

## MONITORAMENTO DA VARIABILIDADE BASEADA EM INSPEÇÕES POR ATRIBUTOS: EXPLORANDO AS CARACTERÍSTICAS DO GRÁFICO DE CONTROLE $np_x$

**Leandro Alves da Silva**

Universidade de São Paulo

Av. Prof Almeida Prado, 128, Travessa 2, CEP 05508-070, São Paulo, Brasil

leandro\_silva@usp.br

**Linda Lee Ho**

Universidade de São Paulo

Av. Prof Almeida Prado, 128, Travessa 2, CEP 05508-070, São Paulo, Brasil

lindalee@usp.br

**Roberto Costa Quinino**

Universidade Federal de Minas Gerais

Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha, CEP 31270-901, Minas Gerais, Brasil

robertoquinino@yahoo.com.br

### RESUMO

Métodos de controle operacionalmente mais simples, com menor custo e menor consumo de tempo são características desejadas por grande parte dos praticantes do gerenciamento da produção e qualidade. O gráfico de controle por atributos  $np_x$  para monitorar a média do processo satisfaz estes requisitos como uma alternativa ao uso do tradicional gráfico  $\bar{X}$ . Motivado por sua simplicidade e bom desempenho, a verificação do uso do gráfico  $np_x$  para monitorar a variância do processo foi explorada, sendo aqui proposta e seus resultados estão descritos neste artigo. A comparação do gráfico  $np_x$  para monitorar a variância com o gráfico  $S^2$  é apresentada, o desempenho foi medido em termos de velocidade de detecção de mudanças ( $ARL_0$  e  $ARL_1$ ). Os parâmetros usados na construção do gráfico  $np_x$  foram obtidos através da busca de valores que otimizem seu desempenho, tal que pode competir com o gráfico de controle  $S^2$ .

**PALAVRAS CHAVE.** Monitoramento da variância, Inspeções por atributos, Gráfico de controle  $np_x$ .

**Tópicos (AD&GP - PO na Administração e Gestão da Produção)**

### ABSTRACT

Operationally simpler control methods, with lower cost and shorter time-consuming are characteristics desired by most practitioners of production and quality management. The attribute  $np_x$  control chart to monitor the process mean satisfies these requirements as an alternative to the use of the traditional  $\bar{X}$  chart. Motivated by its simplicity and good performance, the verification of

the use of the  $np_x$  chart to monitor the process variance was explored, being proposed here and its results are described in this paper. A comparison of the  $np_x$  chart for monitoring the variance with the  $S^2$  chart is presented, performance was measured in terms of speed of detecting changes ( $ARL_0$  and  $ARL_1$ ). The parameters used in the construction of the  $np_x$  chart were obtained through the search for values that optimize its performance, such that it can compete with the  $S^2$  control chart.

**KEYWORDS.** Monitoring the Process Variance. Attribute Inspection.  $np_x$  Control chart.

**Paper topics (AD&GP - OR in Administration and Production Management)**

## 1. Introdução

Atualmente temos disponíveis uma vasta gama de produtos e/ou serviços nos mais diversos ramos, um fator decisivo para a tomada de decisão e escolha por um determinado produto e/ou serviço é a qualidade percebida pelo cliente. Neste sentido, as organizações demandam pela aplicação de melhores práticas no gerenciamento das operações, pesquisas e iniciativas que proponham métodos de controle operacionalmente mais simples, com menor custo e menor consumo de tempo, uma vez que estas são características desejadas por grande parte dos praticantes do gerenciamento da produção e qualidade.

No controle estatístico do processo, gráficos de controle por atributos  $p$  e  $np$  consistem em detectar condições fora de controle, computando a fração de itens não conformes. Deste modo, os gráficos  $p$  e  $np$  tradicionais monitoram a característica de qualidade de interesse, classificando os itens em conforme ou não-conforme, se este atende a um requisito definido por uma equipe de engenharia, tais como os limites de especificação. Inspeções por atributos são mais rápidas e mais baratas, contudo, não apresentam bom desempenho quando comparadas às inspeções por variáveis. Para gráficos de controle por atributos  $p$  ter a mesma probabilidade de detecção de mudanças na média do processo que o gráfico  $\bar{X}$ , em cenários similares, há necessidade de um grande aumento no tamanho da amostra, aproximadamente 9 vezes ( $n_p = 9 \times n_{\bar{X}}$ ), onde  $n_p$  e  $n_{\bar{X}}$ , respectivamente, os tamanhos das amostras utilizados para os gráficos de controle por atributos  $p$  e, por variáveis  $\bar{X}$  [Montgomery, 2009].

