LIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional
João Pessoa - PB, 3 a 5 de novembro de 2021

INVESTIGAÇÃO DE MODELOS DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA PARA DISTRIBUIÇÃO DE DISCIPLINAS A PROFESSORES

Flávio Sidnei Baía
Universidade Estadual de Maringá
Av. Colombo, 5790 – Jd. Universitário – Maringá – Paraná
fsbflaviob@gmail.com

Alan Melo Clappis
alanmeloclappis@gmail.com

Ademir Aparecido Constantino
ademir@din.uem.br

Daniel Kikuti
dkikuti@din.uem.br

RESUMO

Este artigo apresenta uma aplicação real do problema de distribuição de encargos didáticos a professores. Descrevemos três modelos de programação matemática que consideram diversas restrições funcionais da instituição estudada. Discutimos o desenvolvimento de um mecanismo para balanceamento de carga horária e maximização da satisfação dos professores dadas suas preferências. Os modelos de programação linear inteira binária propostos foram avaliados em quatro *solvers* diferentes (comerciais e software livre). Os experimentos computacionais mostram a viabilidade de aplicação destes modelos na prática.

PALAVRAS CHAVE. Alocação de professores a turmas, Programação linear inteira, Modelagem matemática.

Área Principal: PO na Educação, Outras aplicações em PO

ABSTRACT

This paper approaches the problem concerning teachers' assignment in disciplines and respective classes in a real-would instance. We describe three mathematical models that considers several functional constraints of the institution, as well as the development of a mechanism for workload balancing and maximizing the satisfaction of the teachers given their preferences. The proposed binary linear programming model was evaluated in four different solvers, making it possible to identify which one would be most suitable for the department. The computational experiments performed show that the models application viability in relation to some well-known solvers.

KEYWORDS. Teachers' assignment problem. Integer linear programing. Mathematical modeling.

Main Area: OR in Education, Other applications in OR

1. Introdução

Um problema enfrentado por Instituições de Ensino no início de cada período letivo é o de distribuição de disciplinas de seus cursos para seus professores. Esta tarefa demanda muito esforço humano quando realizada manualmente, pois além de atender necessidades pedagógicas de cada curso, precisa levar em consideração diversos fatores como: a disponibilidade dos professores em assumir certos horários e disciplinas, se a carga horária das disciplinas estará sendo atingida, se os docentes estão sendo alocados em horários dos quais têm preferência, se as disciplinas então dispostas de modo a impedir um grande número de aulas seguidas com um mesmo docente, etc. Ou seja, um trabalho árduo, complexo e de difícil modificação após definida a escala.

Segundo Francisco e da Silva [2011], grande parte das instituições de ensino realizam a alocação de turmas a professores de forma manual. Pode-se dizer que ainda é escassa a aplicação de ferramentas computacionais para distribuição de encargos didáticos. Essas ferramentas poderiam tornar as operações mais rápidas e eficazes, já que as operações manuais geralmente tornam o processo trabalhoso e demorado, além de sujeito a erros [Freitas et al., 2007].

O problema de alocação de professores em disciplinas já é bem conhecido na literatura, e está inserido na classe dos Problemas de Alocação de Horários [Lara, 2007]. O desafio é criar um método computacional que permita automatizar esse processo de distribuição de disciplinas entre professores atendendo a um conjunto de restrições operacionais e de preferências. Embora a literatura contenha diversos modelos para resolver problemas de designação similares, cada Instituição de Ensino possui suas características particulares, o que torna o modelo de solução específico para a instituição.

Neste artigo investigamos o desempenho de alguns modelos de Programação Matemática para atender ao problema de distribuição de disciplinas entre os professores. Adaptamos estes modelos matemáticos para serem aplicados ao contexto do Departamento de Informática (DIN) da Universidade Estadual de Maringá (UEM), de modo a satisfazer as restrições obrigatórias que vigoram no departamento e levar em consideração as preferências dos docentes.

A Seção 2 apresenta uma revisão de literatura com enfoque nos modelos matemáticos propostos para problemas similares. Na Seção 3, são apresentados e discutidos os modelos elaborados. A Seção 4 descreve os dados de entrada, a metodologia para realização dos testes e uma analise dos resultados obtidos na execução dos testes. Por fim, a Seção 5 traz as conclusões referentes ao desenvolvimento deste estudo apontando as contribuições e direcionamentos para a realização de trabalhos futuros.

