São José dos Campos - SP
LV SBPO
LV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional
São José dos Campos, SP - 6 a 9 de novembro de 2023

NOVO CLASSIFICADOR MULTICRITÉRIO VIA INTEGRAL DE CHOQUET PARA PROBLEMAS COM CATEGORIAS PRÉ-DEFINIDAS

Renata Pelissari
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP
Av. Albert Einstein, 400 - Cidade Universitária, Campinas - SP, 13083-852
Universidade Presbiteriana Mackenzie
Rua da Consolação, 930, São Paulo - SP, 13083-852
renatapelissari@gmail.com

Guilherme Dean Pelegrina
Faculdade de Ciências Aplicadas, UNICAMP
R. Pedro Zaccaria, 1300, Limeira - SP, 13484-350
guidean@unicamp.br

Leonardo Tomazeli Duarte
Faculdade de Ciências Aplicadas, UNICAMP
R. Pedro Zaccaria, 1300, Limeira - SP, 13484-350
leonardo.duarte@fca.unicamp.br

João Marcos Travassos Romano
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP
Av. Albert Einstein, Nº 400 - Cidade Universitária, Campinas - SP, 13083-852
romano@dmo.fee.unicamp.br

RESUMO

A integral de Choquet é um dos agregadores mais utilizados em problemas de decisão multicritério com interação entre critérios. No entanto, a formulação clássica da integral de Choquet não é capaz de considerar diferentes valores de referência das categorias para cada critério em problemas de classificação. Para superar essa desvantagem, propomos uma pequena variação no modelo de classificação baseado na integral de Choquet. Considerando que a integral de Choquet define uma norma, o que implica que ela induz uma métrica, o modelo proposto calcula a distância entre as avaliações de uma alternativa e os valores de referência das categorias. Essa abordagem resulta em uma matriz de utilidades $U_{n\times k}$ (n alternativas e k categorias). Propomos classificar cada alternativa na categoria com o menor valor utilidade correspondente. Comparamos esse novo procedimento de agregação–que chamamos de "Choquet-Dist"–com outras formas de classificar baseadas na integral de Choquet.

PALAVRAS CHAVE. Integral de Choquet, Interação entre critérios, Classificação ordinal.

ADM – Apoio à Decisão Multicritério

ABSTRACT

The Choquet integral is one of the most used aggregators in multicriteria decision problems with interaction between criteria. However, the usual formulation of the Choquet integral is

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175179
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175179

not able to consider different reference values of the categories for each criterion in sorting problems. In order to overcome this drawback, we propose a slight variation of the Choquet integral-based model typically applied in sorting contexts. Considering that the Choquet integral defines a norm, which implies that it induces a metric, the proposed model computes the distance between the evaluation of an alternative and the reference values of the categories. This approach results in a matrix of utilities $U_{m\times k}$ (m alternatives and k categories). Each alternative is classified in the category with the lowest corresponding utility value. We compare this new aggregation procedure–that we call "Choquet-Dist"–to other Choquet-integral-based classifiers.

KEYWORDS. Choquet integral, Intercriteria interaction, Ordinal classification.

ADM - Multicriteria decision aiding

1. Introdução

Problemas de classificação ordinal em Apoio à Decisão Multicritério (MCDA) tem como objetivo classificar alternativas de um dado conjunto $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_m\}$ em uma dada categoria K_s obtida de uma coleção de categorias predefinidas e ordenadas $K_1, K_2, \ldots, K_k$. Cada categoria pode ser caracterizada por um valor central que melhor a represente. Seja então $R = \{r_1, \ldots, r_k\}$ o conjunto de perfis centrais, no qual r_s é o perfil central da categoria K_s, $s = 1, \ldots, k$. Como as categorias são completamente ordenadas, cada valor central é preferido ao seu sucessivo, ou seja, $r_1 \succ r_2 \succ \ldots \succ r_k$. O processo de classificação é obtido considerando as avaliações das alternativas com respeito a um conjunto de n critérios $G = \{g_1, g_2, \ldots, g_n\}$ e comparando-as de alguma forma aos perfis centrais.

Quando o conjunto de critérios é definido, dois ou mais critérios podem ter interação. A interação entre critérios é um problema comum na prática [Grabisch et al., 2008] e tem sido abordada em decisão multicritério principalmente por meio da integral de Choquet [Choquet, 1954]. A integral de Choquet generaliza modelos de preferência aditivos, modelando interações como complementaridade e redundância. Tal recurso é possível pela incorporação de elementos não lineares no processo de agregação.

