fundamentally better social benefits, given the fair selection of water supply.

KEYWORDS. Stable matching, incomparability, water supply.

Paper topics. 2. ADM – Multicriteria decision aid, 16. POI – PO in industry, 19. TAG – Theory and Algorithms in Graphs.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175200
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175200

1. Introdução

A água é um recurso essencial a sobrevivência humana e ao desenvolvimento econômico e social de qualquer país. Os recursos hídricos destinados ao consumo humano são considerados um bem escasso. Assim, eventos globais como mudanças climáticas, calamidades naturais, poluição dos ecossistemas e o crescimento da população impulsionam a necessidade por um planejamento e gestão eficaz dos recursos hídricos [Pereira *et al.* 2023; Zhou *et al.* 2023]. Adicionalmente, a distribuição espacial dos recursos hídricos também constituem um fator de desafio.

O Brasil é um país com vasta disponibilidade hídrica apta para consumo humano, juntamente com Russia e Canadá, por exemplo [*World Resources Institute* - WRI, 2023]. Contrariamente, países como Kuwait, Emirados Árabes e Bahamas abarcam a classificação de países com escassez de recursos hídricos [Pena, 2021]. E, considerando o agravamento quanto ao uso da água, países como Chile, Estonia, Namibia e Botswana, de acordo com o relatório do WRI possuem uma alta propensão a integrar na próxima década a lista de países em estresse hídricoem 2040 [Maddocks *et al.*, 2015].

No entanto, a disponibilidade de recursos hídricos pode sofrer alterações na extensão de um mesmo país. Este fato é verificado no Brasil, por exemplo, que parte de suas regiões abarcam a abundância e outras detém a situação de escassez hídrica. Melo e Santos (2017) apresentam em detalhes esta particularidade brasileira enfatizando a região semi-árida, especialmente detalhando o estado nordestino de Pernambuco. Esta situação torna-se ainda mais preocupante visto que uma variação de 0,5 graus Celsius aos níveis de aquecimento global pode provocar uma redução de 4 a 7% da disponibilidade hídrica no Norte-Nordeste Brasileiro [Tavares *et al*. 2023].

A esta região do nordeste brasileiro outros fatores como o clima semiárido devido aos longos períodos de estiagens, urbanização desordenada, multiplicidade de atividades econômicas, inclusive contemplando policulturas, além do déficit de infraestrutura de abastecimento e saneamento tornam ainda mais complexo o estabelecimento de políticas que possam auxiliar na gestão dos recursos hídricos. Algumas medidas são consolidadas na literatura para a minimização dos impactos da escassez de água tais como: uso de recursos hídricos subterrâneos, aproveitamento de águas pluviais mediante cisternas ou reservatórios, adotação de práticas de racionamento, envolvendo inclusive dias alternados para abastecimento, além do transfporte físico da água por meio de caminhões-pipa [Zeng *et al.*, 2021; Kohshou *et al*., 2017; Melo e Santos, 2017].

Essas medidas apresentadas mesmo que constatadas a positividade quanto aos seus resultados, tem-se que uma otimização pode ser conferida caso as decisões sejam estabelecidas segundo os preceitos de justiça, especialmente considerando a existência, em alguns casos de relações de poder e interesses nos processos em grupo. Esta abordagem alcança uma dimensão de maior relevância diante de análises de bens escassos. Na literatura, muitas abordagens são empregadas com fins de otimização na tomada de decisão, tais como o uso da metodologia multicritério, bem como as diretivas técnicas da pesquisa operacional linear e dinâmica [Zeng *et al.*, 2021; Fuentes e Vervoort, 2020]. No entanto, abordagens como o emparelhamento estável apresentam-se como distintivas visto não apenas a busca pela resolução via otimização, mas o estabelecimento de uma melhor solução às partes envolvidas, considerando atributos da teoria dos jogos e inteligência artificial [Lindsell *et al.*, 2020].

Diante deste refinamento, a presente pesquisa propõe o estabelecimento de um modelo baseado nos conceitos do emparelhamento estável para a problemática da distribuição de água via caminhões-pipa na região do agreste nordestino. O modelo proposto apresenta a particularidade da inserção da análise do elemento da incomparabilidade, promovendo assim, seu caráter inovativo. Desta forma, é possível garantir uma maior estabilidade na análise dos resultados, bemcomo evitar a formação de ciclos de preferências, que por sua vez, dificultam o estabelecimento de uma solução satisfatória final. E, este modelo quando aplicado à problemática dos caminhões-pipa tendem a proporcionar maior ganho social, visto a determinação de seleções justas, atendendo assim, satisfatoriamente ambas as partes, empresas e consumidores.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175200
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175200

2. Base conceitual

A busca por ferramentas matemáticas e algoritmos para lidar de maneira justa e eficiente com questões relacionadas à tomada de decisão em grupos culminou no desenvolvimento da teoria do emparelhamento estável. Essa teoria visa estabelecer relações entre dois conjuntos distintos com base nas influências de cada elemento e, consequentemente seguir à decisão. Em busca de melhor compreensão esse tópico detalha as definições e conceitos gerais relacionados aoemparelhamento estável.