2. Revisão de literatura

Um Problema de Designação consiste em alocar um conjunto de objetos origem a um conjunto de objetos destino. O Problema de Alocação de Horários (PAH) é um caso especial de Problema de Designação em que se considera a atribuição de professores, estudantes e salas para uma coleção de reuniões de modo que nenhum dos participantes tenham de comparecer a duas reuniões ao mesmo tempo [Cooper e Kingston, 1996; Ferreira et al., 2011]. Este requisito, assim como outras restrições obrigatórias (como por exemplo o limites de horas de trabalho), constitui o conjunto de restrições fortes. Também é usual neste tipo de problema considerar restrições fracas (não-obrigatórias), como por exemplo as preferências por parte dos participantes sobre algumas reuniões ou as preferências sobre escolha de encargos.

Em termos de complexidade computacional, o PAH é NP-Difícil [Even et al., 1976]. A literatura dispõe de diversos trabalhos empregando estratégias metaheurísticas, entre elas o uso de *Simulated Annealing* [Nelson et al., 2013], Busca Tabu [Santos et al., 2005; Nguyen et al., 2010] e Algoritmos Genéticos [Raghavjee e Pillay, 2008; Gunawan et al., 2008; Vieira e Macedo, 2011].

Uma alternativa para a resolução do PAH é o uso de programação matemática. Góes et al. [2010] comparam três abordagens sendo a primeira por meio de modelagem matemática, a segunda usando algoritmos genéticos e, por fim, faz uma combinação de um modelo matemático menos restritivo com uma heurística para refinar os resultados obtidos. Lara [2007] utiliza da legislação fornecida pelos órgãos reguladores da educação brasileira e cria dois modelos matemáticos para solucionar o Problema de Alocação de Professores a Turmas (PAPT). Contudo, o objetivo dos modelos está em determinar quais docentes devem lecionar as disciplinas e qual regime de trabalho eles devem assumir de modo que todas as ofertas sejam atendidas. Ferreira et al. [2011] descrevem uma solução em duas fases para o PAPT usando Programação Linear Inteira. Usamos este último modelo como base para nosso trabalho e, iremos detalhá-lo no restante desta seção. Sejam T o conjunto de turmas a serem distribuídas, P o conjunto de professores a serem alocados, H o conjunto de horários em que as disciplinas são oferecidas ao longo de um conjunto D de dias da semana. Definimos variável de decisão x_{pt} para representar a atribuição professor-turma e o parâmetro HT_{thd} para representar a relação entre as turmas e seus horários. Dessa forma:

$$
\begin{aligned}
x_{pt} &= \begin{cases} 1, & \text{se o professor } p \in P \text{ assume a turma } t \in T; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \\
HT_{thd} &= \begin{cases} 1, & \text{se a turma } t \in T \text{ tem aula no horário } h \in H \text{ do dia } d \in D; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

A carga horária dos docentes é definida pelos parâmetros $Hmax_p$ e $Hmin_p$ que representam respectivamente a quantidade máxima e mínima de horas que o professor p pode cumprir durante a semana letiva. A formulação básica completa está descrita abaixo (Formulação 2).

$$
\begin{aligned}
\text{Maximizar} \quad & \sum_{\forall p \in P} \sum_{\forall t \in T} e_{pt} x_{pt} & & \\
\text{sujeito a} \quad & \sum_{\forall t \in T} HT_{thd} x_{pt} \leq 1 & & \forall p \in P, d \in D, h \in H, \\
& \sum_{\forall p \in P} x_{pt} = 1 & & \forall t \in T, \\
& \sum_{\forall t \in T} \sum_{\forall h \in H} \sum_{\forall d \in D} HT_{thd} x_{pt} \geq Hmin_p & & \forall p \in P, \\
& \sum_{\forall t \in T} \sum_{\forall h \in H} \sum_{\forall d \in D} HT_{thd} x_{pt} \leq Hmax_p & & \forall p \in P, d \in D, h \in H,
\end{aligned}
\tag{2}
$$

As restrições garantem que: cada docente pode assumir somente uma turma em um dado horário de um determinado dia; todas as turmas devem ter professores; para cada professor a carga horária semanal deve estar compreendida entre os valores máximos e mínimos; e as variáveis x_{pt} e HT_{thd} são binárias. Cada professor p expressa sua preferência pela turma t por meio de um valor representado por e_{pt}. Esta formulação permite situações em que nenhum professor p se interessa por uma turma t (isto é, $e_{pt} = 0, \forall p \in P$).

