

MODELO COMPUTACIONAL PARA WEAPONS-TARGET ASSIGNMENT PROBLEM UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO

Everton Tozzo

Centro de Análises de Sistemas Navais
Edifício 23 do AMRJ - R. da Ponte, S/N - Centro, Rio de Janeiro - RJ, 20091-000
evertontozzo@hotmail.com

Leonardo Antonio Monteiro Pessoa

Centro de Análises de Sistemas Navais
Edifício 23 do AMRJ - R. da Ponte, S/N - Centro, Rio de Janeiro - RJ, 20091-000
lampessoa@terra.com.br

RESUMO

O presente trabalho apresenta um modelo computacional dedicado à resolução da versão estática do Weapons-Target Assignment Problem (WTAP), também conhecido como Problema de Designação Arma-Alvo, para utilização prática de usuário leigo em Pesquisa Operacional na Marinha do Brasil. A versão estática do WTAP consiste na associação de um conjunto finito de armamentos a um conjunto finito de alvos. Cada armamento deverá ser atribuído a um único alvo, objetivando-se a minimização da função de sobrevivência total. A implementação, baseada em algoritmo genético, tem como foco a simplicidade e a modularidade para prototipação expedita. O modelo é estruturado em linguagem R, utilizando o pacote GApkg, de modo a permitir futuros desenvolvimentos para versões mais complexas do problema. O algoritmo foi aplicado na resolução de dois casos específicos, de modo a verificar sua capacidade em obter soluções factíveis considerando cenários realísticos de diferentes tamanhos e complexidade. Para ambos os casos, o modelo apresentou robustez e obteve boas soluções em tempo computacional aceitável.

PALAVRAS CHAVE. Weapons-Target Assignment Problem. Algoritmo Genético. Linguagem de Programação R.

Tópicos: SE - Poder Marítimo, Defesa e Pesquisa Operacional. MH – Metaheurísticas. OC – Otimização Combinatória.

ABSTRACT

This paper presents a computational model dedicated to solving the static Weapons-Target Assignment Problem, for practical use by a lay end-user in Operations Research from the Brazilian Navy. The static WTAP consists on the assignment of a finite set of weapons to a finite set of targets. Each weapon must be assigned to one target, aiming the minimization of the total survival function. The implementation, based on a genetic algorithm, focuses on simplicity and modularity for expedient prototyping. The model is structured in R, using the GApkg, in order to allow future developments for more complex versions of the problem. The algorithm was applied in the resolution of two specific cases to verify its capacity to obtain feasible solutions considering

realistic scenarios with different sizes and complexity. In both cases, the model shows robustness and achieves good solutions in reasonable computational time.

KEYWORDS. Weapons-Target Assignment Problem. Genetic Algorithm. Programming Language R.

Paper topics: SE - Maritime Power, Defense and Operational Research. MH – Metaheuristics. OC - Combinatorial Optimization.

1. Introdução

A Pesquisa Operacional (PO) é a área de conhecimento que estuda, desenvolve e aplica métodos analíticos avançados para apoio à tomada de decisão [SOBRAPO, 2022]. Sua relação com a aplicação prática e real é evidente, e sua origem está relacionada ao ambiente militar, com destaque aos trabalhos desenvolvidos no contexto do circo de Blackett [Pessoa et al., 2016, 2019].

Um dos problemas militares de decisão mais diretos é o de alocação de meios ou armamentos a alvos inimigos de maneira eficiente. Uma maneira clássica de tratamento deste problema é o dado pela formulação chamanda Weapons-Target Assignment Problem, ou Problema de Designação Arma-Alvo, que incorpora aspectos de valoração de objetivos inimigos a probabilidades de sobrevivência de cada alvo para cada designação de armamento, considerando-se independência em cada alocação.

A complexidade desta formulação é grande, o que demanda aplicação computacional para a resolução do problema. Além disso, não é esperado que os tomadores de decisão tenham disponibilidade para análise profunda dos métodos de resolução deste problema, ou mesmo conhecimento dos mesmos, o que motiva a criação de uma ferramenta simples e de fácil interação com usuários que não apresentam conhecimento a respeito de modelagem matemática ou de PO.

O presente artigo apresenta uma aplicação do Weapons-Target Assignment Problem desenvolvida em R, voltada para o usuários leigos em PO na Marinha do Brasil (MB), que possibilite apresentação de sugestão de alocação em tempo menor que cinco minutos, por meio da utilização do pacote GApacage [Scrucca, 2013].

