PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULO E DRONES PARA REALIZAR ENTREGAS DE ENCOMENDA COM JANELAS DE TEMPO E ROTEAMENTO PERIÓDICO

Vinícius Rebonato Rosi
Escola Politécnica – Universidade de São Paulo (Poli-USP)
Av. Prof. Luciano Gualberto, 158, 05508-010, São Paulo, SP, Brasil.
viniciusrebonato@usp.br

Paulo Sérgio Cugnasca
Escola Politécnica – Universidade de São Paulo (Poli-USP)
Av. Prof. Luciano Gualberto, 158, 05508-010, São Paulo, SP, Brasil.
cugnasca@usp.br

RESUMO

A incorporação dos *drones* para realizarem as entregas de encomendas aos clientes finais (*last-mile*) pode ser um fator determinante de evolução nos serviços prestados pelo setor logístico. Sendo assim, este trabalho tem por objetivo definir um modelo de programação linear inteira mista (PLIM) com a finalidade de estudar o problema de roteamento de veículos com *drone* (PRV-D). A formulação tem como base o problema do reparador viajante simultâneo com *drone* (PRVSD) no qual um veículo com um ou mais *drones* sai de um depósito para realizar entregas de encomendas. No estudo proposto, devem-se respeitar as janelas de tempo de cada cliente determinadas para cada dia do horizonte planejado. A validação do modelo foi realizada a partir do estudo de 11 instâncias com valores de parâmetros estabelecidos de forma que fosse viável resolvê-las.

PALAVRAS CHAVE. Problema de Roteamento de Veículos com *Drone*, Janelas de Tempo, Roteamento Periódico.

L&T – Logística e Transportes. PM – Programação Matemática.

ABSTRACT

Incorporation of drones to perform last-mile delivers can be a determining factor in the evolution of service provided by logistics sector. Therefore, this work aims to define a mixed integer linear programming (MILP) model in order to study the vehicle routing problem with drone (VRP-D). Formulation is based on the simultaneous traveling repairman problem with drone (STRPD) in which a vehicle with one or more drones leaves a warehouse to deliver parcels. In the proposed study, time windows of each costumer determined for each day over a planning horizon shall be respected. Validation of model was carried out from the study of 11 instances with parameter values established in a way that it was feasible to solve them.

KEYWORDS. Vehicle Routing Problem with Drones, Time Windows, Periodic Routing.

L&T – Logistics and Transports. MP – Mathematical Programming.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175117
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175117

1. Introdução

Os frequentes congestionamentos que ocorrem principalmente nos grandes centros urbanos atrapalham não somente a locomoção das pessoas, mas também afetam diretamente no tempo dispendido para realização das entregas de encomendas. Em contrapartida, o relatório *The Future of the Last-mile Ecosystem* [Deloison et al. 2020] prevê um crescimento da demanda global para a etapa de entregas chamada *last-mile* (etapa que compreende a entrega de encomendas dos centros de distribuição ao cliente final) em áreas urbanas de cerca de 78% até 2030. Destaca-se que a etapa final da entrega de encomendas é considerada a mais custosa e complexa de todo processo de uma cadeia de suprimento [Aurambout et al. 2019], variando de 13% a 73% do custo total da distribuição logística [Gevaers et al. 2009].

Empresas que trabalham com *e-commerce* enfrentam inúmeros desafios em virtude do crescimento das compras via internet e das expectativas dos clientes em receber os produtos o quanto antes e com alta qualidade no serviço, caso contrário podem facilmente procurar por outra loja virtual [Pugliese et al. 2020]. Jacobs et al. [2019] ratifica tal fato ao afirmar que a despeito do contínuo aumento do *e-commerce*, os consumidores esperam por serviços de entrega cada vez mais rápidos e responsivos. Ballou [2007] enfatiza que a rapidez na entrega de produtos é um dos fatores que devem ser considerados no serviço ao cliente. Portanto, quanto mais rápida a entrega, maior sua satisfação. Sendo assim, a frequência com que as entregas são realizadas pontualmente ou até antecipadamente pode se tornar fator preponderante para os inúmeros varejistas que competem pelo mercado e pela fidelidade de seus consumidores [Jacobs et al. 2019].

Em virtude destes desafios cada vez mais presentes no processo logístico de *last-mile*, dentre as possíveis soluções apontadas para realizar as entregas dentro do tempo previsto e atender as expectativas dos clientes de forma satisfatória, tem-se o uso de ARP (Aeronave Remotamente Pilotada), conhecido popularmente como *drone*, tanto como apoio ao veículo que realiza as entregas quanto efetuando as entregas das encomendas diretamente ao cliente final.

O uso de *drones* como um meio para realizar entregas de encomendas pode trazer alguns benefícios como redução do tempo total para realizar as entregas [Wang et al. 2017], redução do custo de transporte [Pugliese e Guerreiro 2017] e redução do barulho ambiente, além de amenizar o aumento de congestionamentos nas áreas urbanas e, consequentemente, a emissão de CO_2 [Pugliese et al. 2020]. Deste modo, Murray e Chu [2015] destacam que o uso de ARP para *last-mile* promete mudar o panorama do setor logístico.

Corrobora com esta afirmação o fato de empresas como Amazon, Domino's, UPS, Alphabet e Walmart estarem investimento neste modelo de entrega [Insider Intelligence 2023]. A Walmart, por exemplo, já possui 36 lojas que disponibilizam entregas por *drone* cujas encomendas não ultrapassam 10 libras (4,5 quilogramas, aproximadamente) [Walmart 2023]. Segundo a empresa, mais de seis mil entregas foram realizadas no ano de 2022. Não obstante as operações com ARP já serem uma realidade, nenhuma destas empresas utilizam uma operação híbrida que realizaria, em uma viagem, um conjunto de entregas concomitantemente, ou seja, um ou mais *drones* juntamente com um veículo de entrega saem de um centro de distribuição para entregarem encomendas a um conjunto de clientes numa mesma viagem.

