

Modelo de Programação Inteira Mista para o Problema de Coleta e Entrega com Maximização de Lucro, Janelas Temporais e Nível de Serviço

Matheus Mendes Martins Acosta Baptista

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Rua São Francisco Xavier, 524, Maracanã, 20550-900, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

me.mathbap@gmail.com

Daniel Bouzon Nagem Assad

Universidad Politécnica de Madrid

José Gutiérrez Abascal, 2, 28006 Madrid, Espanha

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Rua São Francisco Xavier, 524, Maracanã, 20550-900, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

danielbouzon@gmail.com

Valter De Assis Moreno Junior

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Rua São Francisco Xavier, 524, Maracanã, 20550-900, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

valter.moreno@eng.uerj.br

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo formular um modelo de programação inteira mista capaz de resolver o Problema de Coleta e Entrega com Maximização de Lucro, Janelas Temporais e Nível de Serviço. O plano de fundo foi uma organização de transporte rodoviário de carga, cujos dados serviram para a elaboração do modelo e posteriormente a sua comparação com a metodologia vigente. O modelo formulado foi capaz de encontrar resultados mais lucrativos, sem renunciar ao nível de serviço prestado. Entretanto, para tal houve um elevado esforço computacional além de um grande tempo de espera para os resultados. Por fim a organização validou os resultados e os considerou promissores.

PALAVRAS CHAVE. Roteamento de Veículos, Coleta e Entrega, Maximização de Lucro.

ABSTRACT

This paper aimed to formulate a mixed-integer-programming model capable of solving the Pickup-and-Delivery Problem with Profit, Time Windows and Service-Level. The background was a transport organization, whose data were used to prepare the model and subsequently compare it with the current methodology. The formulated model was able to find a more profitable result, without sacrificing the level of service provided. However, there was a high computational effort in addition to a long waiting time for the results. Finally, the organization validated the results and found them promising.

KEYWORDS. Routing Problem, Pickup and Delivery, Profit Maximization.

1. Introdução

Logística Empresarial é definida como o processo de planejamento, implementação e controle dos fluxos de mercadorias, serviços e informação desde os pontos de origem até o consumidor [Council of Logistics Management, 2003]. Três são as suas esferas estratégicas: Estoque, Localização e Transporte [Ballou, 2006]. É nesta última que o escopo deste trabalho se encontra.

Cabe a Estratégia de Transporte selecionar os modais, as rotas e a programação, considerando as distâncias entre clientes e armazéns, bem como as mercadorias a serem distribuídas. Langevin e Riopel [2005] adicionam ainda que são as decisões de transporte as responsáveis por determinar em qual momento um veículo estará em determinado local, carregando um dado conjunto de pedidos. Haja vista que, por satisfazerem um conjunto de restrições de fornecimento e demanda, os problemas de transporte compõem uma classe especial da Programação Linear [Taha, 2008].

No Problema de Coleta e Entrega – Pickup-and-Delivery Problem (PDP) – uma demanda é dada através de um conjunto de pedidos. Estes, individualmente, especificam a quantidade de mercadoria a ser retirada de uma origem e transportada até algum destino. Para tal, uma frota é disponibilizada, cujos veículos possuem custos proporcionais à distância por eles percorrida. A formulação clássica do PDP busca, justamente, o conjunto de roteiros de transporte capaz de atender toda a demanda com o mínimo custo operacional.

Todavia, Orlis et al. [2020] destacam o recente interesse científico acerca dos problemas de roteamento envolvendo lucro. Os autores reforçam que a atual complexidade vivenciada pelas organizações de transporte, em suas operações, impede a mera analogia entre o retorno financeiro e a quantidade de serviços prestados, como fora em outrora.

É neste contexto que o presente trabalho propõe um ajuste do PDP a um caso real, cujo objetivo é a maximização do lucro. O plano de fundo do estudo foi uma organização de transporte rodoviário de carga, atuante no mercado de carga fracionada – Less-Than-Truckload (LTL). Nesta modalidade, variados pedidos são atribuídos a um mesmo veículo em um determinado dia de operação dentro de um perímetro urbano.

Ao longo dos últimos anos, a organização estudada notou uma crescente complexidade no atendimento a demanda. O aumento na quantidade de carga a ser transportada e a enorme variedade de locais a serem visitados, somam-se a uma intensa competição por preços e prazos entre os concorrentes. Conjuntura percebida por Gansterer et al. [2017], que destacam o elevado grau de eficiência exigido das organizações de transporte, cujos clientes mantêm fortes expectativas.

No entanto, a organização pouco aprimorou seu método de roteamento ao longo dos seus quase 30 anos de funcionamento. A abordagem pela minimização de custos e as normas empíricas são as principais características deste método vigente. Diante disso, estimou-se que a modelagem matemática do problema projetando o lucro máximo, bem como sua resolução computacional seriam capazes de gerar um ganho de efetividade e eficácia dentro da operação. O presente trabalho não teve como propósito estudar o método atual passo a passo, tampouco buscar por oportunidades de melhorias no processo. O escopo se restringiu em formular um modelo matemático de otimização e contrapor seu resultado com o modelo vigente.