De modo a manter uma estrutura metodológica, esta introdução é seguida por uma revisão teórica, apresentando as características do WTAP, sua formulação e o método de resolução escolhido para a implementação da aplicação, o Algoritmo Genético. A seção 3 apresenta as principais características do modelo desenvolvido, enquanto a seção 4 estuda, como exemplos, dois casos hipotéticos da aplicação do modelo. Finalmente, a seção 5 apresenta uma breve conclusão, discutindo as limitações do modelo e possíveis desenvolvimentos futuros.

2. Fundamentação Teórica

2.1. The Weapons-Target Assignment Problem

Para uma apreciação completa do Weapons-Target Assignment Problem (WTAP), Kline et al. [2019] apresenta uma revisão abrangente, definindo o WTAP como um problema de otimização não linear dedicado a "designar interceptores disponíveis a mísseis inimigos de modo a minimizar a probabilidade de um míssil destruir um ativo protegido".

Esse problema foi originalmente formulado por Manne [1958] e classificado em duas versões: uma estática, onde um número conhecido de alvos são observados e um número finito de armamentos estão disponíveis, com conhecida probabilidade de sucesso para destruição dos alvos para cada armamento; e outra dinâmica, que inclui o tempo como uma dimensão para o problema [Kline et al., 2019].

A formulação estática, utilizada neste trabalho, é apresentada em Kline et al. [2019]: Seja um conjunto de armamentos $I = 1, \dots, i, \dots, m$ em oposição a um conjunto de alvos $J = 1, \dots, j, \dots, n$, cada qual com seu valor militar V_j . Supõe-se que cada armamento seja alocado a um único alvo, denotado por uma variável binária x_{ij} , e com uma probabilidade de sobrevivência do alvo j , dado que seja atacado pelo armamento i ($x_{ij} = 1$) denotada por q_{ij} .

Objetiva-se a minimização da função de sobrevivência dada por:

$$\min f = \sum_J V_j \prod_I (q_{ij})^{x_{ij}} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_j x_{ij} = 1, \forall i \quad (2)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n \quad (3)$$

Fica evidente o caráter não-linear do problema. Além disso, o WTAP é considerado um problema do tipo NP difícil [Ni et al., 2011]. Trabalhos anteriores aplicaram técnicas de linearização e decomposição para a resolução do problema [Ni et al., 2011; Lu e Chen, 2021]. Outros avanços dedicaram-se à adaptação da função objetivo [Li et al., 2018; Hu et al., 2018].

Em se tratando do WTAP, outros métodos além do algoritmo genético têm sido utilizados para a resolução do problema, conforme pode ser verificado na revisão da literatura para algoritmos inteligentes aplicados ao WTAP apresentada por Guangsheng et al. [2020]. Não obstante, vê-se na literatura a aplicação de métodos para a obtenção de pelo menos uma solução de boa qualidade em intervalo de tempo razoável [Hocaoğlu, 2019]. Dentre esses métodos, podem ser mencionados: lógica fuzzy [Şahin e Leblebicioğlu, 2014], otimização por temperatura simulada [Zhao et al., 2020], colônia de abelhas [Chang et al., 2018], enxame de partículas [Zhou et al., 2016; Zhao et al., 2019; Fu et al., 2019; Cao e Fang, 2020], algoritmo memético [Wang et al., 2017], otimizador do lobo cinzento [Wang et al., 2018] e métodos evolucionários [Lai e Wu, 2019].

Em determinados contextos, para um conjunto limitado de alvos e armas e, principalmente, para níveis mais elevados de planejamento, o WTAP pode ser resolvido por meio de um tratamento de força bruta, ou seja, analisando-se todas as combinações possíveis para os alvos e armas. Entretanto, para problemas mais robustos, métodos heurísticos podem ser utilizadas de modo a se obter, em tempo hábil, uma boa resolução para o problema.

O presente artigo dedica-se a apresentar um método de resolução do WTAP que possa atender a problemas de diversos tamanhos de forma ágil e eficiente. Desse modo, o Algoritmo Genético foi escolhido de forma conveniente como metodologia de desenvolvimento.

2.2. Algoritmo Genético

O Algoritmo Genético (AG) é uma heurística muito popular aplicada com sucesso em muitos problemas de otimização [Bhoskar et al., 2015]. Este consiste em um modelo de busca que se baseia no conceito de seleção natural e hereditariedade, sendo uma subdivisão de uma área da computação muito maior conhecida como algoritmos evolucionários [Lambora et al., 2019].