Portanto, este trabalho tem o objetivo de definir um modelo matemático para o roteamento de um veículo em conjunto com um ou mais *drones* para realizarem entregas de encomendas a partir de um depósito até os clientes finais, considerando as janelas de tempo de cada cliente determinadas para cada dia do período planejado.

Para tal, utiliza-se como base o modelo de programação linear inteira mista (PLIM) do problema do reparador viajante simultâneo com *drone* (PRVSD) desenvolvido por Moshref-Javadi et al. [2020]. As contribuições deste artigo são a correção do PRVSD para evitar que um *drone* faça mais de uma viagem simultaneamente e o incremento do roteamento periódico com janelas de tempo para cada cliente em cada dia do horizonte planejado.

2. Revisão Bibliográfica

Ao considerar problemas de roteamento de veículo para realizarem da última etapa das entregas (*last-mile*), Murray e Chu [2015] propuseram o uso de um *drone* em conjunto com um

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175117
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175117

veículo de entrega com o propósito de verificar se há ganhos nos processos ou nos custos logísticos nessa operação comparada à operação tradicional (entrega realizada somente pelo veículo). Para isso, introduziram o problema do caixeiro viajante (PCV) com *drone* (PCV-D). PCV se trata de um problema de roteamento de veículos (PRV) com apenas um veículo que possui capacidade ilimitada, sendo, portanto, uma simplificação do PRV.

Murray e Chu [2015] abordaram o PCV-D sob duas óticas: *flying sidekick traveling salesman problem* (FSTSP) e *parallel drone scheduling traveling salesman problem* (PDSTSP). No PDSTSP o veículo de entrega sai do depósito em uma viagem para realizar as entregas aos clientes finais, enquanto parte das entregas programas é realizada por uma frota de *drones* que decola do depósito, efetua a entrega a um cliente e depois retorna ao mesmo depósito, estando disponível para uma nova viagem. Já no FSTSP o veículo de entrega é capaz de carregar consigo um *drone*, desta forma, o *drone* consegue atender um cliente a partir do veículo e retornar a este mesmo veículo em um local diferente de onde decolou, estando disponível para realizar uma nova entrega. Para cada situação, apresentaram uma formulação de PLIM e heurísticas, e resolveram os problemas para instâncias com 10 e 20 clientes.

A partir desse estudo, Ponza [2016] desenvolveu um algoritmo baseado na heurística *simulated annealing* para resolver o FSTSP, enquanto Freitas e Penna [2018] aplicaram a heurística *Randomized Variable Neighborhoods Descent*. Já Yurek e Ozmutlu [2018] utilizaram um algoritmo que se decompõe em dois estágios para resolver o FSTSP, o qual define primeiro a rota do veículo a partir de um algoritmo que gera várias possíveis rotas e depois a do *drone* através de um modelo matemático que minimiza o tempo de espera do caminhão para coletá-lo. Por outro lado, Dell'Amico et al. [2021] utilizou algoritmos baseados em *branch and bound*.

Agatz et al. [2018] propõem uma nova abordagem do FSTSP o qual permite que o *drone* retorne ao veículo no mesmo local a partir do qual decolou. Resolveram este problema com uma formulação que apresenta solução ótima para até 12 nós (clientes mais depósito) e heurísticas. Ha et al. [2018] utilizou dados de Murray e Chu [2015] para apresentar uma extensão da formulação de PLIM desenvolvida por estes do qual a função objetivo minimiza custo ao invés do tempo. Yurek e Ozmutlu [2021] analisaram o FSTSP com enfoque na política de recarga de bateria do *drone* concluindo que enquanto a tecnologia de recarga de bateria não avançar o suficiente para reduzir o tempo de recarga (cerca de três vezes o tempo de sua vida útil), a política de troca de bateria é mais efetiva quando o objetivo é reduzir o tempo.

Estudos do problema de roteamento de veículos com *drone* (PRV-D) em que o consumo de energia da bateria limita o tempo de voo do *drone* também são encontrados em Dorling et al. [2017], Jeong et al. [2019], Poikonen e Golden [2020], Cheng et al. [2020], e Gonzalez-R et al. [2020], sendo que estes últimos apresentam restrições de consumo de bateria para *drones* que podem realizar mais de uma entrega por viagem, ou seja, ao saírem do veículo de entrega podem atender mais de um cliente antes de retornarem ao mesmo veículo. Com o intuito de expandir a autonomia do *drone*, Huang e Savkin [2022] desenvolveram um algoritmo para definir locais onde existiriam estações de recarga das baterias dos *drones* e, também, atrelar os clientes que pertenceriam a cada estação. Já Moadab et al. [2022] elaboram um modelo matemático cujo objetivo é minimizar a energia consumida pelos *drones* na realização das entregas utilizando como intermediário nas viagens o transporte público, tanto para deslocamentos quanto para recarga de bateria.

Outros autores incorporaram novas restrições às suas formulações. Pugliese et al. [2020] considera janelas de tempo e análise de emissão de CO_2 para comparar PRV, PRD (problema de roteamento de *drones*) e PRV-D, e conclui que o sistema híbrido de entrega PRV-D seria a melhor solução ao considerar os parâmetros definidos em seu trabalho. Além de consumo da bateria, Cheng et al. [2020] também incorpora janelas de tempo no seu modelo. Já Ham [2018] estende o PDSTSP para abranger uma frota de veículos, além de uma frota de *drones*, que entregam ou coletam encomendas nos clientes respeitando a janela de tempo de cada um. Karak e Abdelghany [2019] aproveitaram a ideia de entregar e coletar encomendas e desenvolveram uma formulação em que o veículo é utilizado como "nave mãe" e apenas os *drones* realizam as entregas ou coletas, podendo atender mais de um cliente por viagem.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175117
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175117

Com enfoque em minimizar o tempo de espera dos clientes, Moshref-Javadi et al. [2020] desenvolveram o PRVSD baseado no problema do reparador viajante (PRV) que é um problema básico de roteamento de um veículo que deve atender um conjunto de clientes de forma que minimize seus tempos de espera [Blum et al. 1994]. As restrições são semelhantes às desenvolvidas por Murray e Chu [2015] para o FSTSP com a diferença de permitir que mais de um *drone* atenda aos clientes.