2.1 Emparelhamento estável

O emparelhamento estável é um tema trabalhado em diversas áreas, como, por exemplo, teoria dos jogos e programação matemática [Iwama e Miyazaki, 2008]. Por definição, problemas desse gênero consistem em dividir um ou mais grupos de agentes em pares. Cada agente possui uma lista de preferências, contendo o conjunto de agentes considerados aceitáveis, listados em ordem de preferência aos quais deseja-se encontrar uma emparelhamento, respeitando um critério de estabilidade que é baseado nas suas preferências, tipicamente sujeita a capacidades. A lista de preferência de um agente *p* mantém uma sequência de entradas tais que *p* prefere a entrada mais à esquerda, isto é, é uma lista decrescente das preferências de *p*.

Uma relação é dita estável se e somente se ele não possui um par bloqueante. Dado um emparelhamento formado em *M*, um par (*m, w*) ∉ M bloqueia *M*, ou é um par bloqueante de *M*, se ambos conseguiriam cônjuges melhores se rompessem com seus atuais cônjuges e iniciassem um casamento entre si, satisfazendo as seguintes condições [Iwama e Miyazaki, 2008]:

$$(i)\ w \succ_{m} M(m) \quad e \ (ii)\ m \succ_{w} M(w)$$

Em caso da ausência de pares bloqueantes, define-se um par de agentes $(m, w) \in M$ como um emparelhamento estável. Isto representa uma maneira de realizar as conexões entre os agentes *m* e *w* de forma que não exista qualquer *w* e *m* pertencente ao problema, que não estejam conectados mas, que prefeririam estar ao invés de estarem casados com seus pares atuais.

Os modelos até então analisados pressupõem uma ordenação estrita das listas de preferências, de ambos os grupos. Uma ordenação estrita, tecnicamente, se designa por uma ordem total. Quando a restrição da lista de preferências ser estritamente ordenada é flexibilizada, permitindo empates, indiferenças e incomparabilidade, graus de preferências podem ser definidos. O presente estudo adota um conjunto de graus de preferências, conforme Tabela 1.

Grau	Características de classificação
1	O participante classifica todos os seus vizinhos em ordem estrita de preferência
2	Admitir empates no ranking
3	As preferências são expressas como conjuntos parcialmente ordenados
4	Elimina a transitividade, mas ainda mantém a estrutura livre de ciclos
5	Admite relação de incomparabilidade entre vértices

Tabela 1 - Grau de preferências
Fonte: baseado em Gubitoso e Lopes (2017)

A partir dos avanços na literatura apresentados por [Cseh e Juhos 2018], foi possível trazer situações de incomparabilidade para o presente artigo, onde tem-se sua presença devido às informações incompletas derivadas dos agentes. Para lidar com essas situações, se faz necessário esse avanço na metodologia para que seja possível se adequar ao modelo e continuar garantindo sua estabilidade. Pela definição apresentada por tais autores, uma aresta *mw* ∉ M bloqueia o emparelhamento em M se ambos *m* e *w* preferirem um ao outro em relação ao seu emparelhamento em M ou serem incomparáveis. Já ao se estender essa noção para lista de preferências com empates, é necessário particularidades para lidar com tal situação a partir da classes de estabilidade, que é considerada como uma flexibilização que gera um grande ganho para o modelo, não sendo exigido

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175200
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175200

considerar todos os agentes do conjunto oposto como aceitável, como apresentado na Figura 1.

Completa	**Indiferente**	**Incomparáveis**
$(m, w) \notin M$	$m(m) \neq M$	$mw \notin M$
$w \succ_m M(m)$	$w \succ_m M(m)$	$w \succ_m M(m)$ *ou* $w \|\|_m M(m)$
$m \succ_w M(m)$	$m \succ_w M(m)$	$m \succ_w M(m)$

Figura 1 - Classificação das listas de preferências

Com a utilização desses empates, indiferenças e incomparabilidades nas listas de preferências, é possível estender a definição de estabilidade de três formas diferentes [Irving *et al.* 2003], ver Tabela 2. Nesta classificação o grau de estabilidade pauta-se pela flexibilidade ou rigidez do modelo em lidar com pares bloqueantes. Com isso, é possível afirmar que um par *(m, w)* $\notin$ M bloqueia M, ou é um par bloqueante de M, se as seguintes condições são satisfeitas, respeitando a segmentação pelos critérios de estabilidade.

Estabilidade fraca	**Estabilidade forte**	**Estabilidade super**
m e w são mutuamente aceitáveis	*m e w são mutuamente aceitáveis*	*m e w são mutuamente aceitáveis*
m não está emparelhado em M *ou* $w \underset{m}{\succ} M(m)$	*m não está emparelhado em M* *ou* $w \underset{m}{\succ} M(m)$ *ou* $w = \underset{m}{M}(m)$ *ou* *w não está emparelhado em M* *ou* $m \underset{w}{\succ} M(w)$ *ou* $m = \underset{w}{M}(w)$	*m não está emparelhado em M* *ou* $w \underset{m}{\succ} M(m)$ *ou* $w = \underset{m}{M}(m)$;
w não está emparelhada em M *ou* $m \underset{w}{\succ} M(w)$.	*w não está emparelhado em M* *ou* $m \underset{w}{\succ} M(w)$ *ou* $m = \underset{w}{M}(w)$;	*w não está emparelhada em M,* *ou* $m \underset{w}{\succ} M(w)$ *ou* $m = \underset{w}{M}(w)$

Tabela 2. Condições de estabilidade

2.2 Algoritmo de preferência de pares

A versão clássica do algoritmo do emparelhamento estável desenvolvida pelos americanos David Gale (1921-2008) e Lloyd Shapley (1923- 2016) foi considerada eficiente e inovadora, resultando no prêmio Nobel em Economia no ano de 2012. As limitações do modelo em lidar apenas com listas de preferências estritamente ordenadas e completas, foram sanadas diante dos avanços metodológicos.

