MODELAGEM MATEMÁTICA E SOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES MULTIOBJETIVO POR MEIO DOS ALGORITMOS NSGAII E SPEA2

Fábio Pires Mourão[1,2], Marcone Jamilson Freitas Souza[3], Elisangela Martins de Sá[2], Sérgio Ricardo de Souza[2]

[1] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais - IFMG
R. Itaguaçu, 595, Bairro São Caetano, Betim/MG, Brasil

[2] Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Av. Amazonas, 7675, Nova Gameleira, Belo Horizonte, MG, Brasil

[3] Universidade Federal de Ouro Preto
Campus Universitário, Morro do Cruzeiro, Ouro Preto, MG, Brasil

fabio.mourao@ifmg.edu.br, marcone@ufop.edu.br,
elisangelamartins@cefetmg.br, sergio@cefetmg.br

RESUMO

Este trabalho apresenta uma formulação multiobjetivo, combinando os problemas de localização com cobertura máxima e localização com cobertura parcial. Estes problemas buscam, respectivamente, maximizar a quantidade total de demanda atendida e minimizar o custo total de abertura das instalações. O modelo matemático proposto foi implementado usando os algoritmos evolucionários NSGAII e SPEA2 no *MOEA Framework*. Os resultados, a partir de instâncias de *benchmark* para o problema de localização com cobertura parcial, e usando os indicadores *generation distance* (GD) e hipervolume (HV), mostram que, pelo HV, o NSGAII superou os resultados obtidos pelo SPEA2, mas que, pelo GD, não há diferença estatística entre estes algoritmos.

PALAVRAS CHAVE. Problemas de Cobertura. Otimização Multiobjetivo. Algoritmos Evolucionários.

Tópicos: Logística e Transportes, Metaheurísticas

ABSTRACT

This work presents a multiobjective problem, combining the maximal covering location problem and the partial set covering localization problem. These problems seek, respectively, to maximize the total amount of covered demand and minimize the total cost to open facilities. The proposed mathematical model is solved using the NSGAII and SPEA2 evolutionary algorithms in the MOEA Framework. Computational tests, with benchmark instances for the partial set covering location problem, and using the generation distance (GD) and hypervolume (HV) indicators, show that, by HV, the NSGAII surpassed SPEA2, but, by GD, there is no statistical difference between these algorithms.

KEYWORDS. Covering Location Problems. Multiobjective optimization. Evolutionary Algorithms.

Paper topics: Logistics and Transport, Metaheuristics

https://proceedings.science/p/157519?lang=pt-br

1. Introdução

Segundo ReVelle e Eiselt [2005], o termo "*Análise de Localização*" refere-se à modelagem, formulação e solução de uma classe de problemas que podem ser melhor descritos como Problema de Localização de Facilidades em um dado espaço.

Atualmente, muitos pesquisadores se dedicam ao estudo dessa classe de problemas com diversas aplicações práticas. Ahmadi-Javid et al. [2017] apresenta um *survey* acerca da aplicação de Problemas de Localização de Facilidades na área da saúde. De acordo com o autor, esta classe de problemas tem atraído considerável atenção da comunidade de pesquisa operacional nas últimas quase quatro décadas como uma das mais importantes estratégias para planejamento de sistemas de saúde. Chauhan et al. [2019] busca determinar a localização ótima de um número pré-especificado de facilidades e atribuir drones a estas facilidades instaladas. As instalações servem como locais de lançamento de drones para distribuição de recursos, que fazem viagens aos pontos de demanda até o consumo máximo de suas baterias. O estudo visa a maximizar a cobertura dos pontos de demanda, incorporando explicitamente o consumo de energia dos drones e as restrições de alcance. Em Arulselvan et al. [2019] é considerado um problema de localização de facilidades no qual são dados um conjunto de potenciais facilidades, um conjunto de nós de interconexão, um conjunto de clientes com demandas e um horizonte de planejamento. Para cada período de tempo, é necessário selecionar um conjunto de instalações para abrir, um conjunto de clientes a serem atendidos, a atribuição desses clientes às facilidades abertas e uma rede que conecta as instalações abertas. O objetivo é o de minimizar o custo total, dado pelo investimento e manutenção da rede.

Dentre as variações de problemas de localização de facilidades estão os problemas de localização com cobertura completa, que buscam minimizar o custo total das instalações, de modo que cada nó de demanda seja coberto por, pelo menos, uma facilidade. A partir desta classe de problemas, podem ser definidas duas outras variações:

(i) Problemas de Localização com Cobertura Máxima (*Maximal Covering Localization Problem* – MCLP), que visa a maximizar a quantidade de demanda atendida, respeitando uma restrição que limita o custo total das instalações;

(ii) Problemas de Localização com Cobertura Parcial (*Partial Set Covering Localization Problem* – PSCLP), que buscam minimizar o custo total das instalações, respeitando uma restrição que garante uma cobertura mínima a ser atendida. Segundo Cordeau et al. [2019], apesar de sua relevância prática, o PSCLP tem recebido pouca atenção na literatura científica, após ter sido apresentado inicialmente por Daskin e Owen [1999], que apresentam uma heurística Lagrangeana aplicada à solução do problema.