Com o intuito de incorporar o roteamento periódico ao PRVSD, Vidal et al. [2013] e Arenales et al. [2011] foram considerados. O roteamento periódico considera que o atendimento a todos os clientes é realizado ao longo de um horizonte de planejamento (período com um conjunto de dias) e cada cliente demanda uma frequência de visitas a ser atendida [Arenales et al. 2011].

3. Formulação Matemática para o PRVSD

Este trabalho utiliza como base o modelo matemático proposto por Moshref-Javadi et al. [2020] para o PRVSD e inclui restrições, inspiradas pela formulação de Karak e Abdelghany [2019], que corrigem a possibilidade de um mesmo *drone* realizar duas viagens simultaneamente. O PRVSD caracteriza-se por conter um depósito e um veículo de entrega que seja capaz de carregar, além das encomendas, um ou mais *drones* que também realizam as entregas aos clientes. Esses *drones* só podem atender a um cliente por vez e após atendê-lo, retorna ao veículo para recarregar/trocar a bateria e ficar disponível para uma nova entrega. Os *drones* só podem ser lançados ou recolhidos diretamente no depósito ou pelo veículo de entrega nos nós clientes. Após lançar um ou mais *drones* previstos em um nó, o veículo deve seguir para o próximo nó da sua rota (cliente ou depósito), ou seja, os *drones* não podem ser recolhidos nos nós a partir dos quais foram lançados. Desta forma, o modelo deve prever uma sincronização entre os *drones* e o veículo tanto para o lançamento quanto para o recolhimento.

A contribuição deste trabalho é, além da correção do modelo, a inclusão ao PRVSD de janelas de tempo e roteamento periódico nos quais compreendem o veículo e os *drones*, uma vez que tanto um quanto os outros podem realizar as entregas. Considera-se a frequência de visitas como sendo 1, já que o intuito é atender aos clientes somente uma vez ao longo de um período. Desta forma, as seguintes premissas devem ser consideradas: as demandas dos clientes são conhecidas no início do horizonte de planejamento e todos devem ser atendidos somente uma vez; todos os clientes podem ser atendidos pelo veículo de entrega ou por um *drone*; cada cliente pode ser visitado a partir do depósito ou de qualquer cliente, desde que este cliente também tenha sido atendido no mesmo dia do período estabelecido; somente o depósito possui entrada e saída dos meios de entrega em todos os dias do horizonte de planejamento; um *drone* não pode ser recolhido no nó do qual foi lançado e deve ser recolhido em um nó sucessor dentro da rota do veículo no mesmo dia; o veículo e os *drones* só podem "parar" nos clientes ou no depósito; um *drone* só atende um cliente por lançamento; a bateria do *drone* é trocada instantaneamente ao retornar ao veículo; o tempo de atendimento ao cliente é desconsiderado; quem chegar primeiro entre o veículo de entrega e os *drones* no nó de recolhimento deve esperar o outro; mais de um *drone* pode ser lançado ou recolhido no mesmo nó; o alcance máximo do *drone* é limitado por tempo; e ao retornar ao depósito em um dia do horizonte de planejamento, tanto o veículo quanto os *drones* ficam indisponíveis para realizar novas entregas nesse mesmo dia.

3.1. Notações

Considere o grafo $G = (N, A)$ em que N representa o conjunto de nós os quais podem ser visitados por um veículo de entrega ou por um *drone*, e A o conjunto de arestas que interligam um par de nós e por onde um veículo ou um *drone* atravessa para visitar um nó. Tem-se C o conjunto de clientes, C_0 o conjunto dos clientes mais o nó inicial do depósito e C_+ o conjunto dos clientes mais o nó final do depósito. O nó inicial do depósito é representado como 0 e o nó final como $c + 1$, de forma que $N = C \cup \{0\} \cup \{c + 1\}$. Cada aresta $(i, j) \in A$ é definida em termos de tempo de travessia pelo veículo ou pelo *drone*. A Tabela 1 apresenta as notações consideradas no modelo matemático.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175117
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175117

Conjuntos	
N	Conjunto de todos os nós
C	Conjunto dos clientes
C_0	Conjunto dos clientes mais o nó inicial do depósito
C_+	Conjunto dos clientes mais o nó final do depósito
R	Conjunto de dias do período
P_i	Conjunto de combinações possíveis de visitas do cliente i
D	Conjunto dos *drones*
Parâmetros	
τ_{ij}	Tempo de viagem do veículo de entrega entre os nós i e j
$\hat{\tau}_{ij}$	Tempo de viagem do *drone* entre os nós i e j
A	Alcance máximo (tempo) de voo do *drone*
c	Quantidade de clientes
e_{jr}	Limite inferior da janela de tempo do cliente i no dia r
b_{jr}	Limite superior da janela de tempo do cliente i no dia r
a_{pr}	Parâmetro binário: 1 se o dia r pertence à combinação de dias de visita p; 0 caso contrário
M	Número suficientemente grande
Índices	
i, j, s, g, h, m, n	Índices para representar os nós (clientes e depósito)
r	Índice para os dias do período
p	Índice para a combinação de dias de visita
d	Índice para os *drones*
Variáveis de decisão	
u_{ijr}	Variável binária: 1 se o veículo for do nó i para o nó j no dia r; 0 caso contrário
v_{ijsr}^{d}	Variável binária: 1 se o *drone* d viajar a partir do nó i, visitar o nó j e retornar ao veículo no nó s no dia r; 0 caso contrário
x_{ijr}^{d}	Variável binária: 1 se o *drone* d for do nó i para o nó j a bordo do veículo no dia r; 0 caso contrário
q_{ijr}	Variável binária: 1 se o veículo visitar o nó i antes do nó j no dia r; 0 caso contrário
z_{ir}	Posição do nó i na rota do veículo no dia r
y_{ip}	Variável binária: 1 se a combinação de dias de visita p for designada ao cliente i; 0 caso contrário
t_{ir}	Momento de chegada do veículo no nó i no dia r
l_{ir}	Momento de partida do veículo do nó i no dia r
$\hat{t}_{ir}^{d}$	Momento de chegada do *drone* d no nó i no dia r
$\hat{l}_{ir}^{d}$	Momento de partida do *drone* d do nó i no dia r