Este trabalho foi organizado em 6 capítulos, incluindo este primeiro introdutório, no qual é traçada a abordagem utilizada. O capítulo 2 apresenta o referencial teórico, enquanto o capítulo 3 apresenta a formulação matemática. A preparação das bases de dados é descrita no capítulo 4 e no capítulo 5 estão resultados computacionais. Por fim, o capítulo 6 apresenta as conclusões, fornecendo algumas sugestões para trabalhos futuros.

2. Referencial Teórico

O conceito do Problema de Roteamento de Veículos – Vehicle Routing Problem (VRP) – foi introduzido na literatura por Dantzig e Ramser [1959], sendo aplicado a distribuição de combustíveis. O VRP, classificado como um problema do tipo $NP - hard$ [Toth e Vigo, 2002], é comumente resolvido por heurísticas, dada a “escala” deste tipo de problema [Clarke e Wright, 1964].

A depender da natureza do problema e dos dados disponíveis, o VRP pode ser enquadrado em variantes [Savelsbergh e Sol, 1995; Chao et al., 1996; Archetti et al., 2014; Ekici et al., 2015; Mahmud e Haque, 2019; Hammami et al., 2020] como General Pickup and Delivery Problem (GPDP), Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery (VRPPD), Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW), Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) or with Time Window (CVRPTW), Vehicle Routing Problem with Multiple Trips (VRPMT), Open Vehicle Routing Problem (OVRP), Inventory Routing Problem (IRP), Multi-Depot Vehicle Routing Problem (MD-VRP).

Originalmente, o VRP considera somente a distribuição a partir de um armazém central. Portanto, dadas as características descritas anteriormente, o PDP além de uma variante é também uma generalização do problema. É neste contexto que Rais et al. [2014] propuseram uma formulação matemática que permite rastrear as rotas tanto dos veículos quanto dos pedidos. É evidente que uma requisição sempre estará atrelada a algum veículo. Porém, em circunstâncias nas quais variados pedidos estão atribuídos a um mesmo veículo (LTL) acompanhá-los ponto a ponto é de grande utilidade. Deste modo, é possível diferenciar claramente em quais locais o pedido é coletado, entregue e por quais ele apenas transita sem sequer ser acionado. Posto isto, o presente trabalho selecionou esta formulação como aquela de maior aderência a situação estudada.

Após a seleção do modelo, ajustes foram realizados de modo a deixá-lo mais próximo da realidade estudada. Estes ajustes permitiram a homologação do modelo junto ao setor de roteamento e aos sócios. Primeiramente as restrições de carga horária máxima de trabalho e de valor monetário máximo das mercadorias foram adicionadas. Do mesmo modo, a restrição que limita o volume total de pedidos ao volume máximo do veículo.

Em seguida, a maximização do lucro foi adotada, em detrimento da minimização dos custos. Portanto, o modelo passa a aceitar que nem todos os pedidos sejam atendidos em um dado dia. Conforme o proposto por Archetti et al. [2013], o problema de roteamento guiado pela maximização do lucro deve permitir esta possibilidade. Entretanto, entende-se que um pedido não atendido retornará para a fila e estará disponível para uma possível rota no dia seguinte.

À vista disso, acrescenta-se também a restrição de nível de serviço, que limita tal possibilidade à uma meta estipulada. Bulhões et al. [2018] destacam as obrigações frequentemente estabelecidas acerca do nível de serviço. Clientes negociam contratos e estabelecem um mínimo de pedidos que devem ser entregues em uma máxima data acordada. Portanto, em algumas situações, o uso dessa restrição se faz necessário. Vale destacar que ela não atua individualmente em cada cliente, mas sim no desempenho geral.

Portanto, este trabalho propõe resolver o Problema de Coleta e Entrega com Maximização de Lucro, Janelas Temporais e Nível de Serviço – Pickup-and-Delivery Problem with Profit, Time Windows and Service-Level (PDPPTWSL).

3. Formulação Matemática

Seja o pedido $r \in R$, de massa $m_r \in \mathbb{R}^+$, volume $v_r \in \mathbb{R}^+$, valor $g_r \in \mathbb{R}^+$ e receita $f_r \in \mathbb{R}^+$, seu transporte é executado partindo-se de uma origem $p_r \in N$ até um destino $d_r \in N$. O conjunto N representa os nós do grafo $G(N, A)$ e A o seu conjunto de arcos, sendo $i, j \in N$ e $ij \in$

A. As requisições são atendidas através dos veículos $k \in K$, cujas capacidades em quilogramas e metros cúbicos são representados respectivamente por $u_k \in \mathbb{R}^+$ e $h_k \in \mathbb{R}^+$. Os pontos de partida são indicados como $o_k \in N$, os de destino como $o'_k \in N$, o custo por quilômetro percorrido como $c_{ij}^k \in \mathbb{R}^+$ e o tempo de deslocamento como $t_{ij}^k \in \mathbb{R}^+$. O conjunto dos locais de transbordo é representado por $T \subseteq N$.