Comumente gráficos de controle por atributos tem suas classificações realizadas por meio de dispositivos GO/NO GO, sendo alternativas interessantes no monitoramento do valor médio de uma variável de interesse ( $X$ ), embora estudos têm demonstrado que o desempenho se torna competitivo quando seus respectivos tamanhos das amostras empregadas são maiores que aquelas utilizadas para o uso do gráfico de controle  $\bar{X}$ . Inspeções por atributos para o monitoramento da média não é um tema recente, podemos citar alguns pioneiros como Tippet [1944], Stevens [1948], Mace [1952], Steiner et al. [1994] que estudaram o uso de dispositivos no monitoramento de processos.

Wu et al. [2009] propuseram um gráfico de controle baseado em atributos, a classificação das unidades é realizada com o uso de limites de advertência (ao invés de limites de especificação) para monitorar a média do processo. Este consiste em classificar cada item de uma amostra de tamanho fixo  $n$  em aprovado ou não aprovado, de acordo um limite de advertência  $w$  utilizando um dispositivo tipo “Go/No Go”. A Figura 1 mostra um exemplar deste tipo de dispositivo. Seja  $X_i$ , o valor de uma característica de qualidade do  $i$ -ésimo item amostrado e  $w$  um limite de advertência. Se  $X_i > w$ , então o item é classificado como não aprovado, caso contrário como aprovado. Seja  $Y$  o total de itens classificadas como não aprovado. Se  $Y > UCL$  então o processo é declarado fora de controle. Wu et al. [2009] observaram que o gráfico  $np_x$  tem desempenho similar ao gráfico de controle  $\bar{X}$  dobrando o tamanho da amostra, sendo este argumento fundamental, pois inspeções por atributos são mais rápidas, acarretam menores custos e são totalmente viáveis. Posteriormente outros autores propuseram outros gráficos de controle por atributos como Ho e Costa [2011], Quinino et al. [2015], Ho e Aparisi [2016] e Quinino et al. [2020] para monitorar a média do processo, para listar alguns.

A simplicidade e bom desempenho do gráfico  $np_x$  para monitorar a média do processo motivaram a proposta da exploração do procedimento utilizado para o gráfico  $np_x$  para monitorar a variância do processo. Portanto, o objetivo deste artigo é propor o uso do gráfico de controle por atributos  $np_x$  proposto por Wu et al. [2009] para monitorar a variância de uma variável ( $X$ ) de interesse, tal que proporcione um desempenho que pode competir com o tradicional gráfico

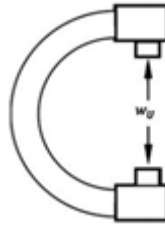


Figura 1: Exemplar de Dispositivo GO/NO GO.

$S^2$ . Visto que são poucas as contribuições encontradas na literatura com propostas de gráficos de controle por atributos para monitorar a variância do processo, como Ho e Quinino [2013] e Bezerra et al. [2018].

Neste artigo são assumidas como suposições a distribuição da característica de qualidade observada como Normal, sendo observações independentes, com média  $\mu_0$  e variância  $\sigma_0^2$  conhecidas. Também assumimos que a média do processo se mantém inalterada. Na ocorrência de mudanças do processo, o valor da variância  $\sigma_0^2$  é alterado para  $\sigma_1^2 = \delta^2 \sigma_0^2$ ,  $\delta > 1$ , onde  $\delta$  expressa a magnitude da mudança sobre a variância do processo ( $\sigma_0^2$ ), nosso interesse está na detecção de desvios unilaterais da variância do processo. Após esta seção introdutória temos a seção 2 que apresenta o procedimento adotado para o gráfico de controle  $np_x$ ; a seção 3 apresenta seu desempenho quando comparado ao gráfico  $S^2$  tradicional e finalmente temos as conclusões apresentadas na seção 4.