O MCLP foi apresentado inicialmente por Church e ReVelle [1974], que apresentam um modelo de programação inteira para o problema e descrevem uma heurística gulosa que adiciona, a cada iteração, a facilidade que mais aumenta o valor da função objetivo. Em Galvão e ReVelle [1996] é descrita uma heurística Lagrangeana para o MCLP. Um *survey* sobre problemas de cobertura é apresentado em Farahani et al. [2012].

Dentre os trabalhos mais recentes envolvendo problemas de localização de facilidades com foco em cobertura, podemos destacar os seguintes. Em Máximo et al. [2017] é proposta uma metaheurística, denominada *Intelligent-Guided Adaptive Search* (IGAS), para resolução do problema de localização com cobertura máxima. Cordeau et al. [2019] apresentam um método exato, baseado no método de decomposição de Benders, para resolver o MCLP e o PSCLP. Os autores mostram os resultados da aplicação desse método em testes computacionais para instâncias de até

20 milhões de pontos de demanda. Em Kaveh e Mesgari [2019] é aplicado o MCLP para fornecer a condição ideal para localização de ambulâncias. Iloglu e Albert [2020] apresentam um problema de máxima cobertura múltipla e recuperação de rede para recuperar e restaurar sistemas de infraestrutura após desastres. Güney et al. [2021] propõem um modelo de cobertura máxima aplicado à maximização da influência em uma rede social, que visa a identificar um conjunto limitado de usuários-chave que espalha informações com base em algum modelo de propagação e maximiza o número de usuários alcançados. Kahr et al. [2021] também apresenta uma aplicação à maximização da influência em uma rede social. O estudo realizado é concentrado em cenários competitivos, nos quais os usuários-chave já são conhecidos e, em outro processo, é desejado conhecer o conjunto de usuários-chave que desencadeiem influência em cascata de máximo impacto.

Dentre os trabalhos que buscam apresentar formulações multiobjetivo, podem ser destacados os seguintes. Farahani et al. [2012] apresentam uma revisão sobre problemas de localização multicritério em três categorias: biobjetivo, multiobjetivo e multi-atributo. Amin e Zhang [2013] propõem à otimização de um problema logístico, um modelo multiobjetivo que visa a minimizar o custo total, considerando, por exemplo, custos de abertura de plantas e centros, de produção e transporte, além de otimizar um segundo objetivo, que considera questões ambientais, tais como a utilização de materiais recicláveis e a utilização de energia limpa, como a utilização de energia solar no processo de coleta de materiais entre centros. Amin e Zhang [2013] resolvem o modelo proposto por meio das abordagens da soma ponderada e $\epsilon-$restrito, técnicas que transformam um problema multiobjetivo em um problema mono-objetivo. Em Karatas e Yakıcı [2018] é proposto um modelo de localização de facilidades biobjetivo que considera a cobertura parcial e o atendimento a demandas não cobertas, no sentido de que, se um nó de demanda não estiver dentro do raio de cobertura de alguma facilidade instalada, este deverá obter o serviço da instalação mais próxima. Os objetivos definidos em Karatas e Yakıcı [2018] buscam maximizar a cobertura total e parcial e minimizar a distância máxima entre os nós de demanda não cobertos às facilidades mais próximas e foram aplicados métodos evolutivos à solução do modelo proposto. Em Araz et al. [2007] é proposto um modelo multiobjetivo de localização de veículos de emergência, com base em cobertura. O modelo apresentado busca maximizar a população coberta por um veículo, maximizar a população com cobertura *backup* e minimizar a distância total dos deslocamentos das localizações às distâncias maiores do que as pré-especificadas.

Este trabalho propõe um modelo para o Problema de Localização de Facilidades com Cobertura Multiobjetivo (PLFCM), com base nos modelos mono-objetivos apresentados por Cordeau et al. [2019]. Este problema busca determinar a localização das facilidades, de modo a minimizar o custo total de suas instalações e maximizar a cobertura. A solução do modelo multiobjetivo proposto é obtida usando os algoritmos *Strength Pareto Evolutionary Algorithm* (SPEA2) e *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGAII), sob o *MOEA Framework*, que consiste em um *framework* para Otimização Multiobjetivo via algoritmos evolutivos.