Ademais, quatro variáveis de decisão binárias são utilizadas. A variável w_r igualada a 1 indica que o pedido r será executado por algum veículo. Já a variável x_{ij}^k é igual a 1, caso o veículo k passe, durante sua rota, pelo arco ij . A variável y_{ij}^{kr} , por outro lado, será igual a 1 caso o veículo k percorra o arco ij portando o pedido r . Por último, a variável z_{ij}^k é igual a 1 quando o local i preceder o local j ao longo da rota do veículo k , imediatamente ou não.

Enquanto as formulações clássicas do VRP e do PDP utilizam a minimização dos custos operacionais, a função objetivo adotada visa a maximização do lucro. Assim sendo, ela pode ser enunciada em duas partes: a receita dos pedidos concluídos $\sum_{r \in R} f_r w_r$ e o custo das rotas criadas $\sum_{k \in K} \sum_{ij \in A} c_{ij}^k x_{ij}^k$.

$$\text{Max} \sum_{r \in R} f_r w_r - \sum_{k \in K} \sum_{ij \in A} c_{ij}^k x_{ij}^k$$

A primeira restrição (1) garante que um veículo k parta somente da sua origem, caso seja acionado. A segunda (2), por outro lado, certifica que, caso um veículo saia de sua origem, ele encerre seu roteiro exclusivamente no seu local de término. A terceira (3), certifica a conservação dos fluxos de veículos dentro dos nós da rede, desde que estes não sejam seus respectivos locais de partida e chegada.

$$\sum_{j:ij \in A} x_{ij}^k \leq 1 \quad \forall k \in K, \quad \forall i = o_k \quad (1)$$

$$\sum_{j:ij \in A} x_{ij}^k = \sum_{j:jl \in A} x_{jl}^k \quad \forall k \in K, \quad \forall i = o_k \quad \forall l = o'_k \quad (2)$$

$$\sum_{j:ij \in A} x_{ij}^k - \sum_{j:ji \in A} x_{ji}^k = 0 \quad \forall k \in K, \quad \forall i \in N \setminus \{o_k, o'_k\} \quad (3)$$

A quarta (4) denota uma restrição de grande impacto para o modelo. Através dela, nem todos os pedidos estarão atribuídos a um veículo. Diretamente relacionada a restrição 4, está a quinta restrição (5), uma vez que ela determina a chegada ao destino daqueles pedidos que saírem de sua origem.

$$\sum_{k \in K} \sum_{j:ji \in A} y_{ij}^{kr} \leq 1 \quad \forall r \in R, \quad \forall i = p_r \quad (4)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j:ij \in A} y_{ij}^{kr} = \sum_{k \in K} \sum_{j:jl \in A} y_{jl}^{kr} \quad \forall r \in R, \quad \forall i = p_r \quad \forall l = d_r \quad (5)$$

A sexta (6) certifica a conservação dos fluxos de pedidos dentro dos nós de transbordo. Já a sétima (7) garante a conservação dos fluxos de pedidos dentro dos nós restantes, desde que estes não sejam seus respectivos locais de coleta e entrega.

$$\sum_{k \in K} \sum_{j:ij \in A} y_{ij}^{kr} - \sum_{k \in K} \sum_{j:ji \in A} y_{ji}^{kr} = 0 \quad \forall r \in R, \quad \forall i \in T \quad (6)$$

$$\sum_{j:i,j \in A} y_{ij}^{kr} - \sum_{j:i,j \in A} y_{ji}^{kr} = 0 \quad \forall k \in K, \forall r \in R, \quad \forall i = N \setminus (T \cup \{p_r, d_r\}) \quad (7)$$

A oitava restrição (8) certifica a relação entre as variáveis x e y . Deste modo, um pedido percorre o arco ij somente se o veículo responsável também percorrer. A nona (9) e a décima (10) restrições impedem que os pedidos ultrapassem as capacidades máximas de massa e volume dos veículos, respectivamente.

$$y_{ij}^{kr} \leq x_{ij}^k \quad \forall ij \in A, \forall k \in K, \forall r \in R \quad (8)$$

$$\sum_{r \in R} m_r y_{ij}^{kr} \leq u_k x_{ij}^k \quad \forall ij \in A, \forall k \in K \quad (9)$$

$$\sum_{r \in R} v_r y_{ij}^{kr} \leq h_k x_{ij}^k \quad \forall ij \in A, \forall k \in K \quad (10)$$

A décima primeira (11) e a décima segunda (12) restrições conferem o caráter binário das variáveis de decisão x e y . As três próximas restrições definem a precedência, não imediata, entre os locais a serem visitados, evitando que o veículo retorne pra um local já visitado.