No contexto de classificação multicritério, a maioria dos classificadores baseados na integral de Choquet [Benabbou et al., 2017; Arcidiacono et al., 2021; Pelissari et al., 2022] tem em comum o fato de consideraram um único (e mesmo) conjunto de perfis para todos os critérios. O procedimento de agregação é realizado e, em seguida, o valor utilidade obtido é comparado com os perfis de referência das categorias. Essa característica pode ser considerada uma limitação devido à falta de interpretabilidade que acarreta. De fato, assumir diferentes conjuntos de perfis para cada critério facilita a definição do problema de decisão, permitindo uma interpretação prática dos parâmetros pelo decisor. Isso porque os perfis relacionados a um critério dizem respeito aos valores de avaliação que uma alternativa deveria assumir para ser enquadrado em cada categoria se apenas este critério fosse considerado.

Nesse estudo, propomos um novo agregador baseado na integral de Choquet que permite a definição de um conjunto de perfis centrais para cada critério. O classificador, chamado Choquet-Dist, calcula a distância entre as avaliações das alternativas e os perfis centrais das categorias para cada um dos critérios considerando a interação entre critérios. Esse cálculo é possível pelo fato de que a integral de Choquet provou-se definir uma norma, o que implica que ela induz uma métrica [Bolton et al., 2008]. Sendo assim, ao invés de agregar puramente os valores dos critérios, levamos em conta a aderência das alternativas em relação aos perfis centrais de cada categoria. Quanto

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175179
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175179

maior a aderência de uma alternativa em relação a uma categoria K_s, menor é a utilidade obtida pelo agregador Choquet-Dist. Portanto, o agregador proposto resulta em uma matriz de utilidades $U_{m\times k}$ (m alternativas e k categorias), e a proposta é classificar cada alternativa na categoria com o menor valor utilidade correspondente. Choquet-Dist pode ser visto como uma extensão da distância de Manhanttan ponderada para casos em que há interação entre as dimensões.

Este artigo está organizado da seguinte forma. Na Seção 2, introduzimos a integral de Choquet. Nossa proposta, o método Choquet-Dist, é apresentada na Seção 3. Na Seção 4, apresentamos um exemplo numérico e um estudo de comparação com o classificador mais comum baseado na integral de Choquet. Conclusões, algumas limitações do método proposto e possíveis trabalhos futuros são discutidos na Seção 6.

2. Integral de Choquet

A integral de Choquet é baseada no conceito de capacidade (medida fuzzy) que atribui um peso a cada subconjunto de critérios $T \subseteq G$. Mais precisamente, denotando por 2^G o conjunto potência de G, a função $\mu : 2^G \to [0, 1]$ é chamada de capacidade em 2^G se as seguintes condições forem satisfeitas:

(a) Condições de contorno: $\mu(\emptyset) = 0$ and $\mu(G) = 1$,

(b) Condições de monotonocidade: $\forall S \subseteq T \subseteq G, \mu(S) \leq \mu(T)$.

Em um problema de decisão em que há interação entre critérios, a soma ponderada não é capaz de modelar tal interação no processo de agregação Grabisch [1996]. De fato, os pesos usados na soma ponderada se associam aos critérios de uma maneira individual, ou seja, sem levar em conta coalizões de critérios. A fim de modelar interação entre critérios, a ideia da integral de Choquet é de atribuir um coeficiente de capacidade $\mu(T)$ a cada coalizão de critérios $T \subseteq G$ (o que também inclui cada critério individualmente). A integral de Choquet $CI : A \to \mathbb{R}_0^+$ é dada por

$$CI(a) = \sum_{j=1}^{n} [g_{(j)}(a) - g_{(j-1)}(a)]\mu(N_j), \tag{1}$$

em que $g_{(0)}(a) \leq g_{(1)}(a) \leq \ldots \leq g_{(n)}(a)$, $g_{(0)}(a) = 0$, $N_j = \{(j), \ldots, (n)\}$, para $j = 1, \ldots, n$.