Para garantir que todas as turmas tenham um professor, o problema será resolvido em duas fases. Na primeira fase, definem-se novas variáveis r_{pt} e também uma nova função objetivo visando minimizar o número de turmas atribuídas a professores que não tem preferência por elas.

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \sum_{\forall p \in P} \sum_{\forall t \in T} r_{pt} \\ \text{sujeito a} \quad & r_{pt} = x_{pt}(1 - \min(1, e_{pt})), \\ & \text{restrições da Formulação 2.} \end{aligned} \tag{3}$$

A Formulação 3 devolve como resultado um número mínimo N de turmas que deverão ser atribuídas a docentes que não têm interesse em assumí-las. Este número N será usado como uma restrição na segunda fase, indicando o total de disciplinas sem preferência.

$$\begin{aligned} \text{Maximizar} \quad & \sum_{\forall p \in P} \sum_{\forall t \in T} e_{pt} x_{pt} \\ \text{sujeito a} \quad & \sum_{\forall p \in P} \sum_{\forall t \in T} r_{pt} = N, \\ & \text{restrições da Formulação 3.} \end{aligned} \tag{4}$$

Assim, consegue-se reduzir o número de docentes que são alocados a disciplinas que não possuem preferências. Maximiza-se também a satisfação global dos professores e minimiza o número de insatisfeitos por terem de assumir disciplinas que não desejavam.

3. Modelos propostos

Nesta seção adaptamos o modelo matemático da seção anterior de modo a atender às restrições impostas e o contexto do Departamento de Informática da Universidade Estadual de Maringá (DIN/UEM). Construímos três modelos: um modelo inicial que é uma adaptação direta do modelo de Ferreira et al. [2011], um modelo que considera a distribuição equitativa das disciplinas e, por fim, um modelo mais completo que considera outras restrições pertinentes ao departamento.

3.1. O Modelo 1 – adaptação do modelo de Ferreira et al. [2011]

Uma característica a ser considerada na adaptação do modelo é a maneira como são contabilizadas as cargas horárias dos professores. No DIN/UEM as disciplinas são semestrais, ou seja, a variável binária HT_{thd} agora deve levar em consideração também o semestre em que a turma é ofertada, assim, o parêmetro de entrada passa a ter novo índice. Agora $HT_{thds} = 1$ se a turma t tem aula no horário h, do dia d, no semestre s; e $HT_{thds} = 0$ caso contrário.

Alteramos também a maneira de expressar a restrição quanto à carga horária. $Hmin_p$ indica a carga horária mínima que o professor deve cumprir na semana, $Hmax_p$ indica a carga horária máxima que o professor pode cumprir na semana e o parametro CHS_{ts} indica a carga horária semanal da turma t, no semestre s, conforme definida na grade curricular.

Além destas alterações referentes à carga horária, consideramos que as preferências dos professores pelas turmas assumem valores discretos, assim $e_{pt} = 1$ indica baixa preferência do professor p pela turma t, $e_{pt} = 2$ (média preferência) e $e_{pt} = 3$ (alta preferência).

Chamaremos a Formulação 5 a seguir de Modelo 1:

$$
\begin{aligned}
\text{Maximizar} \quad & \sum_{\forall p \in P} \sum_{\forall t \in T} e_{pt} x_{pt} & & \\
\text{sujeito a} \quad & \sum_{\forall t \in T} HT_{thds} x_{pt} \leq 1 & & \forall p \in P, h \in H, d \in D, s \in S, \\
& \sum_{\forall p \in P} x_{pt} = 1 & & \forall t \in T, \\
& \sum_{\forall t \in T} \sum_{\forall s \in S} CHS_{ts} x_{pt} \geq Hmin_p & & \forall p \in P, \\
& \sum_{\forall t \in T} \sum_{\forall s \in S} CHS_{ts} x_{pt} \leq Hmax_p & & \forall p \in P,
\end{aligned}
\tag{5}
$$

3.2. O Modelo 2 – buscando uma distribuição equitativa de carga horária

Uma das contribuições deste trabalho é a apresentação de um modelo que faz as atribuições de turmas a professores de modo a não deixar alguns professores sobrecarregados e outros ociosos. Embora o Modelo 1 respeite as cargas horárias mínimas e máximas dos professores, ela não define um mecanismo que evite sobrecarga.