O AG consiste em uma técnica computacional que utiliza operadores genéticos para resolver problemas que podem ser representados por funções de minimização ou maximização, também chamadas de função de aptidão ou função *fitness*. O algoritmo utiliza uma população inicial para recombinar um conjunto de indivíduos que representam soluções para um problema de otimização [Singh et al., 2018]. Dessa forma, uma nova geração é produzida de forma iterativa por meio da aplicação de operadores genéticos nos indivíduos da população. A representação do cromossomo; os processos de seleção, cruzamento e mutação; e a função de aptidão de cada indivíduo são os elementos centrais de um AG [Katoch et al., 2021].

Um fluxograma representando um modelo padrão para o AG é apresentado na Figura 1. Nela são apresentados os operadores genéticos básicos executados em um AG para a resolução de um problema. O processo se inicia com a codificação, seguido da geração da população inicial e da repetição dos processos de seleção, cruzamento e mutação, até que um critério de parada seja alcançado, obtendo-se, assim, a solução do algoritmo [Singh et al., 2018].

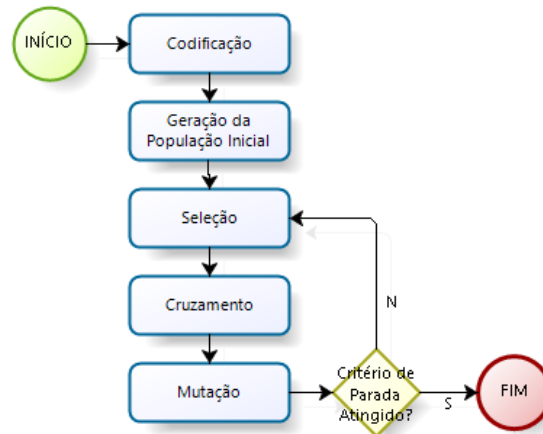


Figura 1: Processo padrão do AG. Fonte: adaptado de Singh et al. [2018].

O AG é utilizado na otimização de uma ampla gama de problemas encontrados na literatura, conforme pode ser verificado nas aplicações apresentadas por Lee [2018] e Alam et al. [2020] e em trabalhos como Florentino et al. [2018], Beojone e Souza [2020] e Cereser et al. [2021]. Especificamente, vários trabalhos abordam a otimização do WTAP por meio da utilização de AG [Jinshuai et al., 2017; Fu et al., 2018; Ruining e Yan, 2021].

3. Descrição do Modelo Computacional

O modelo computacional objetiva executar um AG, a ser operado por um usuário leigo, isto é, um usuário sem conhecimento prévio na técnica de otimização, de modo a encontrar um solução para o WTAP em tempo computacional aceitável. Para tal finalidade foi escolhido o software R, o qual vem sendo empregado para finalidades navais na MB [Rocha Junior et al., 2022], e na Defesa [Pessôa et al., 2021].

Para o desenvolvimento da aplicação é utilizado o GAPackage, um pacote disponível em R que permite uma implementação flexível e multipropósito de um AG para os casos contínuos e discretos, dado problemas de otimização com ou sem restrições. Por meio desse pacote, usuários podem definir sua própria função objetivo. Também são disponibilizados uma ampla gama de operadores genéticos, que podem ser combinados de modo a explorar as melhores configurações para o problema abordado [Scrucca, 2013, 2017].

O GAPackage permite uma rápida implementação do WTAP, além de disponibilizar informações adicionais acerca das soluções geradas. Estes resultados são apresentados ao usuário final para análise dos resultados, seja numericamente ou por meio de representação gráfica.

De modo a facilitar as entradas de dados, são utilizados arquivos do tipo .csv (Comma-Separated Values), os quais podem ser gerados pelo software Microsoft Excel. São necessárias as seguintes entradas: o número de armamentos (m); o número de alvos (n); os valores militares dos alvos (V_j) e as probabilidades de sobrevivência dos alvos (q_{ij}).

Para a representação das restrições de que apenas um alvo seja designado para cada armamento, um valor de penalização p é aplicado na função objetivo sempre que a quantidade de alvos atribuída para cada armamento é diferente de um. O valor total de penalizações g considerando todos os armamentos é dado pela Equação (4):

$$g = p \sum_I \left(\sum_J x_{ij} - 1 \right) \quad (4)$$

Como GApacage trabalha com a maximização da função objetivo, para um problema de minimização da função de sobrevivência, pode-se trabalhar com a maximização do negativo dessa função. Dessa forma, a nova função de sobrevivência do WTAP adaptada para o GApacage, considerando a inclusão das penalizações por violação de restrições é dada pela Equação (5):

$$\max h = -(f + g) \quad (5)$$

Para a representação de cada solução, um vetor genoma, representando a alocação de cada variável de decisão x_{ij} é inicializado aleatoriamente. O vetor genoma consiste em um vetor binário de tamanho $n.m$ onde as linhas da matriz contendo as variáveis de decisão são representados de forma sequencial ao longo do comprimento do vetor.