Uma desvantagem da integral de Choquet é que o número de parâmetros cresce exponencialmente com o número de critérios. Com o objetivo de reduzir o número de parâmetros a serem elicitados, adotamos a representação da capacidade 2-aditiva introduzida por Grabisch [1997]. A propriedade 2-aditiva implica que pode haver interação entre quaisquer dois critérios, mas não entre três ou mais, e permite reduzir o número de parâmetros de $2^n - 2$ para $n(n+1)/2$, o que representa uma redução significativa à medida que n cresce. Mesmo simplificando o modelo, capacidades 2-aditiva provaram ser suficientes, em termos da capacidade de generalização, para modelar relações entre critérios Pelegrina et al. [2020] nas utilidades das alternativas.

Conforme apresentado em Grabisch [1997] e Grabisch [2000], uma representação útil da integral de Choquet pode ser dada pelo índice de interação generalizado. O índice de interação generalizado entre dois critérios $\{g_j, g_s\}$, representado por I_{js}, é dado por

$$I_{js} = \sum_{T \subseteq G \setminus \{g_j, g_s\}} \frac{(n - |T| - 2)!\,|T|!}{(n-1)!} \left[\mu(T \cup \{g_j, g_s\}) - \mu(T \cup \{g_j\}) - \mu(T \cup \{g_s\}) + \mu(T)\right], \tag{2}$$

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175179
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175179

onde $|T|$ indica o número de critérios na coalizão T. Além disso, quando o índice de interação generalizado é calculado para um único critério, digamos g_j, dá-se origem ao índice de importância de Shapley, denotado por I_j e definido como

$$I_j = \sum_{T \subseteq G \setminus \{g_j\}} \frac{(n - |T| - 1)!\,|T|!}{n!} \left[\mu(T \cup \{g_j\}) - \mu(T)\right]. \tag{3}$$

Ainda no contexto da capacidade 2-aditiva, as capacidades são completamente determinadas por Shapley e pelos índices de interação (note que a relação entre μ e os índices de interação/importância é linear).

Um aspecto interessante do índice de interação generalizado é que ele admite uma interpretação direta e prática. Se $I_{ij} > 0$, modelamos uma sinergia entre g_j e g_s. Se $I_{js} < 0$ representamos uma redundância entre g_j e g_s. Por fim, $I_{js} = 0$ significa que os critérios g_j e g_s não interagem. Além disso, o índice de Shapley I_j quantifica a importância média de um único critério g_j para o processo de decisão, o que se assemelha pesos dos critérios nos métodos de decisão multicritério tradicionais (soma ponderada, por exemplo). As condições de contorno e monotonicidade são garantidas quando as seguintes restrições são mantidas:

$$\sum_{j=1}^{n} I_j = 1 \quad \text{and} \quad I_j - \frac{1}{2}\sum_{s \neq j} |I_{js}| \geq 0, \forall j. \tag{4}$$

O modelo de preferência integral de Choquet 2-aditivo com base no índice de interação generalizado é então expresso por

$$CI(a) = \sum_{I_{js}>0} \min\{g_j(a), g_s(a)\} I_{js} + \sum_{I_{js}<0} \max\{g_j(a), g_s(a)\} |I_{js}| + \sum_{j=1}^{n} g_j(a)(I_j - \frac{1}{2}\sum_{s \neq j} |I_{js}|). \tag{5}$$

2.1. Integral de Choquet no contexto de classificação

Na literatura, encontramos que o procedimento mais tradicional para classificação utilizando a integral de Choquet (5) é baseado na comparação de $CI(a_i)$ com perfis limitantes das categorias [Benabbou et al., 2017; Arcidiacono et al., 2021; Pelissari et al., 2022]. De forma análoga, pode-se utilizar perfis centrais $r_1, \ldots, r_k$, classificando a alternativa a_i na categoria cujo perfil central é o mais próximo de $CI(a_i)$.

Observe que, nesse caso, tem-se um único conjunto de perfis centrais, uma vez que os perfis serão comparados ao valor $CI(a_i)$ já agregado. Os perfis centrais $r_1, \ldots, r_k$ devem ser definidos ou normalizados de forma a estarem na mesma escala de $CI(.)$.