O modelo proposto nesta seção adiciona variáveis e restrições ao Modelo 1, de forma a buscar uma distribuição equitativa da carga horária, conferindo proporcionalidade conforme o regime de horas estabelecido para todos os professores. Dessa forma, docentes que possuem diferentes valores de carga horária mínima são alocados nas disciplinas de acordo com suas respectivas disponibilidades.

Basicamente alteramos a função objetivo e acrescentamos uma nova restrição à Formulação 5. A nova restrição tem o objetivo de equilibrar a distribuição de carga horária entre os docentes. Neste modelo, α é uma constante (peso) relacionada à importância da soma das preferências. β é uma constante relacionada à importância da distribuição equitativa da carga horária. O fator utilizado para normalizar a carga horária está representado por $MH = \max_{p \in P}\{Hmin_p\}$.

$$
\begin{aligned}
\text{Maximizar} \quad & \alpha \sum_{\forall p \in P} \sum_{\forall t \in T} e_{pt} x_{pt} - \beta L & & \\
\text{sujeito a} \quad & \frac{MH}{Hmin_p} \sum_{\forall t \in T} CHS_{ts} x_{pt} \leq L & & \forall p \in P,
\end{aligned}
\tag{6}
$$

restrições da Formulação 5.

3.3. O Modelo 3 – acrescentando mais algumas restrições

Nesta subseção consideramos a inclusão de quatro novas restrições ao Modelo 2. O objetivo é representar a realidade do departamento de maneira mais adequada. As restrições são:

- restrição de indisponibilidade do professor;
- restrição de carga horária noturna mínima;
- restrição de intervalo interjornada (entre uma jornada e outra);
- restrição de turma consolidada.

Para representarmos a restrição de indisponibilidade do professor, adicionamos um novo parâmetro informando que o docente não pode assumir determinada turma. Representaremos este parâmetro por IND_{pt}, que terá valor 1 se o professor $p \in P$ não tem disponibilidade para assumir a turma $t \in T$; e 0 caso contrário. Uma outra alternativa para representar esta restrição seria adicionar um peso negativo no parâmetro e_{pt}, desta forma, evita-se que o modelo fique sem solução devido à adição da restrição de indisponibilidade (caso todos os professores indicassem indisponibilidade para assumir determinada turma), porém, desta forma não poderíamos garantir que o professor não seria atribuído a uma determinada turma para o qual manifestou indisponibilidade.

Para representar a restrição de carga horária noturna mínima, definimos os parâmetros: $Hminnot_p$ para indicar a carga horária semanal mínima do professor $p \in P$ no período noturno; CHN_{ts} para indicar a carga horária noturna semanal da turma $t \in T$ no semestre $s \in S$.

Para representar a restrição de intervalo interjornada , definimos um parâmetro $CF_{t_1\,t_2}$ que informa as disciplinas em conflito, ou seja, $CF_{t_1\,t_2} = 1$ indica que a turma $t_1 \in T$ tem conflito de interjornada com a turma $t_2 \in T$ e, $CF_{t_1\,t_2} = 0$ indica que não há conflito entre as turmas t_1 e t_2.

Por fim, para representar a restrição de turma consolidada, ou seja, previamente alocadas, precisamos adicionar um parâmetro C_{pt} informando as turmas com professores já definidos. Assim, $C_{pt} = 1$ indica que a turma $t \in T$ está consolidada ao professor $p \in P$ e, $C_{pt} = 0$ caso o professor p não tenha a turma t consolidada.