Este artigo está organizado do seguinte modo. A Seção 2 apresenta as descrições e as modelagens matemáticas para o MCLP, PSCLP e para o PLFCM. A Seção 3 apresenta os algoritmos evolutivos multiobjetivos utilizados neste estudo. A Seção 4 descreve os testes computacionais realizados, os resultados obtidos, os indicadores de qualidade e uma comparação entre os algoritmos aplicados à solução do PLFCM. Por fim, a Seção 5 mostra as conclusões gerais sobre a aplicação dos algoritmos, de acordo com a análise realizada pelo *Framework*, além da indicação de possíveis trabalhos futuros.

https://proceedings.science/p/157519?lang=pt-br

2. Descrição dos problemas mono e multiobjetivos

O Problema de Localização de Cobertura de Conjuntos (*Set Covering Location Problem* – SCLP) é uma variante de problemas de localização de facilidades, que consiste em, dado um conjunto de facilidades potenciais e um conjunto de pontos de demanda, determinar quais facilidades serão instaladas, de modo a minimizar o custo total de instalação dessas facilidades, garantindo que cada ponto de demanda seja coberto por, pelo menos, uma facilidade. No entanto, conforme mencionado em Cordeau et al. [2019], o SCLP pode levar a soluções irreais, por dar a mesma importância a todos os pontos de demanda.

O MCLP (*Maximal Covering Localization Problem* – MCLP) e o PSCLP (*Partial Set Covering Location Problem* – PSCLP) surgem como alternativas ao SCLP, podendo ser mais indicados a determinadas aplicações práticas. No PSCLP, o objetivo é minimizar o custo total das instalações, respeitando uma restrição que garante uma cobertura mínima, denotada por D, que pode ser menor do que a demanda total. Já no MCLP, o objetivo é maximizar a quantidade de demanda atendida, respeitando uma restrição que limita o custo total das instalações, denotado por B. Assim, o Problema de Localização de Facilidades com Cobertura Multiobjetivo (PLFCM) surge quando deseja-se, simultaneamente, minimizar o custo total das instalações e maximizar a demanda atendida. Em todos os casos, há a preocupação com o grau de cobertura, de modo que, caso uma facilidade seja instalada em um ponto, ela poderá atender somente aos pontos de demanda que estiverem a, no máximo, uma distância r, denominada raio de cobertura.

Sejam I o conjunto formado por n instalações potenciais e J o conjunto formado por m clientes (pontos de demanda). Para representar a relação de cobertura entre facilidades potenciais e clientes, será usada uma matriz de adjacências $A_{n\times m}$. A matriz de adjacências A pode ser definida como uma matriz com elementos $a_{ij} = 1$, caso o cliente j esteja dentro do raio de cobertura da facilidade i, ou $a_{ij} = 0$, caso contrário. Seja d_j a demanda de cada cliente j e D a demanda mínima a ser coberta.

Os modelos matemáticos apresentados nesta seção usam as seguintes variáveis de decisão: (i) y_i: variável binária, que indica se a facilidade i será instalada ($y_i = 1$), ou não ($y_i = 0$); (ii) z_j: variável binária, que indica se um cliente j é coberto por pelo menos uma facilidade instalada ($z_j = 1$), ou não ($z_j = 0$). Assim, uma formulação para o PSCLP pode ser dada como:

$$\text{(PSCLP)} \quad \min \sum_{i=1}^{n} f_i y_i \tag{1}$$

$$\text{s.a} \sum_{i=1}^{n} a_{ij} y_i \geq z_j, \quad \forall j \in J \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{m} d_j z_j \geq D \tag{3}$$

$$y_i \in \{0,1\}, \quad \forall i \in I \tag{4}$$

$$z_j \in \{0,1\}, \quad \forall j \in J \tag{5}$$

A Expressão (1) representa a função objetivo, que visa a minimizar o custo total de instalação das facilidades. O conjunto de restrições (2) garante que, caso um cliente j esteja coberto, haverá pelo menos uma facilidade instalada dentro do raio de cobertura que possa cobri-lo. A restrição (3) garante que a demanda mínima D, deverá ser coberta. As restrições (4) e (5) garantem que as variáveis envolvidas são binárias.

Utilizando as mesmas variáveis definidas na formulação do PSCLP, uma formulação para o MCLP pode ser escrita como:

$$\text{(MCLP)} \quad \max \sum_{j=1}^{m} d_j z_j \tag{6}$$

$$\text{s.a} \sum_{i=1}^{n} f_i y_i \leq B \tag{7}$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} y_i \geq z_j, \forall j \in J \tag{8}$$

$$y_i \in \{0,1\}, \forall i \in I \tag{9}$$

$$z_j \in \{0,1\}, \forall j \in J. \tag{10}$$

A função objetivo (6) visa a maximizar a cobertura da demanda dos clientes. A restrição (7) limita a soma dos custos das instalações das facilidades em $B > 0$. As demais restrições são as mesmas apresentadas na formulação do PSCLP.