Esforços recentes nesta área foram desenvolvidos a fim de se trabalhar com um algoritmo mais completo e flexível, buscando atender de forma prática a todos os graus similarmente apresentados na Tabela 1, na situação de estabilidade forte, garantindo atender ao critério de estabilidade desejado no modelo. Esse algoritmo é proposto por Irving *et al.* (2003), e possibilita muito mais que uma lista de preferência regular dos participantes, visto que também assegura e permite particularidades nas relações do modelo, como: empates e indiferença nas listas de preferências. No contexto do teste de consistência, finalmente é fornecido um emparelhamento com estabilidade forte, caso esse grau de estabilidade esteja presente no modelo.

Em um cenário geral, os agentes podem expressar suas preferências como comparações de

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175200
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175200

quaisquer duas de suas relações. Observe a representação do algoritmo conforme a Figura 2.

Algoritmo 1 - Estabilidade forte

1: $M \leftarrow \emptyset$
2: ***Repita***
3: ***Enquanto*** *existir um agente m que não está associado e cuja lista de preferencias não seja vazia* ***Faça***
4: ***Para todo*** *agente w na cabeça de m* ***Faça***
5: $M \leftarrow M \cup \{(m, w)\}$
6: ***Se*** *w está cheio* ***ou*** *w está lotado* ***Então***
7: ***Para todo*** *agente m' dominado na lista de w* ***Faça***
8: ***Se*** $(m', w) \in M$ ***Então***
9: $M \leftarrow M \backslash \{(m', w)\}$
10: ***Fim Se***
11: *Remova o par (m', w)*
12: Seja R o conjunto de agentes dominados m'
13: **Enquanto** R tiver elementos em sua lista de preferência, ***Faça***
14: *Rejeitar todo mw tal que w esteja associado a um m e* $m' \|\|_{w} m$
15: ***Fim Faça***
16: ***Fim Para***
17: ***Fim Se***
18: ***Fim Para***
19: ***Fim Enquanto***
20: *Seja* G_R *o grafo reduzido de associações*
21: *Seja Z o conjunto crítico de residentes*
22: ***Para todo*** *w* $\in N(Z)$ ***Faça***
23: ***Para todo*** *agente m na cauda de w* ***Faça***
24: ***Se*** $(m, w) \in M$ ***Então***
25: $M \leftarrow M \backslash \{(m, w)\}$
26: ***Fim Se***
27: *Remova o par (m, w)*
28: ***Fim Para***
29: ***Fim Para***
30: ***Até*** $Z = \emptyset$
31: Seja G_A *o grafo de associações*
32: Seja M um emparelhamento viável em G_A
33: ***Se*** *M não é fortemente estável* ***Então***
34: *Não existe um emparelhamento fortemente estável*
35: ***Devolve*** $\emptyset$
36: ***Senão***
37: *M e um emparelhamento fortemente estável*
38: ***Devolve*** *M*
39: ***Fim Se***

Figura 2 - Algoritmo de preferência de pares

O agente dominado é dominado (linha 7) quando é preterido por outro agente por uma parte. Este algoritmo (Figura 2) é complexo por garantir certas propriedades que permitem uma análise mais justa do modelo. Para seu entendimento, alguns termos devem ser definidos, como:

Um **grafo de associações** $G_A = (V_A, E_A)$ e tal que $V_A = M \cup W$ e $E_A = \{mw : m \in M, w \in W,$ e w está associado a $m\}$. Esse grafo é construído, portanto, sobre a associação da iteração atual. Um agente m associado a um agente w é **limite** para w se w não está cheio ou se m não está na cauda da lista de preferências de w. A ideia dos agentes m limites de um agente w é que tais agentes m estão mais "seguros" do que os outros agentes m e não terão suas associações rompidas nessa iteração. Com essas duas definições é possível definir o **grafo reduzido de associações** G_R

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175200
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175200

= (V_R, E_R), que é construído da seguinte forma. Inicialmente, $V_R = V_A$, $E_R = E_A$ e $c'(w) = c(w)$ para todo agente w.

Para todo agente m que é limite de algum agente w, remova m e suas arestas incidentes. Em todo agente w para o qual m era um limite, faca $c'(w) = c'(w) - 1$. Ao final, remova todo agente w que não possuir arestas incidentes ou que $c'(w) = 0$. Define-se a **deficiência** de um conjunto $X \subset V_R \setminus H$ de agentes m como sendo o tamanho de X menos a soma de todos os $c'(w)$ tal que w está na vizinhança de X.

Assim, um valor positivo de deficiência indica que existem mais agentes m do que vagas em agentes w. O **conjunto crítico** Z de agentes w e tal que seu valor de deficiência e máximo dentre todos os possíveis conjuntos de agentes m em $V_R \setminus W$ e sua cardinalidade é mínima. Esse conjunto indica que as associações as quais seus agentes m pertencem na iteração atual não poderão existir em um emparelhamento fortemente estável.