Com base nestas novas restrições, temos a seguinte formulação para o problema:

$$
\begin{aligned}
\text{Maximizar} \quad & \alpha \sum_{\forall p \in P} \sum_{\forall t \in T} e_{pt} x_{pt} - \beta L & & \\
\text{sujeito a} \quad & \sum_{\forall t \in T} HT_{thd} x_{pt} \leq 1 & & \forall p \in P, d \in D, h \in H, \\
& \sum_{\forall p \in P} x_{pt} = 1 & & \forall t \in T, \\
& \sum_{\forall t \in T} \sum_{\forall h \in H} \sum_{\forall d \in D} HT_{thd} x_{pt} \geq Hmin_p & & \forall p \in P, \\
& \sum_{\forall t \in T} \sum_{\forall h \in H} \sum_{\forall d \in D} HT_{thd} x_{pt} \leq Hmax_p & & \forall p \in P, d \in D, h \in H, \\
& \frac{MH}{Hmin_p} \sum_{\forall t \in T} CHS_{ts} x_{pt} \leq L & & \forall p \in P, \\
& \sum_{\forall t \in T} \sum_{\forall s \in S} CHN_{ts} x_{pt} \geq Hminnot_p & & \forall p \in P, \\
& x_{pt_1} + x_{pt_2} \leq 1 & & \forall p \in P, t_1, t_2 \in T \mid t_1 \neq t_2 \text{ e } CF_{t_1\,t_2} = 0, \\
& x_{pt} = 1 & & \forall p \in P, t \in T \mid C_{pt} = 1, \\
& x_{pt} = 0 & & \forall p \in P, t \in T \mid IND_{pt} = 1,
\end{aligned}
\tag{7}
$$

4. Experimentos computacionais e resultados

Separamos os experimentos em duas etapas. Primeiramente comparamos as distribuições obtidas com o Modelo 1 e Modelo 2. Nosso objetivo é verificar se há melhora no balanceamento de carga horária. Posteriormente analisamos o desempenho do Modelo 3 com o uso de quatro *solvers*[1]

[1]Softwares que possuem um conjunto de ferramentas para a resolução de problemas de otimização matemática.

distintos e verificamos qual deles poderiam ser utilizados pelo departamento.
Os dados usados em nossos experimentos refletem a configuração do departamento no ano de 2014 e 2015. Consideramos vinte e nove professores em regime efetivo (com carga horária de aula mínima de 8 horas e máxima de 20 horas semanais) e cinco professores colaboradores (carga horária de aula mínima de 16 horas e máxima de 20 horas semanais). Foram consideradas cento e cinquenta turmas ao todo. O conjunto de preferências dos professores pelas turmas foi gerado de maneira aleatória, definindo-se um conjunto de três disciplinas como preferentes para cada professor.
O equipamento usado para realização dos testes foi um Servidor Linux Ubuntu Precise (12.04.5 LTS) com 125GB de RAM e 25 núcleos em um ambiente virtualizado. O resolvedor para os modelos foi o IBM CPLEX (12.51). O CPLEX é uma opção interessante porque paraleliza a execução do modelo. Isto torna a busca por soluções muito mais eficiente, uma vez que todos os núcleos disponíveis podem ser utilizados no processamento.

4.1. Resultados do balanceamento de carga horária

Para o Modelo 1, foram realizados três testes considerando um conjunto aleatório de preferências para cada professor. Para o Modelo 2, cinco configurações diferentes em combinação com pesos α e β foram consideradas. Para cada configuração, realizou-se os mesmos testes do Modelo 1. Os pesos α e β foram obtidos empiricamente. A Tabela 1 exibe as configurações para os modelos testados.

Tabela 1: Pesos utilizados na execução dos testes

Modelo	$\boldsymbol{\alpha}$	$\boldsymbol{\beta}$
Modelo 1	*	*
Modelo 2	1	1
Modelo 2	50	1
Modelo 2	1	50
Modelo 2	500	1
Modelo 2	1	500

A fim de obter uma métrica da satisfação de cada professor e comparar os dois modelos, usamos um índice $I(p)$ na análise dos resultados. Seja T_p o conjunto das turmas que o professor p possui preferência, o índice $I(p)$ é definido como:

$$I(p) = \frac{\sum_{\forall t \in T} e_{pt} x_{pt}}{\sum_{\forall i \in T_p} e_{pt_i}} \ \forall \mathrm{t} \in T_p.$$