## 2. O procedimento do gráfico de controle $np_x$

O procedimento para a implementação do gráfico de controle  $np_x$  considera determinados parâmetros, a saber: uma amostra de tamanho fixo  $n_{np_x}$ , o intervalo de inspeção  $h_{np_x}$ , os limites de advertência  $w_l$  e  $w_u$  e o limite de superior de controle  $UCL_{np_x}$ . Note que, em contraste ao gráfico  $np$  tradicional, o gráfico  $np_x$  não necessita do limite inferior de controle. Conforme definido por Wu et al. [2009] a operacionalidade do gráfico  $np_x$  é tão simples quanto a do gráfico  $np$  tradicional. Em inspeções por atributos, é usual a adoção de um anel calibrador (“Go / No Go”) para verificar se os limites de advertência foram ou não excedidos [Kennedy et al., 1987]. Na construção do gráfico de controle por atributos  $np_x$  para o monitoramento da média do processo, amostras sequenciais de tamanhos  $n$  são extraídas. Cada unidade é classificada de acordo com os limites de advertência ( $w_i, i = l, u$ ). Se  $(X_{k_i} - \mu_0)/\sigma_0 > |w_i|$  o item é classificado como não aprovado, caso contrário, é classificado como aprovado ( $w_i$ , limite de advertência padronizado). Os itens são simplesmente contabilizados e, ao término da inspeção teremos  $d$ , número de unidades não aprovadas. O procedimento não requer cálculos, sendo capaz de detectar mudanças ( $\delta$ ) no processo. Se  $d$  (unidades que excederam os limites de advertência) é maior que o limite superior de controle  $UCL_{np_x}$ , o processo é sinalizado como fora de controle. Os limites de advertência são baseados em valores variáveis simétricos em relação à média em condições sob controle  $\mu_0$  ( $w_l = -w_u$ ).

Além disso, Wu et al. [2009] definem um determinado conjunto de características a serem especificadas para a construção do gráfico de controle  $np_x$ : o tamanho da amostra ( $n_{np_x}$ ), o intervalo de inspeção ( $h_{np_x}$ ), o valor médio mínimo do tempo até o sinal de mudanças em condições sob controle ( $\tau$ ) e os valores (para processo condições sob controle) da média ( $\mu_0$ ) e desvio padrão ( $\sigma_0$ ). O tamanho da amostra e intervalo de inspeção ( $h$ ) são definidos levando em consideração os recursos disponíveis para o monitoramento. O valor de  $\tau$  é definido pelo projetista do processo, tal que se obtenha uma taxa de falso alarme tolerável. Os valores de  $\mu_0$  e  $\sigma_0$  são estimados normalmente com

uso dos dados observados em lotes-piloto no início da operação. A taxa de falso alarme requerida é determinada com base no valor de  $\alpha$ , o risco da ocorrência do erro do tipo I (probabilidade de que o gráfico de controle sinalize uma condição fora de controle, quando na realidade o processo está sob controle). Seja  $P(p)$  a probabilidade de o número de unidades não aprovadas  $d$  ser maior que  $UCL_{np_x}$  dada pela fração de não conformes  $p$ . Se  $d$  segue uma distribuição binomial:

$$P(p) = 1 - \sum_{d=0}^{UCL_{np_x}} C_d^n p^d (1-p)^{(n-d)}$$

$$p = 1 - \Phi(w_u - (\mu_0 + \delta\sigma_0)) + \Phi(w_l - (\mu_0 + \delta\sigma_0)), \quad (1)$$

onde  $\Phi()$  é a função da probabilidade acumulada na distribuição normal padrão. Quando não houve mudança no processo, isto é, processo sinaliza condições sob controle,  $p$  assume o valor  $p_0$  e a probabilidade do erro do tipo I produzida pelo gráfico  $np_x$  equivale à:

$$\alpha = P(p_0)$$

$$\alpha = \sum_{d=0}^{UCL_{np_x}} \binom{n}{d} p_0^d (1-p_0)^{n-d} \quad (2)$$

O risco da ocorrência do erro do tipo II é a probabilidade do gráfico de controle falhar em sinalizar quando o processo está fora de controle, para o gráfico  $np_x$  equivale à:

$$\beta = 1 - P(p_1)$$

$$\beta = \sum_{d=0}^{UCL_{np_x}} \binom{n}{d} p_1^d (1-p_1)^{n-d} \quad (3)$$

Assim os valores de  $p_0$  e  $p_1$  representam a probabilidade de um item ser não aprovado na amostra  $n$  (quando o processo está sob controle e fora de controle, respectivamente).