2.3 Representação através de grafos de preferências

Os grafos constituem um artifício útil a representação de diversas situações práticas, sendo de extrema importância a esfera da matemática aplicada, especialmente para a ciência de dados, e aplicações na logística e economia, por exemplo [Garcia, 2012]. O presente estudo propõe o uso de um tipo particular de grafo, onde será trabalhada suas peculiaridades com o objetivo de se adequar melhor a situação a ser representada, ou seja as conexões entre os participantes do emparelhamento [Cavalcanti *et al.*, 2022].

Assim, essas conexões são representadas por um grafo bipartido $[G = (U, V, E)]$. Neste grafo, $U\ e\ V$ constituem os vértices, representando os participantes e, E constituem as arestas. O emparelhamento m entre $u \in U\ e\ v \in V$, condiz uma aceitabilidade recíproca entre $u\ e\ v$. Outra representação das possíveis conexões entre os elementos $U\ e\ V$ é dado por $M = [m_{uv}]$. Os vértices do conjunto U são interligados apenas aos vértices V, e vice-versa [Cavalcanti *et al.*, 2022].

A estrutura do grafo bipartido não é suficiente para representar problemas de emparelhamentos, em razão dos conceitos de preferência. Neste contexto, é necessário considerar que cada participante $p \in U \cup V$ forneça uma listagem do vértice oposto em sequência das entradas dada uma lista decrescente das suas preferências.

3. Modelo Proposto

Este artigo utiliza como base o algoritmo do emparelhamento fortemente estável apresentado na Figura 2, devido ao fato dele nos permitir lidar com as flexibilizações das listas de preferências dos participantes. O modelo é dirigido a proposta de seleção de fornecedores de água por receptores, sendo: $R_i = [r_i]$ e $E_i = [e_i]$, sendo i representa a quantidade de fornecedores e receptores de água do problema em questão. R_i e E_i são utilizados para se referir aos locais e distribuidoras respectivamente. O modelo é dividido em três passos:

Etapa 1: Em busca de se atingir o objetivo principal desse modelo, os locais receptores devem listar suas preferências sobre as distribuidoras em análise, juntamente com as distribuidoras que devem classificar os locais de abastecimento de acordo com suas preferências, assim o modelo consegue propor uma melhor adequação do ponto de vista do grupo composto pelos receptores e fornecedores de água, seguindo a proposta que está presente no quarto grau emuma escala de cinco apresentada na Tabela 1. Seguindo para etapa do processo de emparelhamento, tem-se cada r_i deve classificar e_i em listas decrescentes de preferências, ou seja, do mais preferível para o menos preferível. O mesmo deve ser feito por e_i, que deve classificar os r_i em listas também decrescentes de preferências. Os decisores podem utilizar as relações de preferência, indiferença e incomparabilidade, caso julguem necessário, já que o algoritmo utilizado está pronto para essas situações.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175200
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175200

Etapa 2: O algoritmo em análise propõe o cálculo do emparelhamento fortemente estável. Caso aconteça de quando se estiver na parte final do algoritmo não se tenha estabilidade forte no emparelhamento, o modelo deve relaxar as condições do par bloqueante e calcular novamente o procedimento de acordo com os critérios da estabilidade fraca, para assim finalizar o modelo. Este estudo sugere o cálculo de emparelhamento estável de ambos os lados, tanto das tanto dos receptores aos fornecedores, quanto o oposto, de forma a lidar com a problemática igualitária [Cavdur *et al*. 2019].

Etapa 3: Os emparelhamentos obtidos são na etapa anterior são utilizados como ponto de partida, levantando mais informações e gerando melhorias nas decisões, já que a saída desta etapa é quem serve de referência para todas as outras etapas desse modelo. Nesta etapa, deve-se realizar uma análise em grupo desse processo, destacando as relações que afetam diretamente a eficiência do modelo, podendo ainda ter autonomia para modificar a função de decisão se desejar obter mais informações. A partir desse processo, o grupo recebe e analisa as informações a fim de decidir se devem reavaliar alguma alternativa para melhorar o emparelhamento final. Adicionalmente, deve-se realizar uma análise de sensibilidade em busca de avaliar a robustez do emparelhamento do modelo.

4. Estudo de caso

Esta seção detalha a aplicação do modelo para o problema real de seleção de empresas fornecedoras de água potável através de caminhões pipa em localidades do agreste nordestino.

4.1 Descrição do cenário

A região Nordeste brasileira apresenta-se alocada sob quatro zonas baseando-se em elementos geográficos e climáticos, sendo: zona da mata, agreste, meio norte e sertão. Especificamente, o Agreste apresenta um clima sub-úmido, tendo a segunda maior densidade populacional dentre as demais zonas e, o esse adensamento se concentra nos estados da Bahia, Alagoas, Pernambuco e Paraíba. No Agreste, predominam as pequenas e médias propriedades destinadas à policultura: criação de gado, produção leiteira e cultivos, principalmente feijão, mandioca, algodão, além de frutas e verduras. A confecção têxtil também é predominante na região, tendo relevância nacional [Leão *et al*., 2023].