Assim, esse procedimento de classificação segue os seguintes passos:

1. Definição do desempenho das alternativas $g_j(a_i)$ para $j = 1, \ldots, n$ e $i = 1, \ldots, m$.
2. Definição de um conjunto de perfis centrais das categorias $R = \{r_1, r_2, \ldots, r_k\}$.
3. Normalização dos desempenhos das alternativas e dos perfis centrais, se necessário.
4. Cálculo das utilidades $CI(a_i)$, $i = 1, \ldots, m$, utilizando a Equação (5).
5. Cálculo da distância entre $CI(a_i)$ e cada $r_s,\ s = 1, \ldots, k$ para todo $i = 1, \ldots, m$. Denotando essa distância por d temos que $d_s(a_i) = |CI(a_i) - r_s|$.
6. Classificação da alternativa a_i na categoria K_t se, e somente se, $\min_s\{d_s(a_i)\} = d_t(a_i)$.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175179
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175179

3. O método proposto: Choquet-Dist

Nessa seção apresentamos o modelo de classificação Choquet-Dist. O Choquet-Dist é baseado na integral de Choquet 2-aditiva e na representação dada pelo índice de interação generalizado. Consideremos o problema de decisão com $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_m\}$ sendo o conjunto de alternativas avaliadas segundo n critérios $G = \{g_1, g_2, \ldots, g_n\}$, e cujo objetivo é classificar cada alternativa em uma categoria K_s obtida de uma coleção de categorias predefinidas e ordenadas $K_1, K_2, \ldots, K_k$. Cada categoria K_s é caracterizada por n valores centrais $g_j(r_s)$, $j = 1, \ldots, n$ e $s = 1, \ldots, k$. Por fim, seja I_j o índice Shapley associado ao critério g_j, $j = 1, \ldots, n$ e I_{js} o índice de interação entre dois critérios $\{g_j, g_s\}$.

Partindo do fato de que a integral de Choquet provou-se definir uma norma, o que implica que ela induz uma métrica [Bolton et al., 2008], a utilidade do Choquet-Dist para cada alternativa a_i e categoria s é dada por

$$\begin{aligned} CI_s(a_i) &= \sum_{I_{jl}>0} \min\{x_j^{'}(a_i, r_s), x_l^{'}(a_i, r_s)\} I_{jl} + \sum_{I_{jl}<0} \max\{x_j^{'}(a_i, r_s), x_l^{'}(a_i, r_s)\} I_{jl} \\ &+ \sum_{j=1}^{n} x_j^{'}(a_i, r_s)(I_j - \frac{1}{2}\sum_{l \neq j} I_{jl}) \end{aligned} \tag{6}$$

em que $x_j^{'}(a_i, r_s)$ é o valor normalizado[1] da distância entre a avaliação da alternativa a_i e o centroide da categoria K_s em relação a cada critério j dada por

$$x_j(a_i, r_s) = |g_j(a_i) - g_j(r_s)|.$$

Após o cálculo das utilidades para cada alternativa e cada categoria, obtemos uma matriz de utilidades $U_{m \times k} = [u_{i,s}]$ (m alternativas e k categorias), em que cada elemento $u_{i,s} = CI_s(a_i)$. Nós denotamos o vetor com todas as utilidade associadas à alternativa a_i por $u_{i,.} = \{CI_1(a_i), CI_2(a_i), \ldots, CI_k(a_i)\}$.

A abordagem proposta é classificar a alternativa a_i na categoria com menor valor utilidade, baseada na ideia de que a alternativa a_i está mais próxima do centroide dessa categoria ao considerar todos os critérios e suas interações. Assim, a regra de classificação é dada por

$$\text{Alternativa } a_i \text{ é classificada na categoria } K_t \text{ se, e somente se, } \min\{u_{i,.}\} = u_{i,t}. \tag{7}$$

4. Exemplo numérico

Para exemplificar a aplicação do método Choquet-Dist, nessa seção apresentamos um exemplo numérico baseado no problema introduzido em Angilella et al. [2015]. Dez carros (as alternativas) são avaliados segundo quatro critérios: preço (em Euro), aceleração (0 a 100 km/h em segundos–quantos segundos são necessários para atingir a velocidade de 100km/h), velocidade máxima (em km/h) e consumo (em l/100 km). As avaliações dos carros são apresentadas na Tabela 1. Preço, aceleração e consumo tem uma direção de preferência descrescente (quanto menor, melhor), enquanto o critério velocidade máxima tem direção de preferência crescente (quanto maior, melhor).

Os seguintes índices de Shapley são adotados: $I_1 = 0.25$, $I_2 = 0.21$, $I_3 = 0.16$ and $I_4 = 0.38$. Esses índices de Shapley indicam maior importância do critério consumo, seguido do preço, aceleração e por último, com menor importância, critério velocidade máxima.