Este índice é dado pela razão entre a soma dos pesos das turmas atribuídas ao docente p e a soma dos pesos das turmas escolhidas por p. Note que $I(p)$ está compreendido entre 0 e 1. Quanto mais próximo de um, maior é a satisfação para o dado professor. Desta forma, dizemos que o professor está totalmente satisfeito caso o resultado seja um, pois ele foi designado a lecionar todas as classes universitárias que ele havia escolhido.
O índice de satisfação médio dos professores é dado por:

$$I = \frac{\sum_{\forall p \in P} I(p)}{|P|},$$

onde $|P|$ é a quantidade de professores no conjunto P.
Os gráficos a seguir resumem as saídas obtidas pela execução dos testes a partir de três medidas: tempo de execução (Figura 1), índice de satisfação médio dos professores (Figura 2), e carga horária média atribuída para cada regime de trabalho (Figura 3).

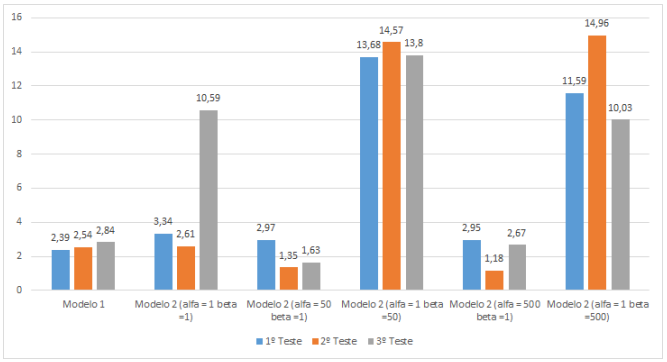

Figura 1: Tempo gasto para a execução (em segundos)

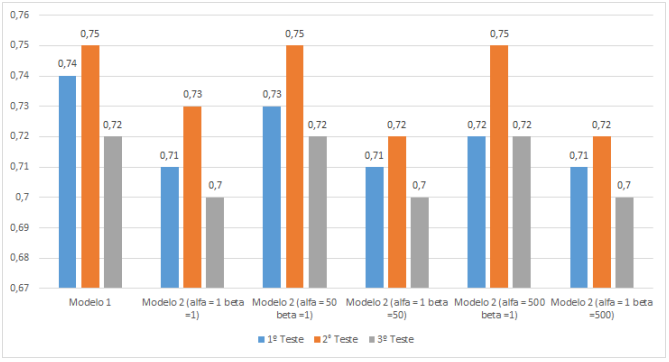

Figura 2: Índice de satisfação

Quanto ao tempo de execução, percebe-se que à medida que aumenta-se o valor de β o tempo computacional também aumenta demostrando um maior esforço para distribuir as turmas de forma equitativa. Embora esse crescimento ocorra, as soluções foram obtidas com um baixo tempo computacional em todos os testes. O maior tempo gasto se deu para $\beta = 500$ com 14,96 segundos para o Modelo 2.
Analisando o índice médio de satisfação da Figura 2, percebe-se que de modo geral os dois modelos apresentaram valores praticamente iguais para todas as configurações de α e β indicando que o custo para a distribuição equitativa não afetou significativamente a satisfação dos docentes. Nota-se que apenas uma pequena redução deste índice, a exemplo de quando os valores de β aumentam de valor.
Para a carga horária média atribuída aos professores (Figura 3), observa-se o efeito da distribuição equitativa apresentada pelo segundo modelo. Isto quer dizer que professores colaboradores foram contemplados com carga horária mais elevada, uma vez que sua carga horária mínima é também maior.
A análise geral dos resultados coloca o segundo modelo como mais bem avaliado, pois mesmo ele apresentando um tempo computacional mais elevado, esta marcação temporal é desprezivel em