Tabela 1: Notações do modelo matemático proposto

3.2. Modelo Matemático

O modelo proposto é de PLIM, conforme o modelo base de PRVSD apresentado por Moshref-Javadi et al. [2020]. O objetivo do problema proposto neste trabalho é minimizar o tempo de espera dos clientes ao longo dos dias do período planejado e ao considerar as premissas citadas anteriormente, além das notações descritas na Tabela 1, tem-se a seguinte formulação:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i \in C} \sum_{r \in R} t_{ir}(1+r) + \sum_{i \in C} \sum_{r \in R} \sum_{d \in D} \hat{t}_{ir}^{d}(1+r) \tag{1}$$

Sujeito a:

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175117
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175117

$$\sum_{j\in C_+} u_{0jr} = 1, \qquad \forall\, r \in R \tag{2}$$

$$\sum_{i\in C_0} u_{i,c+1,r} = 1, \qquad \forall\, r \in R \tag{3}$$

$$\sum_{\substack{h\in C_0\\ h\neq i}} u_{hir} = \sum_{\substack{j\in C_+\\ j\neq i}} u_{ijr}\,, \qquad \forall\, i \in C, \forall\, r \in R \tag{4}$$

$$\sum_{\substack{i\in C_0\\ i\neq j}} \sum_{r\in R} u_{ijr} + \sum_{\substack{i\in C_0\\ i\neq j\\ i\neq s}} \sum_{\substack{s\in C_+\\ s\neq j}} \sum_{r\in R} \sum_{d\in D} v^d_{ijsr} = 1, \qquad \forall\, j \in C \tag{5}$$

$$\sum_{\substack{j\in C\\ j\neq i\\ j\neq s}} \sum_{\substack{s\in C_+\\ s\neq i}} v^d_{ijsr} \leq 1, \qquad \forall\, i \in C_0, \forall\, r \in R\,, \forall\, d \in D \tag{6}$$

$$\sum_{\substack{i\in C\\ i\neq j\\ i\neq s}} \sum_{\substack{j\in C\\ j\neq s}} v^d_{ijsr} \leq 1, \qquad \forall\, s \in C_+, \forall\, r \in R\,, \forall\, d \in D \tag{7}$$

$$2v^d_{ijsr} \leq \sum_{\substack{h\in C_0\\ h\neq i}} u_{hir} + \sum_{\substack{g\in C\\ g\neq s}} u_{gsr}\,, \qquad \forall\, i \in C, \forall\, j \in \{C: j \neq i\}, \forall s \in \{C_+: s \neq i, s \neq j\}, \forall\, r \in R\,, \forall\, d \in D \tag{8}$$

$$v^d_{0jsr} \leq \sum_{\substack{h\in C_0\\ h\neq s}} u_{hsr}\,, \qquad \forall\, j \in C, s \in \{C_+: s \neq j\}, \forall\, r \in R\,, \forall\, d \in D \tag{9}$$

$$\sum_{\substack{i\in C_0\\ i\neq s}} x^d_{isr} + \sum_{\substack{h\in C_0\\ h\neq j\\ h\neq s}} \sum_{\substack{j\in C\\ j\neq s}} v^d_{hjsr} = \sum_{\substack{m\in C_+\\ m\neq s}} x^d_{smr} + \sum_{\substack{g\in C\\ g\neq s\\ g\neq n}} \sum_{\substack{n\in C_+\\ n\neq s}} v^d_{sgnr}\,, \qquad \forall\, s \in C, \forall\, r \in R\,, \forall\, d \in D \tag{10}$$

$$\sum_{\substack{i\in C_0\\ i\neq s}} x^d_{isr} + \sum_{\substack{h\in C_0\\ h\neq j\\ h\neq s}} \sum_{\substack{j\in C\\ j\neq s}} v^d_{hjsr} \leq 1, \qquad \forall\, s \in C_+, \forall\, r \in R, \forall\, d \in D \tag{11}$$

$$x^d_{ijr} \leq u_{ijr}, \qquad \forall\, i \in C_0, \forall\, j \in \{C_+: j \neq i\}, \forall\, r \in R, \forall\, d \in D \tag{12}$$

$$l_{ir} + \tau_{ij} - M\left(1 - u_{ijr}\right) \leq t_{jr}, \qquad \forall\, i \in C_0, \forall\, j \in \{C_+: j \neq i\}, \forall\, r \in R \tag{13}$$

$$\hat{l}^d_{ir} + \hat{\tau}_{ij} - M\left(1 - \sum_{\substack{s\in C_+\\ s\neq i\\ s\neq j}} v^d_{ijsr}\right) \leq \hat{t}^d_{jr}, \qquad \forall\, i \in C_0, \forall\, j \in \{C: j \neq i\}, \forall\, r \in R, \forall\, d \in D \tag{14}$$

$$t_{ir} \leq l_{ir}, \qquad \forall\, i \in C_0, \forall\, r \in R \tag{15}$$

$$\hat{l}^d_{ir} - M\left(1 - \sum_{\substack{j\in C\\ j\neq i}} \sum_{\substack{s\in C_+\\ s\neq j\\ s\neq i}} v^d_{ijsr}\right) \leq l_{ir}, \qquad \forall\, i \in C_0, \forall\, r \in R, \forall\, d \in D \tag{16}$$

$$\hat{t}^d_{jr} + \hat{\tau}_{js} - M\left(1 - \sum_{i\in C_0} v^d_{ijsr}\right) \leq l_{sr}, \qquad \forall\, j \in \{C: j \neq i\}, \forall s \in \{C_+: s \neq i, s \neq j\}, \forall\, r \in R, \forall\, d \in D \tag{17}$$