[1] Dada a hipótese de comensurabilidade da integral de Choquet, a normalização é requerida. Nós propomos aplicar a normalização min/max.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175179
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175179

Tabela 1: Avalição dos 10 modelos de carros.

Carro	Preço (Euro)	Aceleração (seg. 0 a 100)	Veloc. Máx. (km/h)	Consumo (l/100 km)
a_1	16.000	12,0	185	3,1
a_2	15.750	13,5	163	3,8
a_3	15.050	11,0	173	4,0
a_4	15.260	12,0	172	3,3
a_5	16.300	10,6	183	3,7
a_6	16.050	10,8	180	3,4
a_7	17.000	11,0	170	3,8
a_8	17.500	12,9	174	3,5
a_9	17.800	11,8	170	3,8
a_{10}	17.060	13,9	175	3,9

O decisor considera que os critérios aceleração e velocidade máxima são redundantes, pois, em geral, carros velozes também possuem boa aceleração; o decisor também considera que existe sinergia entre os critérios velocidade máxima e consumo, já que um carro veloz com baixo consumo é valorizado. Para representar essas interações, os índices de interação $I_{23} = -0,08$ e $I_{34} = 0,10$ foram definidos [Angilella et al., 2015] [2].

O objetivo desse problema de decisão é obter uma avaliação da viabilidade de compra dos carros, classificando-os em três categorias: (K_1) muito viável, (K_2) viável e (K_3) não viável. Para definir essas categorias, o decisor determina três perfis centrais para cada critério conforme apresentado na Tabela 2. O decisor define os perfis centrais considerando que este é o valor mais representativo daquela categoria em relação aquele critério, ou seja, representa a avaliação que uma alternativa deveria assumir para ser enquadrado naquela categoria se apenas este critério fosse considerado.

Tabela 2: Perfis centrais definindo as categorias muito viável (K_1), viável (K_2) e não viável (K_3).

Perfis centrais	Preço (Euro)	Aceleração (seg. 0 a 100)	Veloc. Máx (km/h)	Consumo (l/100 km)
r_1	15,500	11	185	3.2
r_2	16,500	12	175	3.6
r_3	17,500	13.5	165	4

O método Choquet-Dist foi então aplicado seguindo os passos apresentados na Seção 3. A matriz de utilidades $U_{m\times k}$ obtida e a classificação resultante da aplicação da regra de classificação (7) é apresentada na Tabela 3.

5. Estudos comparativos

De forma a comparar o método proposto Choquet-Dist com o procedimento de classificação baseado na integral de Choquet apresentado na Seção 2.1–que para simplificação chamaremos de procedimento de classificação tradicional baseado na integral de Choquet–nós conduzimos dois estudos. No primeiro estudo, aplicamos o procedimento de classificação tradicional aos dados anteriores. No entanto, ao utilizar esse procedimento, como não é possível definir diferentes perfis

[2]Na prática, porém, não é fácil para o decisor definir valores determinísticos para os índices de Shapley e índices de interação. Esse problema é bastante discutido na literatura e não será foco desse trabalho.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175179
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175179

Tabela 3: Matriz de utilidades $U_{m\times k}$ obtida com a aplicação do Choquet-Dist.

Carro	$CI_1(a_i)$	$CI_2(a_i)$	$CI_3(a_i)$	Classificação final
a_1	**0.17**	0.29	1.00	K_1
a_2	0.75	0.27	**0.25**	K_3
a_3	0.58	**0.39**	0.54	K_2
a_4	0.26	**0.24**	0.90	K_2
a_5	0.48	**0.13**	0.78	K_2
a_6	**0.02**	0.10	1.00	K_1
a_7	0.83	**0.10**	0.25	K_2
a_8	0.78	**0.18**	0.53	K_2
a_9	0.90	**0.12**	0.25	K_2
a_{10}	1.00	0.29	**0.15**	K_3

centrais para cada critério, assumimos perfis centrais, já normalizados, $r_1 = 0.25$, $r_2 = 0.5$ e $r_3 = 0.75$. Essa característica indica a vantagem do método Choquet-Dist sobre o procedimento de classificação tradicional baseado na integral de Choquet por permitir a definição dos parâmetros de forma interpretativa. A classificação obtida é apresentada na Tabela 4.