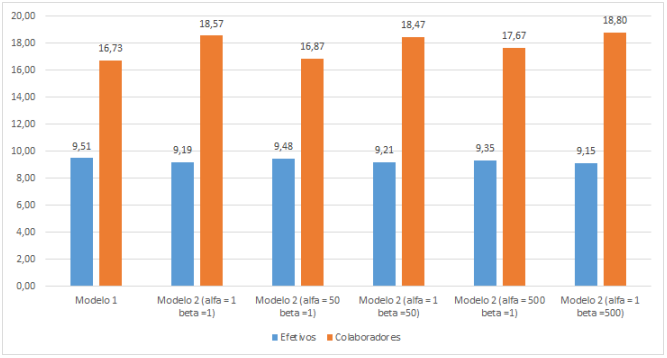

Figura 3: Carga horária média atribuída

vantagem da obtenção do balanceamento da carga horária. É importante ressaltar que soluções ótimas para os modelos foram encontradas em todos os testes realizados.

4.2. Resultados do uso de diferentes *solvers*

Para gerar os arquivos do Modelo 3, foi implementada uma interface em C# para cadastro dos professores, turmas, horários e afins. As preferências dos professores foram geradas de maneira aleatória. Com o objetivo de avaliar o comportamento dos *solvers* em diferentes cenários, consideramos duas representações para cada restrição de carga horária:

- Representação inteira: os horários das aulas são arredondados de forma que todos os valores são apresentados como inteiros.
- Representação em ponto flutuante: os horários das aulas não sofrem arredondamentos e são apresentados em ponto flutuante.

A escolha dos *solvers* utilizados abrange softwares comerciais e não comerciais, a fim de que as duas categorias possam ser devidamente representadas. Para tanto, o CPLEX (desenvolvido pela International Business Machines – IBM) e o GUROBI (desenvolvido pela *Gurobi Otimization*) foram escolhidos como representantes dos comerciais, já que estão entre os mais conhecidos no mercado. O LpSolve e o CBC, por sua vez, foram selecionados para representar os *solvers* não comerciais (ambos são software livre e *open source*), que também estão entre os mais conhecidos nesta categoria.

A Tabela 2 a seguir resume os resultados obtidos.

Tabela 2: Resultados dos tempos de execução (em segundos) considerando os quatro *solvers*.

		Variações de α e β			
		$\alpha = 1$ e $\beta = 1$	$\alpha = 500$ e $\beta = 1$	$\alpha = 1$ e $\beta = 500$	$\alpha = 500$ e $\beta = 500$
Inteiros	CPLEX	2,63	6,34	6,61	5,42
	GUROBI	4,21	8,41	8,22	5,36
	CBC	172,98	timeout	timeout	timeout
	LpSolve	timeout	timeout	timeout	timeout
Pontos flutuantes	CPLEX	6,17	5,89	timeout	8,52
	GUROBI	12,98	9,38	91,74	10,79
	CBC	timeout	timeout	timeout	timeout
	LpSolve	timeout	timeout	timeout	timeout

Os *solvers* CBC e LpSolve não obtiveram um bom resultado na resolução do modelo, dado que não conseguiram apresentar a solução ótima em um tempo aceitável para a maioria dos cenários. Consideramos como timeout um tempo superior a 2 horas de processamento.
O CPLEX obteve, na maioria dos casos, o melhor tempo de execução, porém, não conseguiu solucionar o teste com os parâmetros $\beta = 500$ e $\alpha = 1$ para a representação em ponto flutuante.
O GUROBI solucionou todos os cenários testados, ficando atrás do CPLEX na maioria das vezes por uma pequena diferença de tempo, sendo a maior divergência encontrada de 6,81 segundos. Assim, o GUROBI demonstrou ser uma boa alternativa para resolução dos modelos propostos de alocações de professores.