Uma métrica que tem sido adotada por muitos autores como método de sumarizar características e propriedades dos gráficos de controle é o *Average Run Length (ARL)*, que expressa o número médio de amostras plotadas antes de uma indicação de uma condição fora de controle [Montgomery, 2009]. Portanto, neste estudo, quando o processo está sob controle ( $\sigma^2 = \sigma_0^2$ ,  $\delta = 1$ ), teremos:

$$ARL_0 = \frac{1}{P(p_0)}$$

$$ARL_0 = \frac{1}{\sum_{d=0}^{UCL_{np_x}} \binom{n}{d} p_0^d (1-p_0)^{n-d}} \quad (4)$$

Se o valor da variância  $\sigma_0^2$  é alterado para  $\sigma_1^2 = \delta^2 \sigma_0^2$ ,  $\delta > 1$ , quando o processo está fora de controle, o desempenho do gráfico de controle proposto neste trabalho é avaliado através do valor de  $ARL_1$ , conforme segue:

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - \sum_{d=0}^{UCL_{np_x}} \binom{n}{d} p_1^d (1 - p_1)^{n-d}} \quad (5)$$

Neste estudo o uso do gráfico  $np_x$  é empregado para o monitoramento da ocorrência de desvios unilaterais do valor da variância do processo. Os parâmetros da presente proposta são: o tamanho de amostra  $n_{np_x}$ , o limite de controle  $UCL_{np_x}$ , o limite de advertência padronizado  $|w_u|$ , equivalente à  $(X_{k_i} - \mu_0)/\sigma_0$ . Depois de escolhido o tamanho de amostra  $n_{np_x}$ , o limite de controle  $UCL_{np_x}$  e o limite de advertência padronizado  $w_u$  são determinados por uma busca intensiva, tal que se obtenha parâmetros otimizados ao calcular o valor  $ARL_{0_c}$ , para atingir um valor alvo de  $ARL_{0_T}$  ( $ARL_{0_T} = 370.4$ , por ser um valor usual na literatura, comumente selecionado por pesquisadores, o qual representa uma taxa de falso equivalente a 0.27%), de modo que  $|ARL_{0_c} - ARL_{0_T}| \leq \varepsilon$ ,  $\varepsilon = 0.15$ . Explicitamente, consiste em encontrar o vetor  $\Theta$ :

$$\begin{aligned} \Theta = (w_u^o, UCL_{np_x}^o) &= \arg(\min ARL_1) \\ \text{Sujeito às restrições} &: \quad 0 \leq |w_u| \leq 3.5, \quad \text{com passo de } 0.0001 \\ &\quad 0 \leq UCL_{np_x} \leq n_{np_x}, \quad \text{com passo de } 1 \\ &\quad ARL_{0_c} \sim ARL_{0_T} = 370.4 \end{aligned} \quad (6)$$

dada a dificuldade em se obter parâmetros válidos para todos os processos, foi selecionado o valor máximo 3.5, para o limite de advertência padronizado, uma vez que a faixa  $0 \leq w_u \leq 3.5$  contém grande parte dos dados, sendo esta faixa aplicada aos experimentos numéricos realizados neste trabalho.

### 3. O desempenho do gráfico de controle $np_x$ no monitoramento da variância

Nesta seção, o desempenho dos gráfico de controle por atributos  $np_x$  é avaliado e comparado com o desempenho do gráfico de controle  $S^2$ , ambos os gráficos de controle configurados para ter um  $ARL_{0_T} = 370.4$ . Para obter os parâmetros do gráfico de controle  $np_x$  foi desenvolvido um programa específico para este fim utilizando o software R, devido ao elevado número de configurações (de tamanhos de amostra, limites de controle, limites de advertência, etc). A busca forneceu potenciais candidatos, configurações que satisfazem à condição do valor  $ARL_0$  de aproximadamente 370.4. Dentre elas, foram selecionadas algumas configurações ótimas que competem com o gráfico de controle  $S^2$ . Os planos selecionados para avaliar a abordagem proposta neste estudo apresentam as seguintes características: (a) o tamanho da amostra do gráfico de controle  $S^2$  tradicional é igual a  $n_{S^2} = 3, 4, 5, 6$ ; (b) o tamanho da amostra  $n_{np_x}$  é menor (ou igual) ao dobro do tamanho da amostra  $n_{S^2}$  usado para o gráfico  $S^2$  ( $n_{np_x} \leq 2 \times n_{S^2}$ ); (c) o desempenho para detectar pequenos desvios deve ser ao menos similar ao gráfico  $S^2$ . A Tabela 1 apresenta algumas configurações de planos para o gráfico  $np_x$  que poderiam competir (ou seja, menores valores de  $ARL_1$ ) com o gráfico de controle  $S^2$  para tamanhos de amostra  $n_{S^2} = 3, 4, 5, 6$ , considerando tamanho de mudança  $\delta = 1.10$  a 2.00, com incremento de 0.1. Os planos mostrados na Tabela 1 são aqueles (entre vários planos) que fornecem o menor tamanho de amostra, além de valores de  $ARL_1$  mais baixos do que aqueles obtidos com o gráfico  $S^2$ . Vários resultados interessantes podem ser observados nesta tabela:

- Notavelmente, usando uma pequena amostra de 3 unidades, o gráfico  $np_x$  tem desempenho que fornece  $ARL_1$  inferior ao gráfico de controle  $S^2$  (também com tamanho de amostra de 3 unidades) em todos os tamanhos de mudança ( $\delta$ ).