Tabela 4: Utilidades e classificação obtidas com a aplicação do procedimento de classificação tradicional baseado na integral de Choquet.

Carros	$CI(a_i)$	$d_1(a)$	$d_2(a)$	$d_3(a)$	Classificação
a_1	0.31	**0.06**	0.19	0.44	K_1
a_2	0.54	0.29	**0.04**	0.21	K_2
a_3	0.46	0.21	**0.04**	0.29	K_2
a_4	0.25	**0.00**	0.25	0.50	K_1
a_5	0.54	0.29	**0.04**	0.21	K_2
a_6	0.36	**0.11**	0.14	0.39	K_1
a_7	0.53	0.28	**0.03**	0.22	K_2
a_8	0.62	0.37	**0.12**	0.13	K_2
a_9	0.65	0.40	0.15	**0.10**	K_3
a_{10}	0.82	0.57	0.32	**0.07**	K_3

Destacamos em vermelho na Tabela 4 as classificações que diferem da classificação obtida com o Choquet-Dist, indicando que os dois procedimentos de classificação levam a resultados diferentes. No entanto, como tivemos que definir diferentes valores de perfis centrais nos dois casos, a diferença nos resultados pode ser resultante desse, o que nos leva ao segundo estudo.

No segundo estudo, consideramos o mesmo exemplo de decisão mas com uma pequena mudança nos dados de entrada. Como o procedimento de classificação tradicional baseado na integral de Choquet permite a definição de apenas um conjunto de perfis centrais para todos os critérios, assumimos desempenhos das alternativas em uma mesma escala para todos os critérios (Tabela 5). Dessa forma, conseguimos assumir também os mesmos perfis centrais na aplicação dos dois métodos, nos dando a possibilidade de comparar os resultados dos métodos quando exatamente os mesmos parâmetros são assumidos. Os perfis centrais são apresentados na Tabela 6.

A Tabela 7 apresenta as classificações obtidas com a aplicação do Choquet-Dist e do procedimento de classificação tradicional baseado na integral de Choquet. Observa-se que as classificações obtidas são diferentes. Uma vez que os dados de entrada são exatamente os mesmos, essa diferença na classificação é resultante das características de cada método: na integral de Choquet

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175179
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175179

Tabela 5: Avaliação de desempenho dos dez modelos de automóveis em escala ordinal de 5 pontos.

Carro	Preço	Aceleração	Vel. Máx.	Consumo
a_1	4	2	5	5
a_2	4	1	1	2
a_3	5	4	3	1
a_4	5	3	3	4
a_5	3	5	5	2
a_6	4	5	5	3
a_7	2	4	3	4
a_8	1	2	3	3
a_9	1	3	3	2
a_{10}	2	1	4	1

Tabela 6: Perfis centrais das categorias considerando uma escala comum.

Perfis centrais	Preço	Aceleração	Vel. Máx.	Consumo
r_1	5	5	5	5
r_2	4	4	4	4
r_3	2	2	2	2

tradicional, primeiro se calcula a utilidade e depois o valor utilidade é comparado com os perfis centrais; diferentemente, no Choquet-Dist, as comparações entre o desempenho das alternativas e os perfis centrais são realizadas por critério dentro do procedimento de agregação.

Tabela 7: Classificações obtidas com a aplicação do Choquet-Dist e do procedimento de classificação tradicional baseado na integral de Choquet.

Carro	Choquet-Dist				Choquet tradicional			
	$CI_1(a_i)$	$CI_2(a_i)$	$CI_3(a_i)$	Classificação	$CI_1(a_i)$	$CI_2(a_i)$	$CI_3(a_i)$	Classificação
a_1	2.24	1.24	**0.24**	K_4	1.58	1.00	**1.00**	K_4
a_2	**0.08**	0.92	1.92	K_1	**1.32**	1.82	2.82	K_1
a_3	0.89	**0.11**	1.11	K_2	**1.41**	1.49	1.99	K_1
a_4	1.83	0.83	**0.17**	K_3	0.83	**0.57**	1.07	K_2
a_5	1.21	**0.21**	0.79	K_2	**1.07**	1.33	1.49	K_1
a_6	1.89	0.89	**0.11**	K_3	0.89	**0.75**	0.91	K_2
a_7	1.33	**0.33**	0.67	K_2	0.83	**0.65**	1.65	K_2
a_8	**0.33**	0.67	1.67	K_1	**0.75**	1.75	2.75	K_1
a_9	**0.07**	0.93	1.93	K_1	**0.83**	1.83	2.83	K_1
a_{10}	**0.30**	1.30	2.30	K_1	**1.58**	2.24	3.24	K_1