Diante da importância econômica do agreste nordestino deve ser discutido o problema dos recursos hídricos em termos de disponibilidade. Isto, pois é fundamental proporcionar o abastecimento sem se tornar refém de fatores não controláveis. Dentre as medidas atualmente adotadas tem-se o uso de caminhões-pipa. Esta problemática estrutura-se tendo de um lado, empresas prestadoras do serviço de abastecimento de água através de caminhões-pipa que divulgam o tipo de serviço oferecido de acordo com seu diferencial e suas limitações. Por outro lado, as regiões do problema que sofrem escassez de água, que tendo o conhecimento prévio dessas informações fornecidas pelas empresas prestadoras do serviço e cientes também de suas necessidades para atendimento satisfatório, suas limitações e restrições de serviço. Assim, gera-se a oportunidade para o estabelecimento de um modelo satisfatório para ambos os lados, garantindo a sustentabilidade ao abastecimento de água na região.

4.2 Definição dos critérios

A definição de critérios desempenha um papel fundamental na teoria dos jogos, pois uma vez estabelecidos permite a análise e avaliação comparativa dos diferentes resultados e estratégias, guiando o decisor a alcançar o melhor resultado possível [Silva, 2009].

Para a problemática em questão, a definição dos critérios inicia-se com a pré-seleção dos sujeitos para compor o universo de investigação. Este é um passo fundamental pois interfere diretamente na qualidade e quantidade de informações disponíveis para a compreensão do problema delineado. Assim, centra-se atenção na descrição e delimitação da população dos sujeitos a serem entrevistados, caracterizando o seu grau de representatividade em vista ao grupo social sob estudo [Duarte, 2002].

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175200
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175200

Com o objetivo de caracterizar opiniões do grupo e do público alvo da problemática, se julgou necessário realizar entrevistas com ambas as partes envolvidas. Isto, em vista a alcançar um nível satisfatório da compreensão das devidas condições, avaliações das demandas, dificuldades enfrentadas, seguido das restrições e limitações do público.

Para a população residente nos locais que serão destinados o abastecimento de água, foi selecionado uma amostra representativa, sendo composto por cinco estados distintos do agreste nordestino, considerando os estados da Bahia, Alagoas, Paraíba, Pernambuco e Sergipe, a fim de abranger a necessidade de toda a região, sem excluir a peculiaridade de nenhuma dessas regiões. Por outro lado, pelas empresas fornecedoras de água, se fez necessário uma inicial seleção, que resultou na identificação de quatro potenciais empresas que possuem interesse e disponibilidade para atender as regiões em análise. Isto, partindo-se da disposição de descrever as particularidades e o diferencial dos serviços, entendendo como um ganho social o sucesso de longo prazo dessas conexões para ambas as partes envolvidas.

Para as entrevistas, se fez necessário uma visita de campo em cada área do problema. Os critérios foram delimitados diante de um levantamento literário [Cavalcanti, 2023]. Diante de um refinamento das informações coletadas para os critérios dada as particularidades da região sob estudo foram estabelecidos os parâmetros de análise conforme a representação da Figura 3.

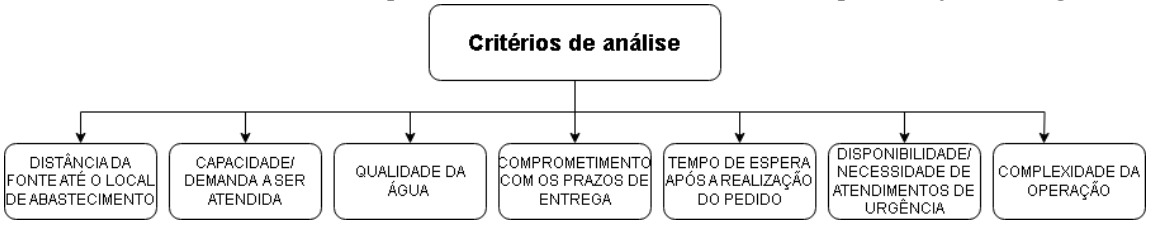


Figura 3 - Conjunto de critérios
Fonte: Os Autores (2023).

Mediante a Figura 3 percebe-se que são taxados para rol analítico aspectos pertinentes a características do produto (qualidade da água), bem como fatores operacionais e gerenciais, que envolvem aspectos de incerteza diante da imprevisibilidade da demanda.

4.3 Aplicação do modelo

(A) Processo de emparelhamento estável

As potenciais empresas em questão têm a oportunidade de indicar suas preferências sobre as oportunidades de prestação de serviço às regiões. Por sua vez, as devidas regiões são livres para avaliar as empresas em questão, de acordo com o que é estabelecido em suas listas de preferências, sendo elas compostas por relações de única preferência, indiferença e incomparabilidade. A Tabela 3 apresenta a categorização obtida pelas cinco regiões sob estudo e as devidas preferências pelas prestadoras do serviço de abastecimento via caminhões-pipa.

Região	Símbolo	Lista de preferência	Categorização
Bahia	R1	*(E1, E2),E3*	Lista com indiferenças e incompleta
Alagoas	R2	*(E1,E4),(E2,E3)*	Lista com indiferenças e completa
Pernambuco	R3	*(E2,E3),(E1,E4)*	Lista com indiferenças e completa
Paraíba	R4	*(E1,E2),E3,E4*	Lista com indiferenças e completa
Sergipe	R5	*(E2,E4),E1,E3*	Lista com indiferenças e completa

Tabela 3 - Lista de preferência das regiões
Fonte: Os Autores (2023)

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175200
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175200

Em busca de exibir da melhor maneira as preferências de cada elemento do modelo, a representação gráfica com a utilização de grafos de preferência foi utilizada para apresentar as entradas do método na Figura 4.