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175117
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175117

$$t_{ir} - M\left(1 - \sum_{\substack{j\in C\\ j\neq i}}\sum_{\substack{s\in C_+\\ s\neq j\\ s\neq i}} v_{ijsr}^d\right) \le \hat{l}_{ir}^d, \qquad \forall\, i \in C_0, \forall\, r \in R, \forall\, d \in D \tag{18}$$

$$\hat{t}_{jr}^d + \hat{\tau}_{js} - M\left(2 - \sum_{i\in C_0} v_{ijsr}^d - \sum_{\substack{h\in C\\ h\neq s}}\sum_{\substack{g\in C_+\\ g\neq h\\ g\neq s}} v_{shgr}^d\right) \le \hat{l}_{sr}^d, \qquad \forall\, j \in \{C: j \neq i\}, \forall s \in \{C_+: s \neq i, s \neq j\}, \forall\, r \in R, \forall\, d \in D \tag{19}$$

$$1 - (c+2)\left(1 - u_{ijr}\right) \le z_{jr} - z_{ir}, \qquad \forall\, i \in C_0, \forall\, j \in \{C_+: j \neq i\}, \forall\, r \in R \tag{20}$$

$$(c+2)\left(1 - u_{ijr}\right) + 1 \ge z_{jr} - z_{ir}, \qquad \forall\, i \in C_0, \forall\, j \in \{C_+: j \neq i\}, \forall\, r \in R \tag{21}$$

$$(c+2)q_{ijr} \le z_{jr} - z_{ir}, \qquad \forall\, i \in C, \forall\, j \in \{C: j \neq i\}, \forall\, r \in R \tag{22}$$

$$q_{ijr} + q_{jir} = 1, \qquad \forall\, i \in C_0, \forall\, j \in \{C_+: j \neq i\}, \forall\, r \in R \tag{23}$$

$$-M\left(3 - v_{ijsr}^d - q_{igr} - \sum_{\substack{h\in C\\ h\neq i\\ h\neq j\\ h\neq s\\ h\neq g}}\sum_{\substack{m\in C_+\\ m\neq i\\ m\neq j\\ m\neq g\\ m\neq h}} v_{ghmr}^d\right) \le \hat{l}_{gr}^d - t_{sr}, \qquad \forall\, i \in C_0, \forall\, j \in \{C: j \neq i\}, \forall s \in \{C: s \neq i, s \neq j\}, \forall g \in \{C: g \neq i, g \neq j, g \neq s\}, \forall\, r \in R, \forall\, d \in D \tag{24}$$

$$A + M\left(1 - v_{ijsr}^d\right) \ge t_{sr} - \hat{l}_{ir}^d, \qquad \forall\, i \in C_0, \forall\, j \in \{C: j \neq i\}, \forall s \in \{C_+: s \neq i, s \neq j\}, \forall\, r \in R, \forall\, d \in D \tag{25}$$

$$v_{ijsr}^d(\hat{\tau}_{is} + \hat{\tau}_{js}) \le A, \qquad \forall\, i \in C_0, \forall\, j \in \{C: j \neq i\}, \forall s \in \{C_+: s \neq i, s \neq j\}, \forall\, r \in R, \forall\, d \in D \tag{26}$$

$$M\left(1 - \sum_{i\in C_0} u_{ijr}\right) + t_{jr} \ge e_{jr}, \qquad \forall\, j \in \{C: j \neq i\}, \forall\, r \in R \tag{27}$$

$$-M\left(1 - \sum_{i\in C_0} u_{ijr}\right) + t_{jr} \le b_{jr}, \qquad \forall\, j \in \{C: j \neq i\}, \forall\, r \in R \tag{28}$$

$$M\left(1 - \sum_{i\in C_0}\sum_{\substack{s\in C_+\\ s\neq i}} v_{ijsr}^d\right) + \hat{t}_{jr}^d \ge e_{jr}, \qquad \forall\, j \in \{C: j \neq i\}, \forall\, r \in R, \forall\, d \in D \tag{29}$$

$$-M\left(1 - \sum_{i\in C_0}\sum_{\substack{s\in C_+\\ s\neq i}} v_{ijsr}^d\right) + \hat{t}_{jr}^d \le b_{jr}, \qquad \forall\, j \in \{C: j \neq i\}, \forall\, r \in R, \forall\, d \in D \tag{30}$$

$$\sum_{i\in C_+} u_{jir} + \sum_{d\in D}\sum_{\substack{h\in C_0\\ h\neq j\\ h\neq s}}\sum_{\substack{s\in C_+\\ s\neq j}} v_{hjsr}^d - \sum_{p\in P_i} a_{pr}\, y_{jp} = 0, \qquad \forall\, j \in C, \forall\, r \in R \tag{31}$$

$$\sum_{p\in P_i} y_{ip} = 1, \qquad \forall\, i \in C \tag{32}$$

$$u_{ijr}, q_{ijr} \in \{0,1\}, \qquad \forall\, i \in C_0, \forall\, j \in \{C_+: j \neq i\}, \forall\, r \in R \tag{33}$$

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175117
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175117

$$v_{ijsr}^{d} \in \{0,1\}, \qquad \forall\, i \in C_0, \forall\, j \in \{C : j \neq i\}, \forall s \in \{C_+ : s \neq i, s \neq j\}, \forall\, r \in R, \forall\, d \in D \tag{34}$$

$$1 \leq z_{ir} \leq c + 2, \qquad \forall\, i \in N, \forall\, r \in R \tag{35}$$

$$t_{ir}, l_{ir} \geq 0, \qquad \forall\, i \in N, \forall\, r \in R \tag{36}$$

$$\hat{t}_{ir}^{d}, \hat{l}_{ir}^{d} \geq 0, \qquad \forall\, i \in N, \forall\, r \in R, \forall\, d \in D \tag{37}$$

$$x_{ijr}^{d} \in \{0,1\}, \qquad \forall\, i \in C_0, \forall\, j \in \{C_+ : j \neq i\}, \forall\, r \in R, \forall\, d \in D \tag{38}$$

$$y_{ip} \in \{0,1\}, \qquad \forall\, i \in C_0, \forall\, p \in P_i \tag{39}$$

Função objetivo (1) minimiza o tempo de chegada dos *drones* ou do veículo de entrega nos clientes ao longo do período. O termo $(1 + r)$ foi acrescentado para que os atendimentos aos clientes fossem realizados nos primeiros dias disponíveis para visita. Desta forma, para cada dia a mais considerado, soma-se ao dia r o valor 1 e multiplica o resultado desta adição pelo tempo de chegada no cliente do meio que efetuou a entrega.