Em se tratando dos parâmetros do AG, foram mantidos os operadores padrão de cruzamento e mutação para um genoma binário do GApacage, com as probabilidades de utilização $pcrossover = 0,8$ e $pmutation = 0,1$, respectivamente. O índice de elitismo, isto é, o percentual dos melhores indivíduos da população que serão mantidos na geração futura foi definido como $elitism = 5$. Para o tamanho da população, foi selecionado $popSize = 100$ e, como critérios de parada, foi definido um número máximo de gerações de $maxiter = 10000$ indivíduos ou um número máximo de $run = 2000$ gerações consecutivas sem que haja melhoria no valor do melhor indivíduo da população. Por fim, como penalização da função objetivo, foi arbitrado $p = 10$.

4. Estudo de caso

De modo a avaliar a execução do AG proposto, o mesmo foi executado na resolução de dois problemas de tamanho e complexidade distintos. Para o primeiro caso, considerou-se três (3) alvos e oito (8) armamentos e, para o segundo caso, considerou-se nove (9) alvos e vinte e quatro (24) armamentos. A resolução desses dois problemas objetiva demonstrar se o AG consegue obter soluções factíveis, isto é, sem que haja violação de nenhuma restrição, em um tempo total razoável, arbitrado em até cinco (5) minutos, para diferentes tamanhos do WTAP.

Para o primeiro caso foram considerados três (3) alvos com os valores militares $V_j = 5, 10, 20$ e oito (8) armamentos com a seguinte matriz de sobrevivência:

$$q_{ij} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.8 & 0.5 \\ 0.7 & 0.8 & 0.5 \\ 0.7 & 0.8 & 0.5 \\ 0.7 & 0.8 & 0.5 \\ 0.7 & 0.8 & 0.5 \\ 0.9 & 0.4 & 0.5 \\ 0.9 & 0.4 & 0.5 \\ 0.6 & 0.5 & 0.6 \end{pmatrix}$$

Após aplicação do AG proposto, obtém-se como resultado o valor $f = 4,95$. A execução do AG teve duração de 21 segundos, tendo como solução correspondente:

$$x_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Verifica-se que a solução obtida para o primeiro caso é factível, pois não viola nenhuma restrição para o problema. Na Figura 2 é apresentado o gráfico de evolução de gerações para o AG. Verifica-se que a melhor solução foi obtida nas primeiras gerações, após atingido o critério de parada de 2000 gerações consecutivas sem que haja melhoria no valor do melhor indivíduo da população.

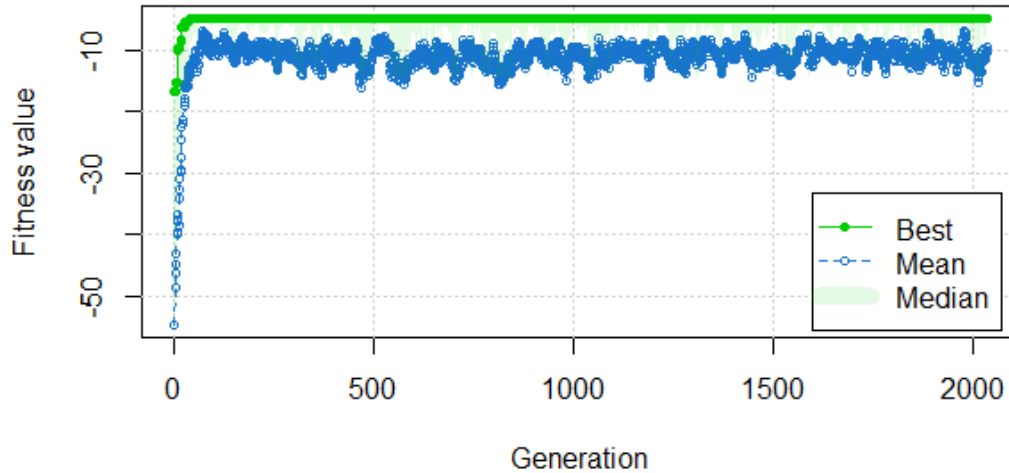


Figura 2: Evolução das gerações do AG para três alvos e oito armamentos. Fonte: autores.