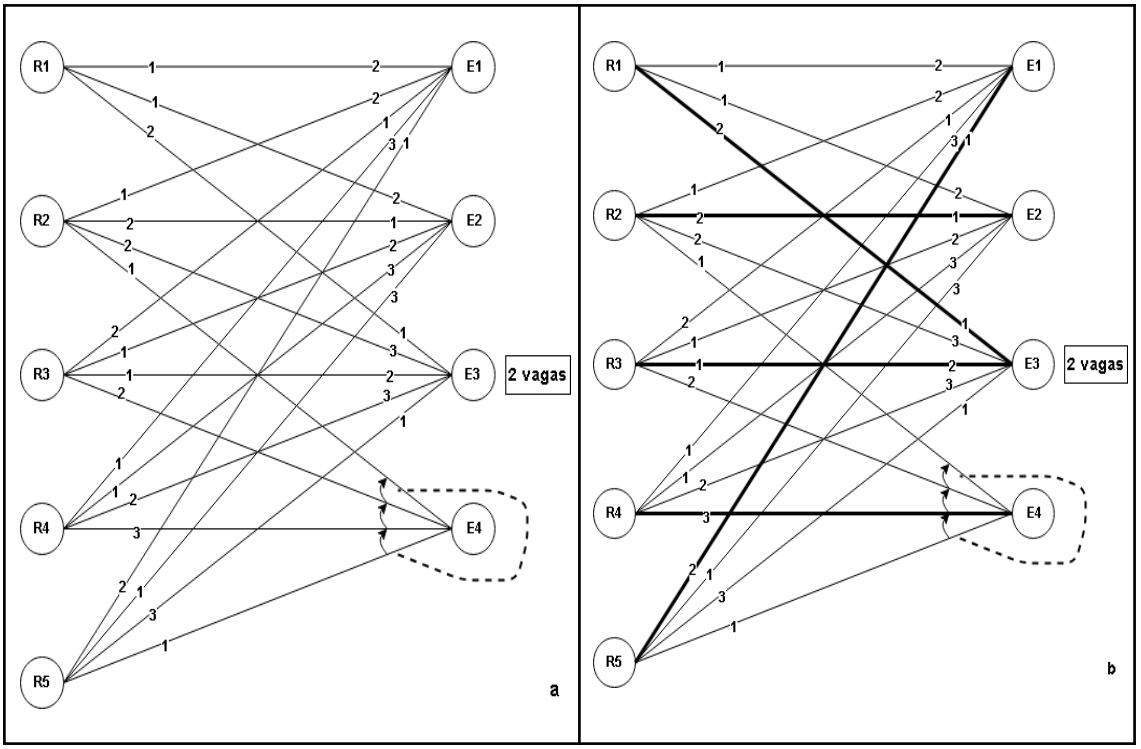


Figura 4. (a) Instâncias de entrada do algoritmo; (b) Instâncias de saída do algoritmo

Fonte: Os Autores (2023)

A Figura 4(a) consiste na entrada primária para o algoritmo, e os resultados estão na Figura 4(b), Diante dos resultados pode-se observar o grau de estabilidade que o modelo nos fornece de acordo com os critérios de estabilidade determinados. Isso pode ser observado utilizando onde não há pares bloqueantes para rejeitar o emparelhamento descrito.

(B) Análise do resultado obtido

A partir da saída do algoritmo, podemos observar que os pares formados com a saída do algoritmo foram *(R1,E3;R2E1;R3E3;R4E4;R5E1).* Ao analisar os resultados através dos graus de estabilidade definidos para o modelo proposto, tem-se a identificação dos pares bloqueantes de acordo com cada grau analisado, conforme descritos na Tabela 4.

Estabilidade	Pares bloqueantes
Super	*R3E1,R3E2*
Forte	*R2E1*
Fraca	-

Tabela 4 - Análise da presença de pares bloqueantes na saída do modelo

Fonte: Os Autores (2023)

Em continuidade, foi possível observar que no teste da estabilidade do modelo de acordo com os graus de estabilidade o modelo não apresenta uma estabilidade super ou forte por motivos da presença de pares bloqueantes em sua saída. Com isso, restou a estabilidade fraca que nos apresentou a ausência de pares bloqueantes no modelo, podendo assim, garantir a estabilidade do modelo de acordo com seus critérios, o que é um resultado satisfatório para o problema.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175200
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175200

(C) Avaliação de cenários

Em busca de garantir um grau de estabilidade mais forte para tal problemática em discussão, se fez necessário buscar por mecanismos que pudessem alavancar a satisfação com os prévios resultados. Diante do exposto considerou-se o estudo desenvolvido por Leão *et al.* (2023), em que propõe uma melhoria da correspondência partindo de resultados de otimização e da correspondência estável Assim, esta melhoria é realizada a partir da:

- Remoção de algumas relações inativas em cada rodada do algoritmo;
- Pequenas mudanças de opiniões em situações de incomparabilidade, indiferença ou quando a diferença nas avaliações é pequena.

É válido destacar que o objetivo principal de tal ação não é convencer que a sugestão dada é uma avaliação melhor individualmente, mas sim, a ideia de melhorar o acordo global entre os envolvidos, consequentemente, beneficiando a todos.