Restrição (2) permite que o veículo saia somente uma vez do nó inicial do depósito, enquanto a restrição (3) permite que o veículo chegue apenas uma vez no nó final do depósito. Restrição (4) garante a conservação de fluxo da rota do veículo, ou seja, o veículo tem que chegar e sair de um cliente. Restrição (5) garante que cada cliente seja atendido somente uma vez, ou por um *drone* ou pelo veículo. Restrições (6) e (7) garantem que um *drone* só pode atender um cliente ao decolar de um nó e retornar ao veículo somente em um nó. Restrição (8) determina que os nós de lançamento e recolhimento dos *drones* estejam na rota do veículo, enquanto a restrição (9) determina que o nó de recolhimento de um *drone* quando este decola a partir do depósito esteja na rota do veículo. A correção mencionada anteriormente do PRVSD é efetivada pelas restrições (10) a (12). Restrição (10) exige que os *drones* cheguem e saiam dos nós clientes (conservação de fluxo), ou voando ou a bordo do veículo. Restrição (11) determina que cada *drone* chegue aos clientes voando ou a bordo do veículo. Restrição (12) garante que o *drone* só pode realizar uma travessia entre nós a bordo do veículo se o veículo realizar esta travessia.

Já a restrição (13) define o momento (tempo) de chegada do veículo nos clientes, enquanto a restrição (14) define o momento de chegada do *drone* nos clientes. Note que só é levado em consideração o nó atendido pelo *drone* e não o nó no qual o *drone* é recolhido. Restrição (15) garante que o momento de partida do veículo de um nó seja maior (ou igual) que o de chegada. Restrição (16) garante que o momento de partida do veículo de um nó seja superior (ou igual) ao momento de partida dos *drones* previstos para decolarem a partir daquele nó. Restrição (17) determina que o veículo só saia de um nó após os *drones* previstos para retornarem ao veículo naquele nó já tenham chegado, enquanto a restrição (18) não permite que um *drone* decole de um nó antes que o veículo tenha chegado naquele nó. Restrição (19) define que se um *drone* retorna ao veículo em um nó e for decolar novamente a partir deste nó, o momento de partida do *drone* deve ser superior (ou igual) ao momento de chegada neste nó. Restrições (20) e (21) definem as posições dos nós (clientes e depósito) na rota do veículo. Restrições (22) e (23) definem se um nó foi visitado antes ou depois de outro nó na rota do veículo. Restrição (24) garante que o momento de partida de um *drone* em um determinado nó seja maior que o momento de chegada deste *drone* em um nó que esteja posicionado na rota do veículo antes que o primeiro nó.

Restrição (25) garante que o tempo de viagem do *drone* para atender ao cliente somado ao tempo de espera para o veículo chegar ao nó de recolhimento seja menor (ou igual) ao tempo máximo de voo. Analogamente, restrição (26) determina que todo o tempo de viagem do *drone* seja inferior (ou igual) ao tempo máximo de voo. Restrições (27) a (30) definem o intervalo de período permitido para atender cada cliente, ou seja, as janelas de tempo para cada cliente. Restrições (31) e (32) determinam o roteamento periódico o qual só permite atendimento ao cliente nos dias disponíveis para visita deste cliente. Restrições (33) a (39) definem os tipos e os limites das variáveis.

4. Geração das Instâncias e Definições dos Parâmetros

Com o intuito de ratificar o modelo de PRVSD proposto, onze instâncias foram criadas variando a quantidade de clientes e *drones*. As instâncias variam entre quatro quantidades

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175117
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175117

diferentes para os clientes, sendo a instância C1 = 5 clientes, C2 = 8, C3 = 10 e C4 = 15. A quantidade de *drones* variam entre D1 = 1 *drone*, D2 = 2 e D3 = 3. Não foram criadas instâncias com quantidade de clientes superior a 15 devido ao tamanho do arquivo gerado para realizar os testes de otimização e ao tempo computacional necessário para resolvê-las.

A quantidade de dias que compõem o período planejado depende da quantidade de clientes respeitando a equação $R = \lfloor 3c/10 \rfloor$, uma vez que o tempo máximo de deslocamento de qualquer nó i para qualquer nó j é igual a 3 (unidade de tempo – u.t.) e o maior intervalo possível para a janela de tempo é igual a 10 (u.t.). Os tempos de deslocamento de cada aresta (i, j) foram gerados de forma aleatória dentro do intervalo [1,3] para o veículo e a metade desses valores para os *drones*, motivado pelo estudo realizado por Fernandez et al. [2016] o qual demonstra que melhores resultados são obtidos quando a velocidade média do *drone* é pelo menos o dobro da do veículo, além de recomendar o uso de dois ou mais *drones* em conjunto com o veículo de entrega. O limite inferior da janela de tempo para cada cliente é definido aleatoriamente dentro do intervalo [0,6], enquanto o limite superior é a soma do limite inferior por um valor definido aleatoriamente no intervalo [2,4]. O alcance máximo do *drone* (em função do tempo) é igual a 2 (u.t.).

Os dias disponíveis para visitar um cliente variam de acordo com a quantidade de dias do período estudado. Caso a quantidade de dias seja 1 ou 2, os dias disponíveis são iguais à quantidade de dias calculado. Acima de 3 dias se considera 3 dias disponíveis. A frequência de visitas demandada por cada cliente no período planejado é igual a 1.