A partir dos dois modelos apresentados, uma formulação para o Problema de Localização de Facilidades com Cobertura Multiobjetivo (PLFCM) pode ser escrita como:

$$\text{(PLFCM)} \quad \min \left(f_1(y), f_2(z)\right) \tag{11}$$

$$\text{s.a} \sum_{i=1}^{n} a_{ij} y_i \geq z_j, \forall j \in J \tag{12}$$

$$y_i \in \{0,1\}, \forall i \in I \tag{13}$$

$$z_j \in \{0,1\}, \forall j \in J, \tag{14}$$

sendo f_1 e f_2 dadas por:

$$f_1(y) = \sum_{i=1}^{n} f_i y_i \tag{15}$$

$$f_2(z) = -\sum_{j=1}^{m} d_j z_j. \tag{16}$$

Observa-se que, na formulação multiobjetivo, as restrições (3) e (7) não são consideradas, pois estas limitam os valores das funções objetivo e, para cada solução do conjunto de soluções ótimas de Pareto, haverá um valor associado a B e outro valor associado a D.

3. Algoritmos Evolutivos Multiobjetivos

Esta seção apresenta sucintamente os algoritmos evolutivos NSGA-II (Subseção 3.1) e SPEA2 (Subseção 3.2) aplicados na resolução do PLFCM.

3.1. Non-dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II)

O *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA-II), proposto por Deb et al. [2002], é um algoritmo evolutivo multiobjetivo, cuja estratégia de seleção é baseada em ordenação por critério de dominância (*Fast NonDominated Sorting Approach*) e *crowding distance*, que é um indicador de diversidade da população, o qual não depende de parâmetros. A ordenação por não dominância (*Nondominated Sorting*) consiste em atribuir um nível de não-dominância (*rank*) a cada solução i.

Conforme descrito em Deb et al. [2002], primeiramente, para cada solução p, determina-se: (i) o número de soluções que a dominam, denotado por n_p; e (ii) o conjunto S_p de soluções dominadas por p. Então, todas as soluções p tais que $n_p = 0$ são classificadas no *rank* 1. Para cada solução p tal que $n_p = 0$, cada solução $q \in S_p$ terá sua contagem de dominância reduzida em 1. As soluções q tais que $n_q = 0$ serão classificadas no *rank* 2. Este processo continua até que todas as soluções sejam classificadas em *ranks*, de acordo com seu nível de dominância.

Uma estimativa de densidade em torno de uma solução particular i, chamada de *crowding distance*, é obtida por meio do cálculo da média das distâncias desta solução aos dois pontos do mesmo $rank$ mais próximos a ela. Este cálculo é realizado no espaço de objetivos e estima-se o perímetro do cubóide que tem, como vértices, os vizinhos mais próximos no *rank* da solução i. A Figura 1 apresenta a ideia geométrica deste cálculo.

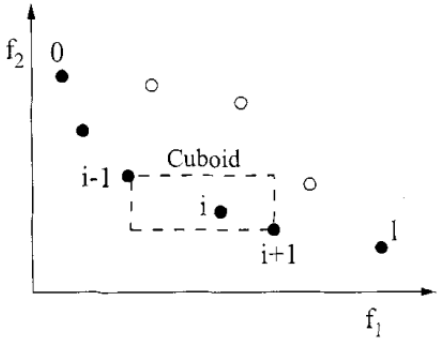


Figura 1: *Crowding Distance*. Fonte: Deb et al. [2002]

A Figura 2 apresenta, de forma sintetizada, como o NSGA-II seleciona os indivíduos a cada iteração. Conforme mostrado nesta figura, primeiramente são selecionadas as soluções de menores *ranks*, que estão em F_1 (*rank* 1) e F_2 (*rank* 2). As soluções de F_3 selecionadas para a próxima iteração serão as que tiverem maiores valores de *crowding distance*.

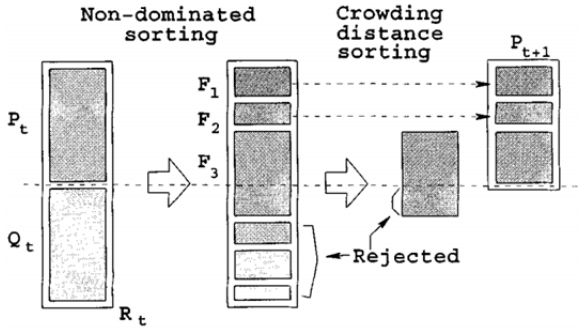


Figura 2: *Nondominated Sorting GA*. Fonte: Deb et al. [2002].