Para o segundo caso, foram considerados nove (9) alvos com os valores militares $V_j = 5, 10, 20, 50, 15, 35, 10, 60, 45$ e vinte e quatro (24) armamentos, com a seguinte matriz de probabilidade de sobrevivência:

$$q_{ij} = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,8 & 0,6 & 0,9 & 0,5 & 0,5 & 0,6 & 0,9 & 0,6 \\ 1,0 & 0,7 & 1,0 & 0,9 & 0,9 & 0,7 & 1,0 & 1,0 & 0,5 \\ 0,7 & 0,7 & 0,6 & 0,8 & 0,9 & 0,6 & 0,6 & 0,5 & 0,9 \\ 0,5 & 0,5 & 0,9 & 0,7 & 0,6 & 0,9 & 1,0 & 0,6 & 0,7 \\ 0,6 & 0,6 & 0,5 & 0,8 & 0,6 & 0,8 & 0,6 & 0,7 & 0,7 \\ 0,6 & 0,9 & 0,7 & 0,5 & 1,0 & 1,0 & 0,6 & 0,8 & 1,0 \\ 0,9 & 0,6 & 0,9 & 0,7 & 0,6 & 1,0 & 1,0 & 0,8 & 0,8 \\ 0,9 & 1,0 & 0,8 & 0,6 & 0,9 & 0,9 & 0,9 & 0,5 & 0,6 \\ 0,7 & 0,7 & 0,7 & 0,6 & 0,8 & 0,7 & 0,5 & 0,7 & 1,0 \\ 0,5 & 0,5 & 0,8 & 0,8 & 1,0 & 0,6 & 0,7 & 0,8 & 1,0 \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 & 0,8 & 0,5 & 0,8 & 0,8 & 0,9 & 0,5 \\ 0,9 & 0,7 & 0,9 & 0,5 & 0,9 & 0,7 & 0,6 & 0,9 & 0,7 \\ 0,5 & 0,7 & 0,6 & 1,0 & 0,7 & 1,0 & 0,6 & 1,0 & 1,0 \\ 1,0 & 0,7 & 0,6 & 0,9 & 0,5 & 1,0 & 0,6 & 1,0 & 1,0 \\ 1,0 & 0,5 & 0,9 & 0,6 & 0,6 & 0,7 & 0,7 & 0,5 & 0,7 \\ 1,0 & 1,0 & 0,5 & 0,9 & 0,8 & 0,5 & 0,9 & 0,5 & 0,9 \\ 0,7 & 0,6 & 0,7 & 0,9 & 0,9 & 1,0 & 0,5 & 0,6 & 0,9 \\ 0,7 & 1,0 & 0,7 & 0,7 & 0,9 & 0,6 & 0,8 & 0,9 & 0,7 \\ 1,0 & 0,7 & 1,0 & 0,6 & 0,7 & 0,5 & 0,5 & 1,0 & 0,5 \\ 0,5 & 0,6 & 0,9 & 0,5 & 0,6 & 0,5 & 0,7 & 0,7 & 1,0 \\ 0,9 & 1,0 & 1,0 & 0,9 & 0,8 & 1,0 & 0,9 & 1,0 & 0,7 \\ 0,5 & 0,8 & 0,5 & 0,6 & 0,7 & 0,6 & 1,0 & 0,6 & 0,7 \\ 0,6 & 0,9 & 0,9 & 1,0 & 0,5 & 1,0 & 0,7 & 0,9 & 0,7 \\ 0,6 & 0,5 & 0,9 & 0,8 & 0,9 & 0,7 & 0,9 & 0,6 & 0,9 \end{pmatrix}$$

A aplicação do AG proposto obteve como resultado $f = 35, 2125$, tendo como tempo de

execução 181 segundos e como solução correspondente:

$$x_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Como ocorreu no primeiro caso, verifica-se que a solução obtida é factível. A Figura 3 apresenta o gráfico de evolução das gerações e melhor solução para o AG. Verifica-se que, para um problema de maior complexidade, o algoritmo necessita executar um maior número de gerações, obtendo melhorias graduais ao longo de sua execução.