Os valores dos parâmetros foram definidos de forma que se obtivesse soluções viáveis para que fosse possível a validação do modelo matemático proposto.

5. Resultados Computacionais

Tabela 2 apresenta os resultados da formulação de PLIM proposta com tempo limite de resolução de 300 segundos. Para as instâncias que não foi possível obter solução ótima com este tempo limite, um novo critério de parada foi definido, 3600 segundos, e os resultados são apresentados na Tabela 3.

Instância	Limitante superior	Limitante inferior	GAP	Tempo de resolução
InstPRVSD-C1D1	11,5	11,5	0,00%	0,39s
InstPRVSD-C1D2	10	10	0,00%	0,24s
InstPRVSD-C2D1	21,5	21,5	0,00%	127,28s
InstPRVSD-C2D2	19	19	0,00%	162,05s
InstPRVSD-C2D3	17,5	17,5	0,00%	165,38s
InstPRVSD-C3D1	37	20,55	44,43%	300,03s
InstPRVSD-C3D2	30	19	36,67%	300,06s
InstPRVSD-C3D3	33	19	42,42%	300,08s
InstPRVSD-C4D1	-	-	-	300,89s
InstPRVSD-C4D2	-	-	-	300,69s
InstPRVSD-C4D3	-	-	-	300,07s

Tabela 2: Resultados com limite de tempo de resolução de 300 segundos.

Instância	Limitante superior	Limitante inferior	Gap	Tempo de resolução
InstPRVSD-C3D1	33	22,81	30,87%	3600,08s
InstPRVSD-C3D2	30	20	33,33%	3600,08s
InstPRVSD-C3D3	28,5	20,70	27,36%	3600,24s
InstPRVSD-C4D1	64	33	48,44%	3600,46s
InstPRVSD-C4D2	57	33,5	41,23%	3603,21s
InstPRVSD-C4D3	-	-	-	3601,99s

Tabela 3: Resultados com limite de tempo de resolução de 3600 segundos.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175117
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175117

A primeira coluna das Tabelas 2 e 3 diz respeito à nomenclatura dada às instâncias. As segunda e terceira colunas apresentam os limites superiores e inferiores (valores dados por u.t.) das soluções encontradas, ou seja, a melhor solução inteira encontrada e a melhor solução relaxada durante o processo de *branch and bound* do *software*. Caso os valores dessas colunas sejam diferentes, a quarta coluna, *gap*, apresenta esta diferença em porcentagem. Finalmente, a quinta e última coluna apresenta o tempo necessário para resolver as respectivas instâncias ou o tempo limite (critério de parada) definido para resolução.

Pode-se observar na Tabela 2 que a resolução das instâncias que possuem dez clientes foi interrompida graças ao critério de parada do tempo limite (300 segundos), ou seja, para cenários que planejam entregas de encomendas para dezenas de clientes durante um determinado período, tentar resolvê-los por modelagem matemática para encontrar a solução ótima pode dispender muitas horas. Isto apenas confirma que modelos oriundos do PCV ou PRV são *NP-hard* [Murray e Chu 2015]. Nesta mesma tabela, verifica-se que não foi possível encontrar nem os limites superior e inferior das instâncias com 15 clientes.

Já na Tabela 3 pode-se verificar que melhores limites superior e inferior foram obtidos (menores valores para o *gap*) para as instâncias com 10 clientes, contudo, mesmo com 3300 segundos a mais para resolver, os valores do *gap* não foram inferiores a 27%, sendo que a maior redução do *gap* foi de aproximadamente 15 pontos percentuais. Ao considerar as instâncias com 15 clientes, Tabela 3 mostra que somente para a instância com 3 *drones* não foi possível obter os limites.

Os testes computacionais foram realizados pelo *software* Gurobi 9.0.3 em um Intel Core i7-3520M, 2.90 GHz, com 6 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 8.1.

6. Conclusão

Este trabalho apresentou um modelo matemático baseado no PRVSD incorporando restrições de janelas de tempo e roteamento periódico. O objetivo do estudo era ratificar o modelo proposto uma vez que a formulação tomada como base apresentava uma inconsistência e poucos trabalhos disponíveis tratam sobre janelas de tempo e roteamento periódico quando veículos e *drones* são capazes de realizarem entregas de encomendas. Portanto, o resultado é satisfatório devido ao modelo matemático abranger as restrições propostas e não apresentar inconsistências nos testes computacionais.

Contudo, pode-se observar a partir das Tabelas 1 e 2 e das referências citadas quão complexa é a resolução de problemas desta estirpe. Fez-se necessário aumentar o tempo limite para uma hora a fim de obter os limites superior e inferior em dois terços das instâncias com 15 clientes, o que demonstra a dificuldade em alcançar soluções ótimas em cenários com 15 ou mais clientes, além do grande tempo e esforço computacional requerido.

Em virtude disso, futuros estudos podem ser conduzidos utilizando heurísticas, o que poderia facilitar estudos com cenários superiores a 15 clientes e, também, mais de 3 *drones*, 1 veículo de entrega ou 1 depósito. Além disso, o uso de parâmetros mais condizentes com a realidade facilitaria a análise dos resultados com maior precisão e a transição para testes práticos. Finalmente, outra proposta de estudo seria permitir que o *drone* atendesse mais de um cliente por viagem, o que implicaria na adoção de restrições cujo alcance máximo do *drone* fosse em função do consumo de energia da bateria, e este em função da carga transportada.

Referências

Agatz, N., Bouman, P. e Schmidt, M. (2018) Optimization Approaches for the Traveling Salesman Problem with Drone. *Transportation Science*, 52(4):964–981.

Arenales, M., Armentano, V., Morabito, R. e Yanasse, H. (2011). Pesquisa Operacional. Editora Campus, Rio de Janeiro.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175117
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175117

Aurambout, J. P., Gkoumas, K. e Ciuffo, B. (2019). Last-mile Delivery by Drones: an Estimation of Viable Market Potential and Access to Citizens across European Cities. *European Transport Research Review*, 11:1–21.