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in A, \quad \forall k \in K \quad (11)$$

$$y_{ij}^{kr} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in A, \quad \forall k \in K, \quad \forall r \in R \quad (12)$$

$$x_{ij}^k \leq z_{ij}^k \quad \forall i, j \in N, \quad \forall k \in K, \quad i \neq o_k, \quad j \neq o'_k \quad (13)$$

$$z_{ij}^k + z_{ji}^k = 1 \quad \forall i, j \in N, \quad \forall k \in K, \quad i \neq o_k, \quad j \neq o'_k \quad (14)$$

$$z_{ij}^k + z_{jl}^k + z_{li}^k \leq 2 \quad \forall i, j, l \in N, \quad \forall k \in K, \quad i \neq o_k, \quad j \neq o'_k \quad (15)$$

A décima sexta (16) restrição cria a variável w_r , considerando que um pedido é apenas concluído quando entregue ao destinatário. A décima sétima restrição (17) restringe a \$1.000.000,00 o valor total de mercadoria em cada veículo. Esta condição é imposta pelo contrato entre a organização estudada e sua seguradora.

$$\sum_{k \in K} \sum_{j:i,j \in A} y_{ij}^{kr} = w_r \quad \forall r \in R, \quad j = d_r \quad (16)$$

$$\sum_{r \in R} g_r y_{ij}^{kr} \leq 10^6 \quad \forall ij \in A, \forall k \in K \quad (17)$$

A postergação de pedidos por efeito do lucro máximo frequentemente vai de encontro ao nível de serviço da organização. Em virtude disto, propõe-se uma décima oitava (18) restrição. Esta, por sua vez, garante que um determinado percentual de pedidos seja atribuído no prazo. No caso estudado, o percentual de 95% é adotado.

$$\sum_{r \in R} w_r \geq 0,95 \times |R| \quad (18)$$

As janelas temporais de coleta e entrega são especificadas nas últimas quatro restrições. Nelas t_{ij}^k , t_i^k e t_i^{-k} indicam o tempo que o veículo k demora para percorrer o arco ij , o momento de chegada e o momento de saída do veículo k no ponto i . A décima nona (19) restrição tem o papel de garantir $t_i^{-k} + t_{ij}^k \leq t_j^k$, mediante o método do $M - Grande$ (big-M method).

$$t_i^{-k} + t_{ij}^k - t_j^k \leq M(1 - x_{ij}^k) \quad \forall i, j \in A, \quad \forall k \in K \quad (19)$$

A vigésima (20) garante precedência da chegada à saída, as vigésimas primeira (21) e segunda (22) permitem o cumprimento da janela temporal de $r \in R$. Sendo $[a_{p_r}, b_{p_r}]$ a janela temporal de coleta e $[a_{d_r}, b_{d_r}]$ a de entrega.

$$t_i^k \leq t_i^{-k} \quad \forall i \in N \quad \forall k \in K \quad (20)$$

$$a_{p_r} \leq t_{p_r}^k, \quad b_{p_r} \geq t_{p_r}^{-k} \quad \forall r \in R, \quad \forall k \in K \quad (21)$$

$$a_{d_r} \leq t_{d_r}^k, \quad b_{d_r} \geq t_{d_r}^{-k} \quad \forall r \in R, \quad \forall k \in K \quad (22)$$

A última restrição (23) atua para limitar a carga horária dos operários da organização, considerando um máximo de 528 minutos diários. Esta restrição utiliza os critérios da organização estudada e desconsidera a possibilidade de horas extras.

$$t_{o'_k}^k - t_{o_k}^{-k} \leq 528 \quad \forall k \in K \quad (23)$$

4. Preparação das Bases de Dados

A partir dos acessos concedidos aos sistemas de informação da organização, duas bases de dados foram estruturadas. A primeira diz respeito a demanda que deve ser atendida. Cada pedido especifica a massa, o volume e o valor da mercadoria a ser transportada, cuja cisão não é permitida. Usualmente a massa é expressa em quilogramas (kg), o volume em metros cúbicos (m^3) e o valor em unidades monetárias. Do mesmo modo, são indicadas as janelas temporais para a coleta e a entrega. Normalmente tais janelas são associadas aos locais. A receita a ser faturada com o cumprimento do pedido também é indicada.

A segunda base é a de veículos. Nela é possível observar que um dado veículo apresenta origem, destino, capacidade máxima, volume máximo e um custo por distância percorrida. O modelo desenvolvido permite que cada veículo tenha seus próprios pontos de partida e de chegada. No entanto, para o caso estudado todos os veículos começam e terminam seus roteiros no mesmo armazém central.