3.2. *Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2* (SPEA2)

O SPEA2, proposto por Zitzler et al. [2001], tem como base seu antecessor, o SPEA. Segundo Zitzler et al. [2001], as principais diferenças do SPEA2, quando comparado ao SPEA, são:

(i) propõe uma melhoria no cálculo da função de aptidão, a qual considera quantos indivíduos essa solução domina e quantos a dominam;

(ii) possui uma técnica de estimativa de densidade do vizinho mais próximo, que permite uma orientação mais precisa no espaço de busca;

(iii) utiliza um novo método para truncamento do arquivo.

O SPEA2 utiliza arquivos externos para armazenar as soluções. A cada iteração, o próximo arquivo externo $\bar{P}_{t+1}$ será formado pelos N melhores indivíduos de $P_t \cup \bar{P}_t$, sendo P_t a população da iteração atual e $\bar{P}_t$ o arquivo atual, ambos de tamanho N.

A cada solução $i \in P_t \cup \bar{P}_t$ é atribuído um valor de força, denotado por $S(i)$, que corresponde ao número de indivíduos que i domina, ou seja:

$$S(i) = |\{j \mid j \in P_t \cup \bar{P}_t \wedge i \succ j\}|. \tag{17}$$

Com $S(i)$, define-se o *Fitness* Bruto, denotado por $R(i)$, de um indivíduo i, como a soma das forças de todos os indivíduos que dominam i, isto é:

$$R(i) = \sum_{j \in P_t \cup \bar{P}_t, j \succ i} S(j). \tag{18}$$

Observe que, se $R(i) = 0$, o indivíduo i não é dominado por nenhum outro indivíduo de $P_t \cup \bar{P}_t$. A densidade $D(i)$ de um indivíduo i é definida como o inverso da distância ao k-ésimo vizinho mais próximo (σ_i^k) no espaço de objetivos, que é dado por:

$$D(i) = \frac{1}{\sigma_i^k + 2}, \tag{19}$$

em que $D(i) < 1$. Por fim, o valor $F(i)$ da função de aptidão do indivíduo i é calculado por:

$$F(i) = R(i) + D(i). \tag{20}$$

Quanto à seleção, destaca-se que o número N de indivíduos contidos no arquivo é sempre o mesmo durante toda a execução e que o método evita que soluções de fronteira sejam eliminadas. Inicialmente, são selecionados todos os indivíduos não dominados, isto é:

$$\bar{P}_{t+1} = \{i \mid i \in P_t \cup \bar{P}_t \text{ e } F(i) < 1\} \tag{21}$$

Caso i seja não dominado, $R(i) = 0$, logo $F(i) < 1$. Caso $|\bar{P}_{t+1}| = N$, o processo é finalizado. Caso $|\bar{P}_{t+1}| < N$, deve-se completar o arquivo com os $N - |\bar{P}_{t+1}|$ melhores indivíduos dominados de $P_t \cup \bar{P}_t$, de acordo com a função de aptidão. Caso $|\bar{P}_{t+1}| > N$, é efetuado um processo de truncamento, que remove iterativamente os indivíduos excedentes, que possuem menor distância aos seus k vizinhos mais próximos.

4. Experimentos computacionais

Segundo Hadka [2016], o "*framework MOEA é uma biblioteca* `Java` *gratuita e de código aberto para desenvolver e experimentar algoritmos evolucionários multiobjetivos (MOEAs) . . . "* `http://moeaframework.org/`. Este *framework* foi utilizado, em sua versão 2.13, para a solução do PLFCM, aplicando-se os algoritmos NSGAII e o SPEA2. Os testes computacionais foram executados em um computador Intel (R) Core TM i3-2348M, 2.30 GHz, com 6 GB de Memória

RAM, com sistema operacional Windows 8.1. Foram testadas instâncias de *benchmark* do problema PCSLP, utilizadas por Cordeau et al. [2019], todas com 100 facilidades, mas com 1000, 5000, 10000, 50000 e 100000 clientes (pontos de demanda).

Com o objetivo de avaliar indicadores de qualidade dos algoritmos, foi gerado um conjunto Pareto de referência, usando a seguinte metodologia:

(i) Executar 30 vezes cada algoritmo (NSGA-II e o SPEA2) com população de 100 indivíduos, usando, como critério de parada, o limite de 10000 avaliações;

(ii) Montar um arquivo com todas as soluções Pareto-Ótimas geradas pelas 30 execuções de cada algoritmo;

(iii) Gerar um conjunto Pareto Referência com as soluções não-dominadas.

Os indicadores de qualidade foram calculados para a instância com 10000 clientes e raio de cobertura igual a $r = 6,25$. O raio de cobertura é um parâmetro do modelo, utilizado na construção da matriz de adjacências. O valor $r = 6,25$ foi utilizado por Cordeau et al. [2019] em testes com $D = 50\%$ em relação à soma de todas as demandas, nas instâncias do PCSLP testadas neste trabalho. Foram utilizados os próprios operadores definidos pelo *framework*, incluindo os valores *default* de seus parâmetros dos operadores de seleção, cruzamento e mutação. Os resultados são apresentados pela Figura 3.