A partir de tal base para apoiar a avaliação desse cenário, foi apresentado aos participantes do estudo com suas atuais listas de preferência, a condução de que os mesmos sairiam prejudicados no modelo devido ao alto grau de indiferença presente por todos os participantes. E, também foi passado para as empresas fornecedoras que com tal ação, também sairiam prejudicados, atingindo uma associação com pares menos preferíveis, mas mesmo assim, estáveis, a fim de garantir tal atendimento. Com isso, foram orientados que deveriam flexibilizar suas listas de preferência, seguindo seus critérios, para garantirem resultados melhores, sem serem prejudicados, já que se trata de decisões em grupo. É válido destacar que é apenas uma orientação aos envolvidos, diante da situação exposta, mas que todos os participantes são livres para tomarem suas decisões, quanto a aceitar ou não o aconselhamento. Em continuidade, novas listas de prioridade foram criadas para esse caso, reduzindo assim o número de indiferenças em suas listas de preferência.

Com isso, os novos resultados sofreram algumas quebras de empates que os participantes consideraram aceitáveis, sendo também possível observar que apenas alguns dos participantes modificaram as posições de suas listas de preferências. Em seguida, o algoritmo foi colocado para rodar novamente, seguindo tais modificações, culminando nas configurações apresentadas na Figura 5.

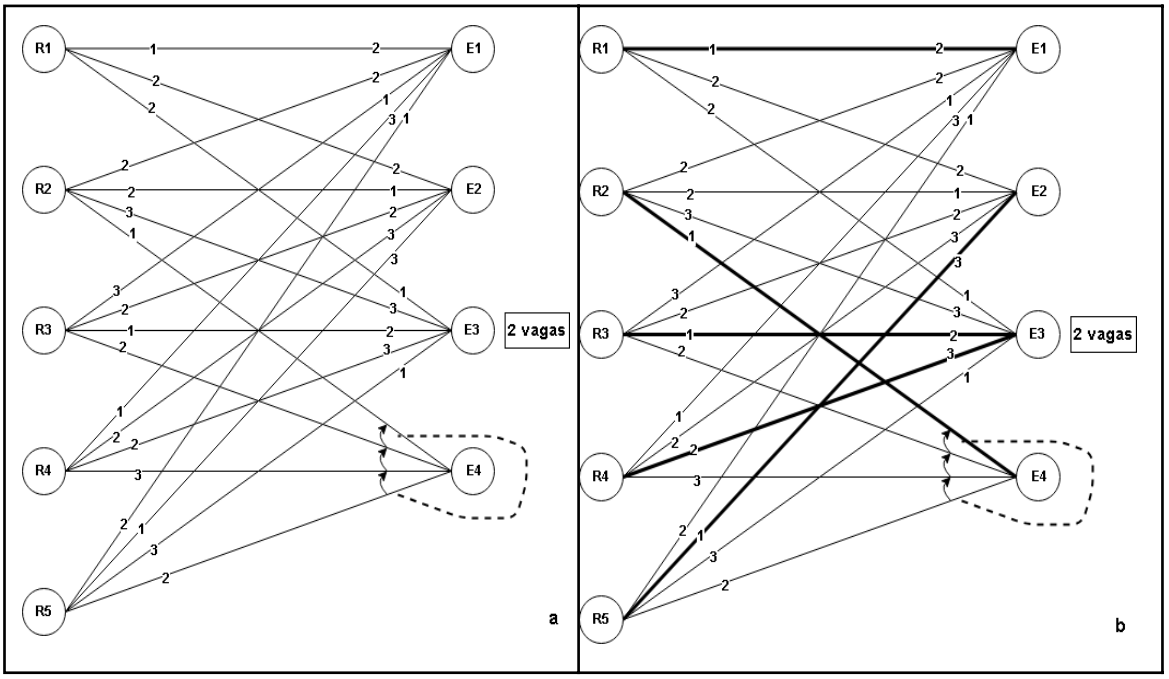


Figura 5. (a) Instâncias da entrada do algoritmo; (b) Instâncias de saída do algoritmo

Fonte: Os Autores (2023)

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175200
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175200

A Figura 5(a) representa a entrada primária para o algoritmo, obtendo os resultados da Figura 5(b). Em análise comparativa entre os resultados obtidos nos dois momentos, antes de depois das mudanças de preferências, foi possível observar uma melhoria para o grupo. Pontua-se que o resultado obtido foi bastante satisfatório, pois na rodada original do algoritmo, tivemos uma solução com estabilidade fraca, considerada como eficiente para todos os envolvidos no problema. Neste momento, torna-se possível garantir a estabilidade forte, apenas com a quebra de alguns empates. Essa análise foi realizada utilizando as equações apresentadas na tabela 2, que nos demonstram os critérios para a definição de estabilidade forte, onde não há pares bloqueantes para rejeitar o emparelhamento descrito.

Diante dos resultados apresentados é importante além de implicações locais à problemática em questão refletir sobre suas influências em escala gerencial. Isto, pois os resultados apontam um ganho de produtividade e eficiência, mas deve-se salientar que estes saldos proporcionam confiabilidade em termos de abastecimento para a população em geral, bem como aos empreendimentos comerciais. Desta forma, pode-se impulsionar os investimentos, repercutindo no contínuo desenvolvimento social e econômico da região.