- Para  $n_{S^2} \geq 4$ , conforme o tamanho da amostra para o gráfico de controle  $S^2$  aumenta, amostras maiores para o gráfico  $np_x$  são necessárias para obter melhor desempenho do que o gráfico de controle  $S^2$ , mas sempre menores que duas vezes. A razão entre os dois tamanhos de amostra está na faixa  $[1.5; 1.667]$ , (1.5 para  $n_{S^2} = 4$  e 1.667 para  $n_{S^2} = 6$ ). Portanto, se o custo da inspeção por atributos for menor que a metade do custo da inspeção variável, vale a pena usar o gráfico  $np_x$  para monitorar a variância.
- Ao comparar o desempenho e resultados disponíveis na Tabela 1, podemos ver que o gráfico  $np_x$  apresenta razoável melhoria, pode competir para todos os tamanhos de mudança no monitoramento da variância do processo, porém com o ônus do aumento do tamanho da amostra.

Tabela 1: Comparação do desempenho - valores de  $ARL$  dos gráficos de controle:  $S^2$  versus  $np_x$  -  $n_{S^2} = 3, 4, 5, 6$ .

| $\delta$              | $ARL_1$             |                  |                     |                  |                     |                  |                     |                  |
|-----------------------|---------------------|------------------|---------------------|------------------|---------------------|------------------|---------------------|------------------|
|                       | $S^2$               | $np_x$           | $S^2$               | $np_x$           | $S^2$               | $np_x$           | $S^2$               | $np_x$           |
| 1.00                  | 370.398             | 370.367          | 370.398             | 370.405          | 370.398             | 370.375          | 370.398             | 370.364          |
| 1.10                  | 132.699             | <b>131.336</b>   | 117.832             | <b>114.297</b>   | 106.934             | <b>104.346</b>   | 98.340              | <b>96.239</b>    |
| 1.20                  | 60.785              | <b>59.163</b>    | 49.850              | <b>46.664</b>    | 42.491              | <b>39.955</b>    | 37.080              | <b>35.132</b>    |
| 1.30                  | 33.107              | <b>31.609</b>    | 25.748              | <b>23.295</b>    | 21.091              | <b>19.089</b>    | 17.830              | <b>16.359</b>    |
| 1.40                  | 20.443              | <b>19.142</b>    | 15.354              | <b>13.485</b>    | 12.275              | <b>10.739</b>    | 10.194              | <b>9.102</b>     |
| 1.50                  | 13.856              | <b>12.738</b>    | 10.178              | <b>8.725</b>     | 8.028               | <b>6.831</b>     | 6.610               | <b>5.781</b>     |
| 1.60                  | 10.078              | <b>9.114</b>     | 7.307               | <b>6.146</b>     | 5.727               | <b>4.773</b>     | 4.706               | <b>4.057</b>     |
| 1.70                  | 7.741               | <b>6.901</b>     | 5.574               | <b>4.624</b>     | 4.365               | <b>3.586</b>     | 3.595               | <b>3.072</b>     |
| 1.80                  | 6.206               | <b>5.466</b>     | 4.459               | <b>3.664</b>     | 3.500               | <b>2.851</b>     | 2.898               | <b>2.467</b>     |
| 1.90                  | 5.147               | <b>4.488</b>     | 3.703               | <b>3.024</b>     | 2.921               | <b>2.369</b>     | 2.435               | <b>2.073</b>     |
| 2.00                  | 4.387               | <b>3.795</b>     | 3.167               | <b>2.579</b>     | 2.515               | <b>2.039</b>     | 2.114               | <b>1.805</b>     |
| Tamanho da amostra    | $n_{S^2} = 3$       | $n_{np_x} = 3$   | $n_{S^2} = 4$       | $n_{np_x} = 6$   | $n_{S^2} = 5$       | $n_{np_x} = 8$   | $n_{S^2} = 6$       | $n_{np_x} = 10$  |
| UCL                   | $UCL_{S^2} = 5.915$ | $UCL_{np_x} = 0$ | $UCL_{S^2} = 4.719$ | $UCL_{np_x} = 1$ | $UCL_{S^2} = 4.063$ | $UCL_{np_x} = 0$ | $UCL_{S^2} = 3.641$ | $UCL_{np_x} = 2$ |
| Limite de advertência | -                   | $w_u = 3.320$    | -                   | $w_u = 2.466$    | -                   | $w_u = 3.460$    | -                   | $w_u = 2.1734$   |