Para analisar os algoritmos, foi gerado um conjunto Pareto Referência, conforme descrito no início desta seção. Foram utilizadas duas medidas de desempenho: *Generation Distance* (GD) e Hipervolume (HV). O GD é uma medida de convergência, isto é, avalia a proximidade entre um conjunto Q, com N elementos, em relação a um conjunto Pareto Ideal ou Pareto Referência P^*. O cálculo desta métrica é feito por meio da seguinte fórmula:

$$GD = \frac{(\sum_{i=1}^{N} d_i^2)^{1/p}}{N} \tag{22}$$

sendo d_i a distância (no espaço de objetivos) entre as soluções $i \in Q$ e a solução mais próxima em P^*. Se $p = 2$, d_i é a distância euclidiana.

Já o hipervolume (HV) é uma medida de diversidade e avalia tanto a distribuição quanto a cobertura de um conjunto. O HV considera um ponto de referência e, de acordo com ponto escolhido, o valor da medida poderá ser diferente. Para dois objetivos f_1 e f_2, sendo $Q = \{z_1, z_2, z_3\}$ e um ponto de referência z_{ref}, o HV corresponde à área da região representa pela Figura 4.

A análise destes indicadores foi realizada para a instância com 100 facilidades e 10000 clientes e foi gerado um conjunto Pareto Referência, apresentado pela Figura 5.

Para comparar os algoritmos, cada um foi executado 30 vezes, com critério de parada igual a 10000 avaliações e tamanho da população igual a 100. Os *logs* gerados pelo *MOEA Framework*, resultados dos cálculos e análises referentes ao GD e HV, são apresentados pela Tabela 1.

Na Tabela 1, o campo *Indif.* apresenta o resultado do teste estatístico realizado pelo *Framework* e está indicado por um "X", caso não tenha sido identificada diferença estatística quanto ao indicador de qualidade correspondente. Primeiramente, são apresentados os valores mínimo, mediana e máximo, referentes ao indicador GD, para o NSGAII e SPEA2 e, de acordo com o teste estatístico realizado pelo *MOEA Framework*, a escolha dentre os algoritmos é indiferente. Em seguida, são apresentados os valores mínimo, mediana e máximo, referentes ao indicador HV e, neste caso, o teste estatístico realizado pelo *MOEA Framework* não informa que a escolha dentre