Apesar das duas bases de dados fornecidas, uma terceira ainda é necessária. O modelo matemático exige tanto as distâncias quanto os tempos entre os locais a serem visitados. Consequentemente, a partir das latitudes e longitudes especificadas em cada pedido, o presente trabalho executou tais medições¹. A linguagem de programação Python 3.8.8 foi utilizada para consultar o projeto aberto Open Source Routing Machine 5.26.0 e o mapa do sudeste brasileiro disponibilizado pelo Open Street Map, em 23 de maio de 2021. O sistema operacional empregado foi o Ubuntu 20.04 LTS.

As distâncias entre todos os locais foram calculadas em quilômetros (km), levando-se em consideração as vias urbanas de trânsito. Já os tempos foram calculados em minutos (min), utilizando os limites de velocidade de cada via como parâmetro. A sugestão de Savelsbergh e Sol [1995] quanto ao tempo de estadia nos locais visitados foi aderida. De modo que este valor é adicionado ao tempo de deslocamento entre cada nó da rede, no caso 20 minutos. Este é o valor de referência de duração de atendimento da organização.

¹<https://mathbap.github.io/time.distance.matrix/>

5. Análise de Resultados

Em virtude do grande volume de dados estruturado e do elevado esforço computacional exigido, este trabalho optou por analisar amostras. Foram selecionados aleatoriamente 30 dias do primeiro semestre do ano de 2021. Em seguida 5% dos pedidos de cada dia foram separados para a análise.

O modelo foi então transcrito² na linguagem de programação Julia 1.6.1, utilizando seu pacote de programação matemática JuMP 0.26.8. O cálculo se deu em uma instância virtual de um servidor online com 30 vCPUs e 120 GB de memória RAM, cujo sistema operacional é o Ubuntu 16.04 LTS. O solver Gurobi 9.1.2 foi igualmente empregado, em sua licença acadêmica. Contudo, alguns dos seus parâmetros³ foram ajustados, visando o ganho de performance computacional. **Threads** recebeu o valor 30. **MIPFocus** e **Presolve** foram igualados a 2. **Method** e **Cuts** receberam o valor 3.

Além dos parâmetros listados, outros dois sofreram modificações. Estes últimos referem-se ao tempo de processamento em si. Conforme o explicitado durante as entrevistas com os sócios, 1 hora é o máximo de tempo que a organização está disposta a esperar pelo resultado. Mesmo que ao fim deste período o resultado seja uma resposta viável, não ótima. Portanto, **ImproveStartTime** foi igualado a 1800 (segundos) e **TimeLimit** foi igualado a 3600 (segundos)

Durante o processamento do modelo proposto, as mesmas amostras foram entregues à organização. A equipe responsável as inseriu no software comercial rotineiramente usado e validou seus resultados. Assim, o mesmo universo passou por duas metodologias diferentes de roteamento. O propósito foi descobrir se o novo modelo formulado apresenta resultados mais lucrativos que o modelo da organização, que minimiza distâncias.

O Modelo Proposto, como visto na seção anterior, é capaz de respeitar as Janelas Temporais dos pedidos e os volumes dos veículos. Porém, as amostras selecionadas não apresentaram tais exigências. Deste modo, os locais puderam ser visitados a qualquer momento da viagem, bem como os volumes das mercadorias não foram explicitados pela organização⁴.

A segunda coluna da Tabela 1 ilustra a quantidade de pedidos disponíveis para atendimento em cada uma das 30 amostras selecionadas. Nota-se uma média de 14,50 pedidos por dia com um desvio padrão de 3,17. Vale destacar que a quantidade de pedidos depende da demanda diária. Os pedidos não atendidos em um dia, não foram disponibilizados no dia subsequente.

Já a terceira coluna da Tabela 1 demonstra a quantidade de locais diferentes a serem visitados para o atendimento de todos os pedidos disponíveis. Cada local é representado por um nó dentro de uma rede. A média é de 16,10 locais diferentes por dia com um desvio padrão de 2,92. É natural que quantidade de Nós seja superior a quantidade de pedidos, uma vez que um pedido sempre terá um local de coleta e outro de entrega.

Os lucros obtidos pelos modelos após os processamentos são demonstrados na quarta e na sexta colunas. O Modelo Proposto pelo trabalho obteve um lucro médio diário de 1.889,55 valor superior ao obtido pelo Modelo Atual de 1.719,97. O desvio padrão do primeiro foi de 1.079,78 enquanto o do segundo foi de 1.052,62.