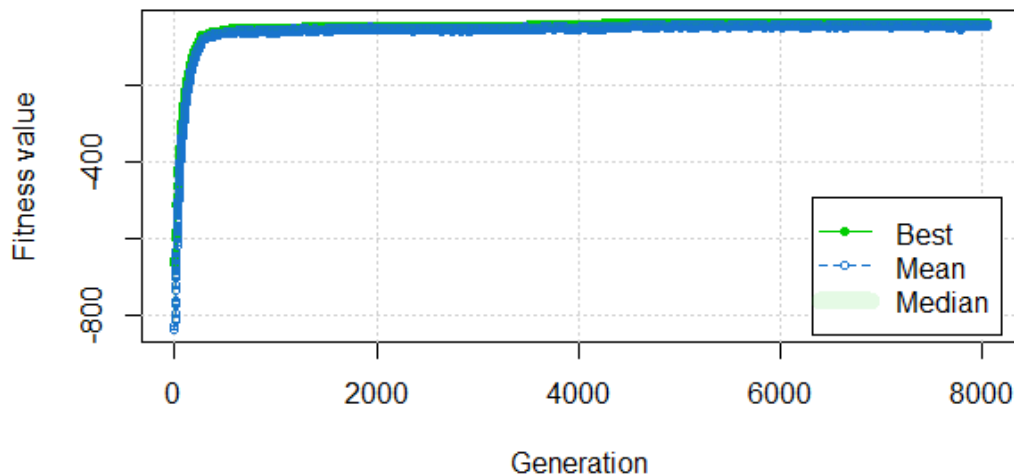


Figura 3: Evolução das gerações do AG para nove alvos e vinte e quatro armamentos. Fonte: autores.

5. Conclusão

Por meio da aplicação do algoritmo proposto na resolução do WTAP, verifica-se que o modelo computacional atingiu aos propósitos desejados, o de encontrar uma solução para a formulação descrita em tempo considerado adequado para a tomada de decisão na MB. O modelo apresentou

robustez para ser utilizado em problemas de diferentes tamanhos e complexidades, dentro de um cenário realístico para o contexto em que é aplicado.

O grande mérito do modelo foi o de produzir uma prova de conceito expedita, com viabilidade para uso direto por usuário leigo em Pesquisa Operacional, tônica relacionada às aplicações de pesquisa colaborativa tratada em Pessoa et al. [2022].

O trabalho aborda somente a formulação mais simples do WTAP, em seu caso estático, tendo como objetivo a redução da função de sobrevivência do inimigo. Nesse modelo é considerado somente um ataque, e desconsidera-se o impacto de sobrevivência ou não das forças utilizadas para o ataque. Dessa forma, vê-se uma perspectiva eminentemente tática, desconectando o contexto logístico deste auxílio à decisão.

Como proposta de trabalhos futuros, considera-se a utilização do pacote do AG para a implementação do caso dinâmico do WTAP, considerada uma versão mais complexa do problema. Além disso, há recentes propostas que conectam o WTAP a uma analogia de circuitos digitais, o que expande as possibilidades de desenvolvimento para o mesmo problema. Futuros trabalhos também podem ser dedicados a análises da definição dos valores militares associados a cada um dos alvos e na análise de sensibilidade dos mesmos para uma apreciação mais robusta dos resultados.

Referências

- Alam, T., Qamar, S., Dixit, A., e Benaida, M. (2020). Genetic Algorithm: Reviews, Implementations, and Applications. *International Journal of Engineering Pedagogy (iJEP)*, 10(6):57–77. ISSN 2192-4880. URL <https://online-journals.org/index.php/i-jep/article/view/14567>.
- Beojone, C. V. e Souza, R. M. d. (2020). IMPROVING THE SHIFT-SCHEDULING PROBLEM USING NON-STATIONARY QUEUEING MODELS WITH LOCAL HEURISTIC AND GENETIC ALGORITHM. *Pesquisa Operacional*, 40:e220764. ISSN 1678-5142, 0101-7438. URL http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-74382020000100201&tlng=en.
- Bhoskar, M. T., Kulkarni, M. O. K., Kulkarni, M. N. K., Patekar, M. S. L., Kakandikar, G., e Nandedkar, V. (2015). Genetic Algorithm and its Applications to Mechanical Engineering: A Review. *Materials Today: Proceedings*, 2(4-5):2624–2630. ISSN 22147853. URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2214785315004642>.
- Cao, M. e Fang, W. (2020). Swarm intelligence algorithms for weapon-target assignment in a multilayer defense scenario: A comparative study. *Symmetry (Basel)*, 12(5):824. ISSN 2073-8994.
- Cereser, B. L. H., Salles Neto, L. L. d., Moretti, A. C., e Oliveira, A. R. L. d. (2021). A MATHEMATICAL MODEL AND GENECTIC ALGORITHM SOLUTION METHODS FOR THE BERTH ALLOCATION PROBLEM WITH SEVERAL TYPES OF MACHINES. *Pesquisa Operacional*, 41:e239994. ISSN 1678-5142, 0101-7438. URL http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-74382021000100201&tlng=en.
- Chang, T., Kong, D., Hao, N., Xu, K., e Yang, G. (2018). Solving the dynamic weapon target assignment problem by an improved artificial bee colony algorithm with heuristic factor initialization. *Applied soft computing*, 70:845–863. ISSN 1568-4946.