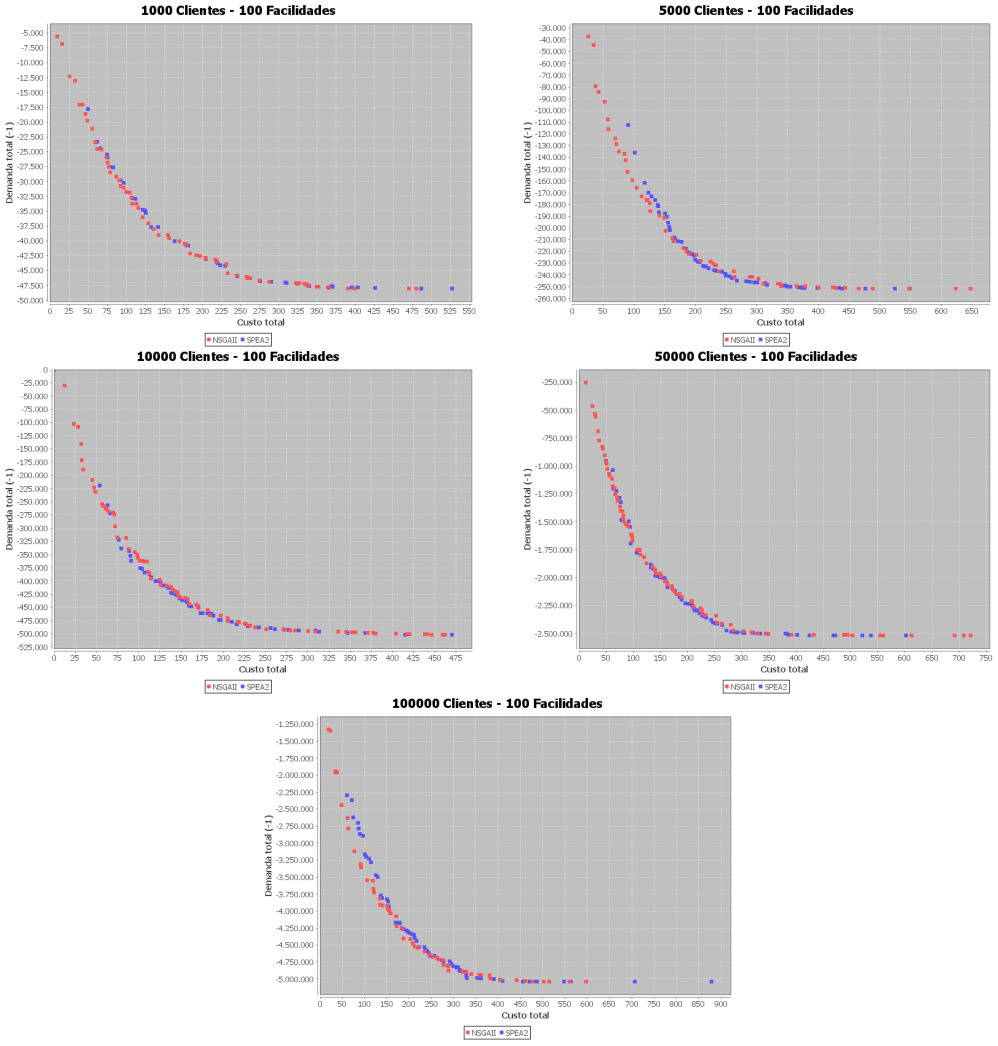


Figura 3: Conjuntos Pareto Ótimos.

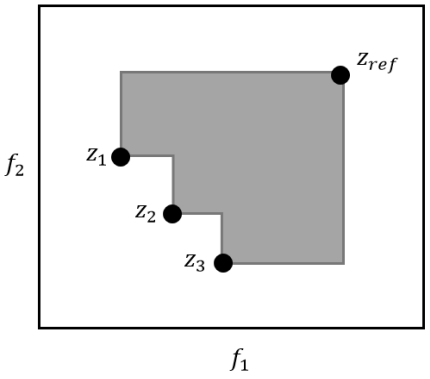


Figura 4: Cálculo do HV.

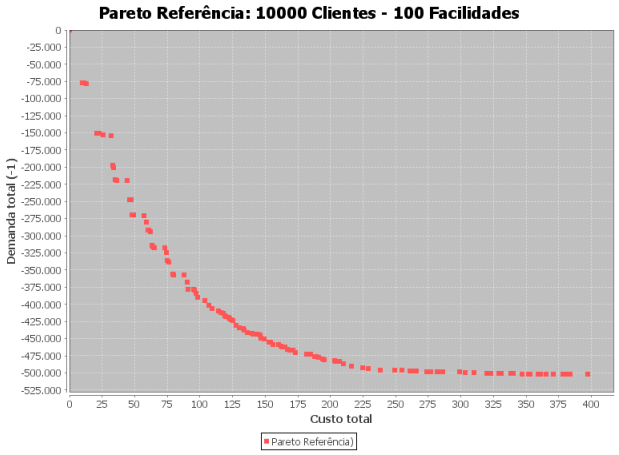


Figura 5: Conjunto Pareto Referência.

Tabela 1: *Logs* gerados pelo *MOEA Framework*.

	GD		HV	
	NSGAII	**SPEA2**	**NSGAII**	**SPEA2**
Min.	0,0011	0,0010	0,7905	0,7597
Med.	0,0051	0,0034	0,8141	0,8025
Máx.	0,0152	0,0094	0,8249	0,8240
Indif.	X	X		

os algoritmos é indiferente. No caso do indicador HV, pode ser concluído que, para a instância testada, o NSGAII obteve melhores resultados, pois obteve maiores valores quanto ao HV. De acordo com Hadka [2014], o teste estatístico aplicado, cujo resultado é apresentado pelo campo *Indif.*, é o Mann-Whitney e Kruskal-Wallis. Se as medianas forem significativamente diferentes, o *Log* retorna o campo Indiferente como vazio.

5. Conclusões

O *MOEA Framework* possui muitas possibilidades quanto a algoritmos evolucionários multiobjetivos, que podem ser aplicados ao PLFCM. Neste trabalho, optou-se por utilizar o NSGAII e o SPEA2 por se tratarem de dois algoritmos que compõem o estado da arte dos métodos evolucionários multiobjetivos.

Os resultados apresentados pela Figura 5 mostram que o custo total de instalações aumenta à medida que a percentagem mínima de demanda a ser atendida atendida aumenta e, para cada ponto representado em cada Conjunto Pareto-Ótimo, há um valor correspondente para B (custo máximo) e para D (demanda mínima).