Nestes estudos comparativos fica claro como o problema de decisão considerado teve de ser simplificado devido aos requisitos do procedimento de classificação tradicional baseado na integral de Choquet. Ao aplicarmos a Choquet-Dist, podemos considerar o mesmo problema de decisão adotando diferentes perfis centrais para cada critério, o que melhor representa as preferências do decisor, traz mais interpretabilidade para o problema decisório, uma vez que todos esse parâmetros podem ser definidos em uma escala que tem significado prático.

6. Conclusão

Nesse estudo, um novo agregador para problemas de classificação baseado na integral de Choquet foi proposto. O classificador, chamado Choquet-Dist, permite a definição de um conjunto

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175179
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175179

de perfis centrais–que caracterizam as categorias–para cada critério.

Os resultados apresentados neste artigo são preliminares e, portanto, novos estudos e análises serão realizados. Como uma perspectiva futura, pretendemos investigar com maiores detalhes as propriedades associadas ao Choquet-Dist. Por exemplo, dado que o modelo proposto leva em conta o desvio em relação aos perfis centrais, pretendemos analisar se há (ou não) uma redução do efeito compensatório em comparação com outros métodos de classificação baseados na integral de Choquet.

Um outro estudo futuro que conduziremos consiste em avaliar as vantagens e desvantagens da distância baseada na integral de Choquet em relação a outras medidas de distância que exploram relações entre critérios. Um exemplo é a distância de Mahalanobis, a qual considera a matriz de covariância dos dados no cálculos das distâncias. Visto que a integral de Choquet também modela efeitos da correlação (sinergia e redundância) através dos índices de interação, compararemos os resultados dados pela nossa proposta e a distância de Mahalanobis.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo apoio por meio dos processos nº 2020/09838-0 (Centro de Pesquisa Aplicada em Inteligência Artificial BI0S – Brazilian Institute of Data Science), 2020/10572-5, 2020/01089-9 e 2018/23447-4. Os autores também agradecem o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio.

Referências

Angilella, S., Corrente, S., e Greco, S. (2015). Stochastic multiobjective acceptability analysis for the Choquet integral preference model and the scale construction problem. *European Journal of Operational Research*, 240(1):172–182.

Arcidiacono, S. G., Corrente, S., e Greco, S. (2021). Robust stochastic sorting with interacting criteria hierarchically structured. *European Journal of Operational Research*, 292(2):735–754.

Benabbou, N., Perny, P., e Viappiani, P. (2017). Incremental elicitation of choquet capacities for multicriteria choice, ranking and sorting problems. *Artificial Intelligence*, 246:152 – 180.

Bolton, J., Gader, P., e Wilson, J. N. (2008). Discrete choquet integral as a distance metric. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 16(4):1107–1110.

Choquet, G. (1954). Theory of capacities. *Annales de l'Institut Fourier*, 5:131–295.

Grabisch, M. (1996). The application of fuzzy integrals in multicriteria decision making. *European Journal of Operational Research*, 89:445–456.

Grabisch, M. (2000). A graphical interpretation of the Choquet integral. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 8(5):627–631.

Grabisch, M. (1997). k-order additive discrete fuzzy measures and their representation. *Fuzzy Sets and Systems*, 92(2):167–189.

Grabisch, M., Kojadinovic, I., e Meyer, P. (2008). A review of methods for capacity identification in Choquet integral based multi-attribute utility theory: Applications of the Kappalab R package. *European Journal of Operational Research*, 186(2):766–785.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175179
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175179

Pelegrina, G. D., Duarte, L. T., Grabisch, M., e Romano, J. M. T. (2020). The multilinear model in multicriteria decision making: The case of 2-additive capacities and contributions to parameter identification. *European Journal of Operational Research*, 282:945–956.

Pelissari, R., Abackerli, A. J., e Duarte, L. T. (2022). Choquet capacity identification for multiple criteria sorting problems: A novel proposal based on stochastic acceptability multicriteria analysis. *Applied Soft Computing*, 120:108727.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175179
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175179