²<https://mathbap.github.io/pdp.mip.model.tcc/>

³https://www.gurobi.com/documentation/9.1/refman/mip_models.html

⁴<https://github.com/mathbap/pdp.mip.model.tcc/tree/main/data.base>

Tabela 1: Tabela de Resultados

Dia	Qtd. Pedidos	Qtd. Locais	Lucro Atual	SL-Atual	Lucro Proposto	SL-Proposto
01	13	17	R\$ 1.036,37	92%	R\$ 1.056,18	100%
02	18	21	R\$ 2.113,47	100%	R\$ 2.216,82	100%
03	11	13	R\$ 1.621,22	91%	R\$ 3.345,29	100%
04	14	16	R\$ 3.039,89	100%	R\$ 3.077,50	100%
05	12	14	R\$ 1.162,66	92%	R\$ 1.222,67	92%
06	10	11	R\$ 839,40	100%	R\$ 841,72	100%
07	15	16	R\$ 675,62	93%	R\$ 848,75	100%
08	12	14	R\$ 2.216,85	92%	R\$ 2.484,04	92%
09	13	15	R\$ 1.349,77	92%	R\$ 1.610,72	100%
10	17	16	R\$ 699,74	100%	R\$ 785,94	100%
11	21	21	R\$ 2.935,03	90%	R\$ 2.974,72	100%
12	20	22	R\$ 4.138,55	100%	R\$ 4.139,29	100%
13	21	22	R\$ 1.088,32	90%	R\$ 1.076,50	95%
14	19	20	R\$ 2.413,54	89%	R\$ 2.690,67	89%
15	12	14	R\$ 3.277,40	100%	R\$ 3.357,73	100%
16	15	17	R\$ 1.616,53	100%	R\$ 1.831,06	100%
17	17	18	R\$ 753,92	100%	R\$ 826,14	100%
18	15	17	R\$ 1.212,07	93%	R\$ 1.294,62	93%
19	12	14	R\$ 2.797,41	100%	R\$ 2.848,71	100%
20	11	13	R\$ 816,16	91%	R\$ 819,73	91%
21	13	15	R\$ 1.521,13	92%	R\$ 1.501,59	100%
22	20	20	R\$ 1.635,99	100%	R\$ 1.970,18	100%
23	12	14	R\$ 1.247,53	100%	R\$ 1.418,95	100%
24	13	14	R\$ 187,17	92%	R\$ 493,66	100%
25	13	15	R\$ 4.609,51	100%	R\$ 4.708,71	100%
26	13	14	R\$ 950,69	100%	R\$ 1.030,50	100%
27	15	17	R\$ 1.214,56	87%	R\$ 1.304,00	100%
28	12	13	R\$ 1.275,25	100%	R\$ 1.347,47	100%
29	13	15	R\$ 1.195,41	85%	R\$ 1.406,05	85%
30	13	15	R\$ 1.958,06	92%	R\$ 2.156,60	100%

No período acumulado o lucro do Proposto é 9,86% maior que o do Atual, visto que os lucros no período foram respectivamente 56.686,51 e 51.599,22. Enquanto o Modelo Proposto obteve um faturamento total de 64.817,51 e custo total de 8.131,00, o Modelo Atual faturou 61.994,03 e custou 10.394,81. Vale destacar que nos dias 13 e 21 o Modelo Atual conseguiu lucros maiores.

O lucro obtido pelo Modelo Proposto foi acompanhado de um nível de serviço também superior. Enquanto a sétima coluna ilustra a meta sendo atingida em 24 dias pelo Proposto, na quinta coluna o Modelo Atual atinge apenas em 14 dias. Ao longo deste período acumulado, o nível de serviço do Atual foi de 95,2% (414) contra 97,9% (426) do Proposto de um total de 435 pedidos. A média de pedidos atendidos no dia para o Proposto foi de 14,2, e desvio padrão de 3,18. Já o Atual teve uma média de pedidos atendidos de 13,8 e desvio padrão de 3,10.

Vale destacar que a décima oitava restrição do modelo foi relaxada apenas nos 6 dias que apresentaram nível de serviço inferior à meta de 95%, visto que este valor tornava o modelo inviável. Portanto os dias 5, 8, 18 e 20 tiveram uma meta de 90%, o dia 14 de 85% e o dia 29 de 80%

A Tabela 2 demonstra a diferença de alocação de recurso entre os dois modelos. O Modelo Atual concentra o atendimento dos pedidos na Classe 3 de veículo. Esta por sua vez apresenta veículos de maior capacidade (7,5 toneladas) e consequentemente mais caros (0,85 \$/Km). Por outro lado, o Modelo Proposto nem utiliza tal classe, dando preferência pelas classes 1 (1,4 toneladas) e 2 (4,5 toneladas), que apesar de menores são também mais baratas (0,4 \$/Km e 0,7 \$/Km).

Tabela 2: Alocação de Recursos

Veículos	Qtd. Média Proposta de Veículos	Qtd. Média Atual de Veículos	Dist. Média Proposta (em km)	Dist. Média Atual (em km)
Classe 1	1,00	0,43	325,80	95,80
Classe 2	0,93	0,23	201,00	57,70
Classe 3	0,00	1,33	0,00	315,10

Todavia, apesar dos valores superiores de lucro e nível de serviço, o Modelo Proposto apresenta um tempo de Processamento consideravelmente superior ao Modelo Atual. Na Tabela 3 é possível notar que apenas 10 amostras não chegaram ao limite de tempo estipulado de 1 hora. Enquanto os tempos do Modelo Atual estão bem distantes deste limite. Vale destacar que ambas as colunas retratam apenas o tempo computacional gasto para chegar aos resultados. Portanto a quarta coluna retrata somente o tempo gasto pelo software comercial utilizado hoje pela organização.