- Şahin, M. A. e Leblebicioğlu, K. (2014). Approximating the optimal mapping for weapon target assignment by fuzzy reasoning. *Information sciences*, 255:30–44. ISSN 0020-0255.
- Florentino, H. O., Cantane, D. R., Santos, F. L., Reis, C. A., Pato, M. V., Jones, D., Cerasuolo, M., Oliveira, R. A., e Lyra, L. G. (2018). GENETIC ALGORITHM FOR OPTIMIZATION OF THE AEDES AEGYPTI CONTROL STRATEGIES. *Pesquisa Operacional*, 38(3):389–411. ISSN 1678-5142, 0101-7438. URL http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-74382018000300389&tlng=en.
- Fu, G., Wang, C., Zhang, D., Zhao, J., e Wang, H. (2019). A multiobjective particle swarm optimization algorithm based on multipopulation coevolution for weapon-target assignment. *Mathematical problems in engineering*, 2019:1–11. ISSN 1024-123X.
- Fu, M., Li, M., e Sun, N. (2018). Study on the weapon target assignment problem using hybrid genetic algorithm. In *2018 IEEE 3rd Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference (IAEAC)*, p. 1583–1587, Chongqing, China. IEEE. ISBN 9781538645093. URL <https://ieeexplore.ieee.org/document/8577624/>.
- Guangsheng, J., Xianming, S., Jing, C., Liqing, R., Minmin, Z., e Kang, L. (2020). A Survey of Intelligent Optimization Algorithms for Weapon Target Assignment (WTA) Problem. In *2020 Management Science Informatization and Economic Innovation Development Conference (MSIED)*, p. 50–54, Guangzhou, China. IEEE. ISBN 9781665415415. URL <https://ieeexplore.ieee.org/document/9382490/>.
- Hocaoğlu, M. F. (2019). Weapon target assignment optimization for land based multi-air defense systems: A goal programming approach. *Computers & industrial engineering*, 128:681–689. ISSN 0360-8352.
- Hu, X., Luo, P., Zhang, X., e Wang, J. (2018). Improved ant colony optimization for weapon-target assignment. *Mathematical problems in engineering*, 2018:1–14. ISSN 1024-123X.
- Jinshuai, Y., Jin, L., Yi, W., Tong, W., e Zhanqiang, L. (2017). Optimization of weapon-target assignment problem by intuitionistic fuzzy genetic algorithm. *MATEC Web of Conferences*, 128: 02004. ISSN 2261-236X. URL <http://www.matec-conferences.org/10.1051/mateconf/201712802004>.
- Katoch, S., Chauhan, S. S., e Kumar, V. (2021). A review on genetic algorithm: past, present, and future. *Multimedia Tools and Applications*, 80(5):8091–8126. ISSN 1573-7721. URL <https://doi.org/10.1007/s11042-020-10139-6>.
- Kline, A., Ahner, D., e Hill, R. (2019). The weapon-target assignment problem. *Computers & operations research*, 105:226–236. ISSN 0305-0548.
- Lai, C.-M. e Wu, T.-H. (2019). Simplified swarm optimization with initialization scheme for dynamic weapon-target assignment problem. *Applied soft computing*, 82:105542. ISSN 1568-4946.
- Lambora, A., Gupta, K., e Chopra, K. (2019). Genetic Algorithm- A Literature Review. In *2019 International Conference on Machine Learning, Big Data, Cloud and Parallel Computing (COMITCon)*, p. 380–384, Faridabad, India. IEEE. ISBN 9781728102115. URL <https://ieeexplore.ieee.org/document/8862255/>.