#### 4. Conclusões

O emprego de técnicas (tais como os gráficos de controle no monitoramento de processos e gestão da produção) que proporcionem procedimentos mais rápidos, mais baratos e com bom desempenho, têm sido propostas. Este estudo apresenta uma nova aplicação do gráfico de controle por atributos  $np_x$  para monitor a variância do processo.

Com a realização deste estudo foi possível concluir que com a seleção otimizada de parâmetros na classificação de itens, podemos ter uma sinalização antecipada utilizando gráficos de controle por atributos  $np_x$ , de modo a competir com o gráfico  $S^2$ . O esquema proposto neste artigo forneceu melhor desempenho comparado ao gráfico  $S^2$ , especialmente para tamanhos de amostra menores, para tamanho de amostra  $n_{S^2} = 3$ , o gráfico  $np_x$ , notavelmente não requer aumento no tamanho da amostra para apresentar um desempenho superior ao obtido com o gráfico  $S^2$ , para tamanhos de amostra  $n_{S^2} = 4, 5, 6$  requer um pequeno aumento no tamanho da amostra, incremento de aproximadamente 60% (incremento médio), fornecendo melhor desempenho em todas as faixas de mudanças ( $\delta$  de 1.10 a 2.00) na variância do processo. A proposta oferece vantagens sobre o gráfico  $S^2$  no que tange à custo, tempo, simplicidade e/ou em cenários onde se faz o uso de ensaios destrutivos, demandando menor expertise para realização das inspeções, pois não requer instrumentos complexos de medição, de fato não há medições no procedimento, os itens são classificados com um dispositivo GO/NO GO, por exemplo.

Como trabalhos futuros, este estudo pode ser estendido para inspeções por atributos para monitorar a variância do processo, considerando os esquemas CUSUM e EWMA para o gráfico de controle por atributos  $np_x$ .

#### Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro parcial para realização deste trabalho.

#### Referências

- Bezerra, E. L., Ho, L. L., e Quinino, R. C. (2018).  $G_{S^2}$ : An optimized attribute control chart to monitor process variability. *International Journal of Production Economics*, 195:287–295.
- Ho, L. L. e Aparisi, F. (2016). Optimized control charts to monitor process mean with lower operational cost. *International Journal of Production Economics*, 182:472–483.
- Ho, L. L. e Costa, A. F. B. (2011). Monitoring a wandering mean with an np chart. *Produção*, 21: 254–258.
- Ho, L. L. e Quinino, R. C. (2013). An attribute control chart for monitoring the variability of a process. *International Journal of Production Economics*, 45:263–267.
- Kennedy, C. W., Hoffman, E. G., e Bond, S. D. (1987). *Inspection and gaging*. Industrial Press Inc., New York.
- Mace, A. E. (1952). The use of limit gages in process control. *Industrial Quality Control*, p. 24–31.
- Montgomery, D. C. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control*. John Wiley & Sons, Inc., USA.

- Quinino, R. C., Ho, L. L., Cruz, F., e Bessegato, L. F. (2020). A control chart to monitor the process mean based on inspecting attributes using control limits of the traditional x-bar chart. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 90(9):1639–1660.
- Quinino, R. C., Ho, L. L., e Trindade, A. L. G. (2015). Monitoring the process mean based on attribute inspection when a small sample is available. *Journal of the Operational Research Society*, 66:1860–1867.
- Steiner, S., Geyer, P., e Wesolowsky, G. (1994). Control charts based on grouped data. *International Journal of Production Research*, 32(1):75–91.
- Stevens, W. L. (1948). Control by gauging. *Journal of the Royal Statistical Society*, 10(1):54–108.
- Tippett, L. H. C. (1944). The efficient use of gauges in quality control. *Engineer*, 177:481–483.
- Wu, Z., Khoo, M. B. V., Shu, L. S., e Jiang, W. (2009). An np control chart for monitoring the mean of a variable based on an attribute inspection. *International Journal of Production Economics*, 121:141–147.