Tabela 3: Tempos de Processamento e Gap do Modelo Proposto

Dia	Tempo Proposto (em segundos)	Gap Proposto	Tempo Atual (em segundos)
01	3600,21	17,0%	5,74
02	3600,58	2,4%	8,39
03	115,47	0,0%	5,24
04	27,69	0,0%	5,69
05	3600,69	5,3%	4,73
06	1,13	0,0%	4,39
07	3600,24	9,2%	5,01
08	3600,38	1,3%	6,03
09	3600,33	3,4%	5,58
10	70,68	0,0%	6,8
11	3600,93	7,7%	6,13
12	3600,68	0,7%	5,46
13	3601,09	14,6%	4,81
14	354,92	0,0%	5,5

Tabela 3 : continuação

Dia	Tempo Proposto (em segundos)	Gap Proposto	Tempo Atual (em segundos)
15	226,95	0,0%	6,05
16	3600,89	2,3%	5,5
17	3600,39	6,4%	4,33
18	82,02	0,0%	4,86
19	93,04	0,0%	4,26
20	2,14	0,0%	4,96
21	3600,07	9,0%	6,47
22	3601,24	2,1%	5,64
23	3600,26	5,0%	4,76
24	3601,28	17,5%	4,63
25	3600,57	1,1%	6,84
26	21,17	0,0%	5,76
27	3600,43	14,5%	6,1
28	3600,17	2,2%	4,8
29	3600,17	3,7%	5,59
30	3600,19	7,8%	4,54

Por fim, a segunda coluna da Tabela 3 ilustra o Gap do lucro encontrado pelo Modelo Proposto em relação ao lucro ótimo. Quanto maior valor do Gap, mais distante este valor está da resposta ótima, de modo que o valor 0% indica que ele foi encontrado.

6. Conclusão

O presente trabalho teve como propósito formular e validar um modelo matemático de otimização para o Problema de Coleta e Entrega, cujo lucro máximo é o objetivo. Uma organização de transporte rodoviário de carga foi utilizada como plano de fundo. A comparação realizada foi entre o modelo formulado e o modelo da organização, que minimiza distâncias.

Conforme demonstrado, o Modelo Proposto foi capaz de encontrar lucros maiores em 28 das 30 amostras utilizadas. A alocação dos recursos disponíveis foi percebida como a principal diferença entre os modelos. Uma vez que o Modelo Proposto priorizou a utilização dos veículos mais baratos, embora menores. Já a organização, em seu Modelo Atual, prioriza veículos maiores e mais caros.

A maior lucratividade do Modelo Proposto foi acompanhada de um nível de serviço também superior ao do Modelo Atual. Portanto, o Modelo Proposto foi capaz de aliar os aprimoramentos financeiro e operacional. Resultados considerados pela própria organização como promissores, cuja implementação na realidade é tão desejável quanto viável.

Entretanto, os valores encontrados exigem um alto esforço computacional além de um tempo de processamento consideravelmente maior. Sendo estes, pontos negativos a serem destacados. A operação rotineira de transporte exige respostas rápidas e o Modelo Proposto chegou ao limite do tempo de tolerância em 20 das 30 amostras.

Destaca-se também que os custos fixos não foram levados em consideração. Logo os lucros obtidos por ambos os modelos são maiores do que a realidade. Ademais, o modelo não considerou a possibilidade de horas-extras, fator que pode contribuir sobretudo com o nível de serviço.

O valor fixo de 20 minutos utilizado como duração do atendimento dos pedidos foi sugerido pela organização estudada. Entretanto, é sabido que este valor pode variar conforme os locais a serem visitados. Logo, uma análise mais detalhada sobre a duração em cada Nó da Rede é cabível. O Cálculo das distâncias e tempos de deslocamento pode ser igualmente aprofundado, visto que o tráfego nas avenidas não foi considerado. A adoção de uma matriz m_{ijt} , em que t especifica a respectiva faixa horária do tempo de trajeto entre i e j é um possível caminho.

Métodos de agrupamentos como o k -means podem ser igualmente úteis, principalmente para a solução completa do problema. Este zoneamento permitiria que o modelo de otimização fosse aplicado paralelamente em cada um dos grupos de nós, criando k problemas menores. Sugere-se esta alternativa para que futuras análises não dependam da seleção de amostras.