Pelos resultados apresentados, os dois algoritmos tiveram resultados semelhantes quanto ao indicador GD e, de acordo com a análise estatística realizada pelo *framework*, a escolha entre os algoritmos avaliados é indiferente. No entanto, pelos resultados obtidos quanto ao indicador Hipervolume, o NSGAII apresentou melhores resultados (maiores valores), quando comparados aos resultados obtidos pelo SPEA2. Pelos resultados apresentados, ambos os algoritmos apresentaram boa convergência mas, segundo o indicador HV, pode ser concluído, conforme estatístico realizado pelo *MOEA Framework*, que o NSGAII pode apresentar melhor cobertura e distribuição dos pontos no Conjunto Pareto Ótimo.

Como propostas para trabalhos futuros, pretende-se testar instâncias maiores, além de instâncias utilizadas em Máximo et al. [2017]. Além disso, pretende-se aplicar uma abordagem multiobjetivo exata utilizando, por exemplo, a abordagem ϵ-restrito a partir da qual, pode ser construído o Conjunto Pareto-Ótimo considerando diferentes valores para ϵ, os quais podem ser utilizados para limitar a demanda mínima D ou o custo máximo B, de acordo com o modelo matemático proposto. Uma abordagem exata pode não ser viável, no sentido de tempo computacional, para gerar muitas soluções Pareto-Ótimas mas, para os casos viáveis, os resultados podem ser utilizados para comparar com os resultados obtidos via métodos heurísticos, como o NSGAII e o SPEA2.

Referências

Ahmadi-Javid, A., Seyedi, P., e Syam, S. S. (2017). A survey of healthcare facility location. *Computers & Operations Research*, 79:223–263.

Amin, S. H. e Zhang, G. (2013). A multi-objective facility location model for closed-loop supply chain network under uncertain demand and return. *Applied Mathematical Modelling*, 37(6): 4165–4176.

Araz, C., Selim, H., e Ozkarahan, I. (2007). A fuzzy multi-objective covering-based vehicle location model for emergency services. *Computers & operations research*, 34(3):705–726.

Arulselvan, A., Bley, A., e Ljubić, I. (2019). The incremental connected facility location problem. *Computers & Operations Research*, 112:104763.

Chauhan, D., Unnikrishnan, A., e Figliozzi, M. (2019). Maximum coverage capacitated facility location problem with range constrained drones. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 99:1–18.

Church, R. e ReVelle, C. (1974). The maximal covering location problem. In *Papers of the regional science association*, volume 32, p. 101–118. Springer-Verlag.

Cordeau, J.-F., Furini, F., e Ljubić, I. (2019). Benders decomposition for very large scale partial set covering and maximal covering location problems. *European Journal of Operational Research*, 275(3):882–896.

Daskin, M. S. e Owen, S. H. (1999). Two new location covering problems: The partial p-center problem and the partial set covering problem. *Geographical Analysis*, 31(3):217–235.

Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., e Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 6(2):182–197.

Farahani, R. Z., Asgari, N., Heidari, N., Hosseininia, M., e Goh, M. (2012). Covering problems in facility location: A review. *Computers & Industrial Engineering*, 62(1):368–407.

Galvão, R. D. e ReVelle, C. (1996). A lagrangean heuristic for the maximal covering location problem. *European Journal of Operational Research*, 88(1):114–123.

Güney, E., Leitner, M., Ruthmair, M., e Sinnl, M. (2021). Large-scale influence maximization via maximal covering location. *European Journal of Operational Research*, 289(1):144–164.

Hadka, D. (2014). MOEA framework user guide. URL `http://www.moeaframework.org`.

Hadka, D. (2016). *Beginner's Guide to the MOEA Framework*. Createspace Independent Publishing Platform, 2nd edition. URL `http://moeaframework.org/documentation.html`.

Iloglu, S. e Albert, L. A. (2020). A maximal multiple coverage and network restoration problem for disaster recovery. *Operations Research Perspectives*, 7:100132.

Kahr, M., Leitner, M., Ruthmair, M., e Sinnl, M. (2021). Benders decomposition for competitive influence maximization in (social) networks. *Omega*, 100:102264.

Karatas, M. e Yakıcı, E. (2018). An iterative solution approach to a multi-objective facility location problem. *Applied Soft Computing*, 62:272–287.

Kaveh, M. e Mesgari, M. S. (2019). Improved biogeography-based optimization using migration process adjustment: An approach for location-allocation of ambulances. *Computers & Industrial Engineering*, 135:800–813.

Máximo, V. R., Nascimento, M. C., e Carvalho, A. C. (2017). Intelligent-guided adaptive search for the maximum covering location problem. *Computers & Operations Research*, 78:129–137.

ReVelle, C. S. e Eiselt, H. A. (2005). Location analysis: A synthesis and survey. *European Journal of Operational Research*, 165(1):1–19.

Zitzler, E., Laumanns, M., e Thiele, L. (2001). SPEA2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm. *TIK-report*, 103.

https://proceedings.science/p/157519?lang=pt-br