- Lee, C. (2018). A review of applications of genetic algorithms in operations management. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 76:1–12. ISSN 09521976. URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S095219761830174X>.
- Li, Y., Kou, Y., e Li, Z. (2018). An improved nondominated sorting genetic algorithm iii method for solving multiobjective weapon-target assignment part i: The value of fighter combat. *International journal of aerospace engineering*, 2018:1–23. ISSN 1687-5966.
- Lu, Y. e Chen, D. Z. (2021). A new exact algorithm for the weapon-target assignment problem. *Omega (Oxford)*, 98:102138. ISSN 0305-0483.
- Manne, A. S. (1958). A Target-Assignment Problem. *Operations Research*, 6(3):346–351. ISSN 0030-364X, 1526-5463. URL <http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.6.3.346>.
- Ni, M., Yu, Z., Ma, F., e Wu, X. (2011). A lagrange relaxation method for solving weapon-target assignment problem. *Mathematical problems in engineering*, 2011:1–10. ISSN 1024-123X.
- Pessôa, L. A. M., Collazo, R. A., Costa, H. G., e Muradas, F. (2022). A proposal for collaborative research projects involving academy and a brazilian navy science and technology institution.
- Pessôa, L. A. M., da Silva Teixeira, L., Guedes, M. J. M., Martins, E. R., e de Souza, A. J. N. (2016). Pesquisa operacional na marinha do brasil: O casnav, seu passado, presente e perspectivas.
- Pessôa, L. A. M., de Arruda, E. F., e Bahiense, L. (2019). Um panorama do uso de pesquisa operacional no ambiente de guerra submarino.
- Pessôa, L. A. M., Moreira, M. A. L., e de Souza Rocha Junior, C. (2021). Uma proposta para auxílio à decisão orçamentária no âmbito do ministério da defesa utilizando programação matemática e análise à decisão multicritério. URL <https://www.gov.br/defesa/pt-br/arquivos/arquivos-para-noticias/trabalho-1-o-lugar.pdf>.
- Rocha Junior, C. d. S., Lellis Moreira, M. A., Monteiro Pessôa, L. A., e Muradas, F. M. (2022). Proposed interactive framework as support in the analysis of maritime exercises of the brazilian navy. *Procedia Computer Science*, 199:814–820. ISSN 18770509. URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877050922001028>.
- Ruining, L. e Yan, Z. (2021). Improved Genetic Algorithm for Weapon Target Assignment Problem. In *2021 International Symposium on Computer Technology and Information Science (ISCTIS)*, p. 19–23, Guilin, China. IEEE. ISBN 9781665414418. URL <https://ieeexplore.ieee.org/document/9603565/>.
- Scrucca, L. (2013). GA : A Package for Genetic Algorithms in R. *Journal of Statistical Software*, 53(4). ISSN 1548-7660. URL <http://www.jstatsoft.org/v53/i04/>.
- Scrucca, L. (2017). On Some Extensions to GA Package: Hybrid Optimisation, Parallelisation and Islands Evolution. On some extensions to GA package: hybrid optimisation, parallelisation and islands evolution. *The R Journal*, 9(1):187. ISSN 2073-4859. URL <https://journal.r-project.org/archive/2017/RJ-2017-008/index.html>.

- Singh, R. K., Panchal, V., e Singh, B. K. (2018). A review on Genetic Algorithm and Its Applications. In *2018 Second International Conference on Green Computing and Internet of Things (ICGCIoT)*, p. 376–380, Bangalore, India. IEEE. ISBN 9781538656570. URL <https://ieeexplore.ieee.org/document/8753030/>.
- SOBRAPO (2022). O que é pesquisa operacional? URL <https://www.sobrapo.org.br/o-que-e-pesquisa-operacional>.
- Wang, J., Luo, P., Hu, X., e Zhang, X. (2018). A Hybrid Discrete Grey Wolf Optimizer to Solve Weapon Target Assignment Problems. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2018:1–17. ISSN 1026-0226, 1607-887X. URL <https://www.hindawi.com/journals/ddns/2018/4674920/>.
- Wang, J., Luo, P., e Zhou, J. (2017). A memetic algorithm for constrained weapon target assignment problems. In *2017 2nd IEEE International Conference on Computational Intelligence and Applications (ICCI)*, p. 182–188, Beijing. IEEE. ISBN 9781538620304. URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/8167204/>.
- Zhao, P., Wang, J., e Kong, L. (2019). Decentralized algorithms for weapon-target assignment in swarming combat system. *Mathematical problems in engineering*, 2019:1–15. ISSN 1024-123X.
- Zhao, Y., Chen, Y., Zhen, Z., e Jiang, J. (2020). Multi-weapon multi-target assignment based on hybrid genetic algorithm in uncertain environment. *International journal of advanced robotic systems*, 17(2):172988142090592. ISSN 1729-8814.
- Zhou, Y., Li, X., Zhu, Y., e Wang, W. (2016). A discrete particle swarm optimization algorithm applied in constrained static weapon-target assignment problem. In *2016 12th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, p. 3118–3123, Guilin, China. IEEE. ISBN 9781467384148. URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/7578704/>.