Referências

- Archetti, C., Bianchessi, N., e Speranza, M. (2013). Optimal solutions for routing problems with profits. *Discrete Applied Mathematics*, 161(4-5):547–557. ISSN 0166-218X.
- Archetti, C., Speranza, M. G., e Vigo, D. (2014). Chapter 10: Vehicle routing problems with profits. In *Vehicle routing: Problems, methods, and applications, second edition*, p. 273–297. SIAM.
- Baldacci, B. E., Roberto e Mingozzi, A. (2011). An exact algorithm for the pickup and delivery problem with time windows. *Operations Research*, 59(2):414–426. ISSN 0030-364X.
- Baldacci, R. e Mingozzi, A. (2009). A unified exact method for solving different classes of vehicle routing problems. *Mathematical Programming*, 120(2):347–380. ISSN 0025-5610.
- Ballou, R. H. (2006). *Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos: Logística Empresarial*. 5ª Edição. Bookman, São Paulo.
- Bezanson, J., Edelman, A., Karpinski, S., e Shah, V. B. (2017). Julia: A fresh approach to numerical computing. *SIAM Review*, 59(1):65–98. URL <https://epubs.siam.org/doi/10.1137/141000671>.
- Bulhões, T., Hà, M. H., Martinelli, R., e Vidal, T. (2018). The vehicle routing problem with service level constraints. *European Journal of Operational Research*, 265(2):544–558. ISSN 0377-2217. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221717307580>.
- Chao, I.-M., Golden, B. L., e Wasil, E. A. (1996). The team orienteering problem. *European journal of operational research*, 88(3):464–474.
- Clarke, G. e Wright, J. W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations research*, 12(4):568–581.
- Council of Logistics Management (2003). *CSCMP Supply Chain Management Definitions and Glossary*. URL https://cscmp.org/CSCMP/Educate/SCM_Definitions_and_Glossary_of_Terms.aspx.
- Dantzig, G. B. e Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management Science*, 6(1): 80–91. ISSN 0025-1909.
- Dunning, I., Huchette, J., e Lubin, M. (2017). Jump: A modeling language for mathematical optimization. *SIAM Review*, 59(2):295–320.

- Ekici, A., Özener, O. Ö., e Kuyzu, G. (2015). Cyclic delivery schedules for an inventory routing problem. *Transportation Science*, 49(4):817–829.
- Gansterer, M., Küçüktepe, M., e Hartl, R. (2017). The multi-vehicle profitable pickup and delivery problem. *OR Spectrum*, 39(1):303–319. ISSN 01716468.
- Gurobi Optimization, LLC (2021). Gurobi Optimizer Reference Manual. URL <https://www.gurobi.com>.
- Hammami, F., Rekik, M., e Coelho, L. C. (2020). A hybrid adaptive large neighborhood search heuristic for the team orienteering problem. *Computers & Operations Research*, 123:105034.
- Hillier, F. S. e Lieberman, G. J. (2010). *Introdução à Pesquisa Operacional*. 9ª Edição. McGraw-Hill, Porto Alegre.
- Langevin, A. e Riopel, D. (2005). *Logistics Systems: Design and Optimization*. 1ª Edição. Springer US, Manhattan, New York City.
- Luxen, D. e Vetter, C. (2011). Real-time routing with openstreetmap data. In *Proceedings of the 19th ACM SIGSPATIAL International Conference on Advances in Geographic Information Systems*, GIS '11, p. 513–516, New York, NY, USA. ACM. ISBN 978-1-4503-1031-4. URL <http://doi.acm.org/10.1145/2093973.2094062>.
- Mahmud, N. e Haque, M. M. (2019). Solving multiple depot vehicle routing problem (mdvrp) using genetic algorithm. In *2019 International Conference on Electrical, Computer and Communication Engineering (ECCE)*, p. 1–6. IEEE.
- Orlis, C., Laganá, D., Dullaert, W., e Vigo, D. (2020). Distribution with quality of service considerations: The capacitated routing problem with profits and service level requirements. *Omega (Oxford)*, 93. ISSN 0305-0483.
- Pecin, D., Contardo, C., Desaulniers, G., e Uchoa, E. New enhancements for the exact solution of the vehicle routing problem with time windows. *INFORMS Journal on Computing*, 29(3): 489–502. ISSN 1091-9856.
- Rais, A., Alvelos, F., e Carvalho, M. (2014). New mixed integer-programming model for the pickup-and-delivery problem with transshipment. *European journal of operational research*, 235(3): 530–539. ISSN 0377-2217.
- Savelsbergh, M. W. P. e Sol, M. (1995). The general pickup and delivery problem. *Transportation Science*, 29(1):17–29. ISSN 0041-1655.
- Sun, W., Yu, Y., e Wang, J. (2019). Heterogeneous vehicle pickup and delivery problems: Formulation and exact solution. *Transportation research. Part E, Logistics and transportation review*, 125:181–202. ISSN 1366-5545.
- Taha, H. A. (2008). *Pesquisa Operacional*. 8ª Edição. Pearson, São Paulo.
- Toth, P. e Vigo, D. (2002). *The vehicle routing problem*. SIAM.
- Van Rossum, G. e Drake, F. L. (2009). *Python 3 Reference Manual*. CreateSpace, Scotts Valley, CA. ISBN 1441412697.