Ballou, R. H. (2007) Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos/Logística Empresarial (5ª ed). Editora Bookman, Porto Alegre.

Blum, A., Chalasani, P., Coppersmith, D., Pulleyblank, B., Raghavan, P. e Sudan, M. (1994). The Minimum Latency Problem, In *Anais do 26th Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, p. 163–171, Montreal. ACM.

Cheng, C., Adulyasak, Y. e Rousseau, L. (2020). Drone Routing with Energy Function: Formulation and Exact Algorithm. *Transportation Research Part B*, 139:364–387.

Deloison, T., Hannon, E., Huber, A., Heid, B., Klink, C., Sahay, R. e Wolff, C. (2020). The Future of the Last-mile Ecosystem. Relatório, Fórum Econômico Mundial.

Dorling, K., Heinrichs, J., Messier, G.G. e Magierowski, S. (2017). Vehicle Routing Problems for Drone Delivery. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 47(1):70–85.

Ferrandez, M., Harbison, T., Weber, T., Sturges, R. e Rich, R. (2016). Optimization of a Truck-drone in Tandem Delivery Network Using K-means and Genetic Algorithm. *Journal of Industrial Engineering and Management*, 9(2):374–388.

Freitas, J. C. D. e Penna, P. H. V. (2018). A Randomized Variable Neighborhood Descent Heuristic to Solve the Flying Sidekick Traveling Salesman Problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 66:95–102.

Gevaers, R., Voorde, E. V. D. e Vanelslander, T. (2009). Characteristics of Innovations in Last-mile Logistics - Using Best Practices, Case Studies and Making the Link with Green and Sustainable Logistics. In *European Transport Conference*, p. 1–21, Leiden. ETC.

Gonzalez-R, P. L., Canca, D., Andrade-Pineda, J. L., Calle, M. e Leon-Blanco, J. M. (2020). Truck-drone Team Logistics: A Heuristic Approach to Multi-drop Route Planning. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 114:657–680.

Ha, Q. M., Deville, Y., Pham, Q. D. e Ha, M. H. (2018). On the Min-cost Traveling Salesman Problem with Drone. *Transportation Research Part C*, 86:597–621.

Ham, A. M. (2018). Integrated Scheduling of M-truck, M-drone, and M-depot Constrained by Time-window, Drop-pickup, and M-visit Using Constraint Programming. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 91:1–14.

Huang, H. e Savkin, A. V. (2022). Deployment of Charging Stations for Drone Delivery Assisted by Public Transportation Vehicles. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 23(9):15043–15054.

Insider Intelligence (2023). Why Amazon, UPS and even Domino's Is Investing in Drone Delivery Services. `https://www.insiderintelligence.com/insights/drone-delivery-services/`. Acessado: 2023-04-05.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175117
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175117

Jacobs, K., Warner, S., Rietra, M., Mazza, L., Buvat, J., Khadikar, A., Cherian, S. e Khemka, Y. (2019). The Last-mile Delivery Challenge. Relatório Digital, Instituto de Pesquisa Capgemini.

Jeong, H. Y., Song, B. D. e Lee, S. (2019). Truck-drone Hybrid Delivery Routing: Payload-energy Dependency and No-fly Zones. *International Journal of Production Economics*, 214:220–233.

Karak, A. e Abdelghany, K. (2019). The Hybrid Vehicle-drone Routing Problem for Pick-up and Delivery Services. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 102:427–449.

Moadab, A., Farajzadeh, F. e Valilai, O. F. (2022). Drone Routing Problem Model for Last-mile Delivery Using the Public Transportation Capacity as Moving Charging Stations. *Scientific Reports*, 12(1):1–16.

Moshref-Javadi, M., Hemmati, A. e Winkenbach, M. (2020). A truck and Drones Model for Last-mile Delivery: a Mathematical Model and Heuristic Approach. *Applied Mathematical Modelling*, 80:290–318.

Murray, C. C. e Chu, A. G. (2015). The Flying Sidekick Traveling Salesman Problem: Optimization of Drone-assisted Parcel Delivery. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 54:86–109.

Poikonen, S. e Golden, B. (2020). Multi-visit Drone Routing Problem. *Computers and Operations Research*, 113, 104802.

Ponza, A. (2016). Optimization of Drone-Assited Parcel Delivery. Tese de Mestrado, Universidade de Padova.

Pugliese, L. D. P. e Guerriero, F. (2017). Last-mile Deliveries by Using Drones and Classical Vehicles. In *International Conference on Optimization and Decision Science*, p. 557–565. Nova Iorque. Springer.

Pugliese, L. D. P., Guerriero, F. e Macrina, G. (2020). Using Drones for Parcels Delivery Process. *Procedia Manufacturing*, 42:488–497.

Vidal, T., Crainic, T. G., Gendreau, M. e Prins, C. (2013). A Hybrid Genetic Algorithm with Adaptive Diversity Management for a Large Class of Vehicle Routing Problems with Time-windows. *Computers & Operations Research*, 40:475–489.

Walmart (2023). Walmart Drone Delivery by the Numbers. `https://corporate.walmart.com/newsroom/2023/01/05/walmart-drone-delivery-by-the-numbers`. Acessado: 2023-04-09.

Wang, X., Poikonen, S. e Golden, B. (2017). The Vehicle Routing Problem with Drones: Several Worst-case Results. *Optimization Letters*, 11:679–697.

Yurek, E. E. e Ozmutlu, H. C. (2018). A Decomposition-based Iterative Optimization Algorithm for Traveling Salesman Problem with Drone. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 91:249–262.

Yurek, E. E. e Ozmutlu, H. C. (2021). Traveling Salesman Problem with Drone Under Recharging Policy. *Computer Communications*, 179:35–49.

DOI: 10.59254/sbpo-2023-175117
http://live-proceedings.pantheonsite.io/p/175117