5. Conclusões

Este trabalho detalhou a proposição de um modelo com base nos fundamentos do emparelhamento estável com aplicação em tomadas de decisão de decisão em grupo referente a seleção de prestadores de serviços para fornecedores de água em regiões do agreste nordestino. Como resultado tem-se a garantia de fornecimento confiável, quantidade adequada, agendamento eficiente, comunicação clara, preços justos, melhor qualidade da água e suporte em situações de emergência, promovendo uma relação de confiança e benéfica para ambas as partes envolvidas. É fundamental destacar além da pura apresentação dos resultados, objetiva-se impulsionar as percepções aos atores tradicionalmente envolvidos, bem como a sociedade em geral, sobre as percepções para melhorar esse processo.

O modelo proposto é útil por ser uma boa opção para ser utilizado em uma estrutura de preferência mais geral, uma vez que suporta empates, indiferenças e, sobretudo, incomparabilidade. Desta forma, como proposição de estudos futuros, recomenda-se implementar este modelo para outras aplicações, usando uma abordagem de testes de graus de estabilidade.

Referências

Cavdur, F., Sebatlı, A., e Küçük, M.K. (2019). A group-decision making and goal programming-based solution approach for the student-project team formation problem. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 34(1), 505-521.

Cavalcanti, M.L.X.H (2023). *Modelo baseado na metodologia do emparelhamento estável entre fornecedores e consumidores de água para suporte ao abastecimento através de caminhão-pipa*. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, p. 72.

Cavalcanti, M.L.X.H., Leão, J. e Farias, V.A.P. (2022). Modelo igualitário baseado na metodologia do emparelhamento estável para seleção entre facções e confecções de calças jeans no agreste pernambucano. In *Anais do LIV SBPO*, p. 1-12, Juiz de Fora, MG.

Cseh, Á., & Juhos, A. (2018). Pairwise preferences in the stable marriage problem. arXiv preprint arXiv:1810.00392.

Duarte, R. (2002). Pesquisa qualitativa: reflexões sobre o trabalho de campo. *Cadernos De Pesquisa*, 115, 139–154.

Fuentes, I. e Vervoort, R.W. (2020). Site suitability and water availability for a managed aquifer recharge project in the Namoi basin, Australia. *Journal of Hydrology: Regional Studies*, 27: 100657.

Garcia, V.C.V. (2012). Formação de professores de matemática e mudanças curriculares na escola. *A Matemática na escola: novos conteúdos, novas abordagens. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul*, 11-23.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175200
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175200

Gubitoso, A.G. e Lopes, V.C. (2017). *Alocações, estabilidade e otimização: uma introdução passo a passo*. Editora UFABC.

Iwama, K., e Miyazaki, S. (2008). A Survey of the stable marriage problem and its variants. In: *Anais do International Conference on Informatics Education and Research for Knowledge-Circulating Society* (icks 2008), p. 131-136, Kyoto, Japão.

Irving, R.W., Manlove, D.F., e Scott, S. (2003). Strong stability in the hospitals/residents problem. In: *Anais do 20th Annual Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS'2003),* p. 439–450, London, UK.

Kohshou, I.O. *et al.* (2017). Economic assessment and review of waterless fracturing technologies in shale resource development: A case study. *Journal of Earth Science*, 28: 933–948.

Leão, J., Pereira, L.S., Cavalcanti, M.L.X.H. (2023). Using an optimization model to support small sewing companies: a case study in a Brazilian textile cluster. *Research Journal of Textile and Apparel*, vol. ahead-of-print, no. ahead-of-print.

Lindsell, C.J., Stead, W.W. e Johnson, K.B. (2020). Action-informed artificial intelligence-matching the algorithm to the problem. *Jama*, 323(21): 2141-2142.

Maddocks, A., Young, R.S. e Reig, P. *Ranking the World's Most Water-Stressed Countries in 2040*. Disponível em https://www.wri.org/insights/ranking-worlds-most-water-stressed-countries-2040>. Acesso em junho 2023.

Pena, R.F.A. *Países com escassez de água.* Dsiponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/geografia/paises-com-escassez-agua.htm>. Acesso em junho 2023.

Pereira, D. *et al.* (2023). Exploring irrigation and water supply technologies for smallholder farmers in the Mediterranean Region. *Sustainability*, 15(8): 6875.

Santos, S.M. e Farias, M.M.M.W.E.C. (2017). Potential for rainwater harvesting in a dry climate: Assessments in a semiarid region in northeast Brazil. *Journal of Cleaner Production*, 164: 1007-1015.

Silva, F.C.N.M.D. (2009). *Incentivos à decisão de recuperação da empresa em crise: análise à luz da teoria dos jogos.* Tese de Doutorado - Universidade de São Paulo.

Tavares, P.S., Costa, R., Nobre, P., Resende, N.C., Chou, S.C. e Lyra, A.A. (2023). Water balance components and climate extremes over Brazil under 1.5 °C and 2.0 °C of global warming scenarios. *Regional Environmental Change*, 23:40.

World Resources Institute (WRI). *Resource Watch*. Disponível em: <https://resourcewatch.org/data/explore>. Acesso em junho 2023.

Zeng, X., Lund, J.R. e Cai, X. (2021). Linear versus nonlinear (convex and concave) hedging rules for reservoir optimization operation. *Water Resources Research*, 57(12): e2020WR029160.

Zhou, Z., Xinjun, T., Wang, T., Singh, V.P., Chen, X. e Lin, K. (2023). Bivariate socioeconomic drought assessment based on a hybrid framework and impact of human activities. *Journal of Cleaner Production*, 409: 137150.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175200
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175200