5. Considerações finais e trabalhos futuros

Este artigo abordadou o problema de alocação de professores em turmas. Foram desenvolvidos três modelos de programação matemática para resolver o problema considerando a realidade do Departamento de Informática da Universidade Estadual de Maringá. De modo geral, os modelos apresentaram resultados relevantes, pois em todos os modelos foi possível obter soluções ótimas em todos os testes.
Embora não tenha sido possível comparar sistematicamente os resultados alcançados neste trabalho científico com a execução manual realizada pelo DIN no período letivo de 2014, a automação e rapidez na geração de escalas que intencionam distribuir os docentes conforme suas disponibilidades reduzem o tempo e o esforço humano empreendidos desnecessariamente, um processo que antes durava dias passa a ser realizado em alguns segundos, tornando os métodos propostos como alternativas viáveis ao problema em questão.
Algumas restrições sugeridas no Modelo 3 aumentam a satisfação de modo indireto, como é o caso da restrição de intervalo interjornada , que visa melhorar a qualidade de vida do professor, proporcionando o devido descanso entre os períodos de trabalho. Este trabalho foi uma primeira abordagem ao PAPT dentro do contexto do DIN. Diversos pontos ainda podem ser explorados, entre eles: verificar se os modelos com instâncias maiores, adicionar restrições para professores que ocupam cargos administrativos impedindo o conflito destes cargos com as turmas atribuídas,permitir que maiores preferências na escolha das turmas sejam atribuídas aos professores conforme o regimento do departamento levando em consideração, por exemplo, titulação, tempo de serviço, quantidade de publicações, etc. Executar testes considerando um número maior de preferências para cada professor. Comparar os resultados obtidos através dos modelos matemáticos com abordagens heurísticas.

Agradecimentos:

Agradecemos ao CNPq (processo processo 315475/2018-8), à CAPES e à Fundação Araucária pelo apoio financeiro.

Referências

Cooper, T. B. e Kingston, J. H. (1996). The complexity of timetable construction problems. In *Selected Papers from the First International Conference on Practice and Theory of Automated Timetabling*, p. 283–295, London, UK, UK. Springer-Verlag. ISBN 3-540-61794-9. URL `http://dl.acm.org/citation.cfm?id=646429.692743`.

Even, S., Itai, A., e Shamir., A. (1976). On the complexity of timetable and multicommodity flow problems. *SIAM Journal on Computing*, 5:691–703.

Ferreira, P. S., Karas, E. W., Palucoski, F. L., Ribeiro, A. A., e Silva, A. L. (2011). Aplicação de programação inteira na distribuição de encargos didáticos em instituições de ensino. *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, 12(2):135–144.

Francisco, D. O. e da Silva, I. N. (2011). Estratégia de otimização baseada em sistemas inteligentes aplicada ao problema de geração de grades horárias. In Barreto, G. d. A. e Costa, J. A. F., editors, *Anais do 10 Congresso Brasileiro de Inteligência Computacional*, p. 1–8, Fortaleza, CE. SBIC.

Freitas, C. C., Guimarães, P. R., Neto, M. C., e Barboza, F. (2007). Uma ferramenta baseada em algoritmos genéticos para a geração de tabela de horário escolar. *SÉTIMA ESCOLA REGIONAL DE COMPUTAÇÃO Bahia-Sergipe. Vitória da Conquista:[sn]*.

Góes, A. R. T., Costa, D. M. B., e Steiner, M. T. A. (2010). Otimização na programação de horários de professores/turmas: modelo matemático, abordagem heurística e método misto. *Sistemas & Gestão*, 5(1):50–66.

Gunawan, A., NG, K. M., e Ong, H. L. (2008). A genetic algorithm for the teacher assignment problem for a university in indonesia. *Information and Management Sciences*, 19(1):1–16. URL http://www.researchgate.net/publication/237502795_A_Genetic_Algorithm_for_the_Teacher_Assignment_Problem_for_a_University_in_Indonesia.

Lara, B. (2007). Alocação de professores em instituições de ensino superior: um modelo matemático para o problema de único campus e para o multicampi. *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 39:1783–1794.

Nelson, J. J., Craddock, I., e Imamura, K. (2013). Academic course scheduling by simulated annealing. *J. Comput. Sci. Coll.*, 29(1):150–156. ISSN 1937-4771. URL http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2527148.2527182.

Nguyen, K., Nguyen, K., Trieu, K., e Tran, N. (2010). Automating a real-world university timetabling problem with tabu search algorithm. In *Computing and Communication Technologies, Research, Innovation, and Vision for the Future (RIVF), 2010 IEEE RIVF International Conference on*, p. 1–6.

Raghavjee, R. e Pillay, N. (2008). An application of genetic algorithms to the school timetabling problem. p. 193–199. URL http://doi.acm.org/10.1145/1456659.1456682.

Santos, H. G., Ochi, L. S., e Souza, M. J. (2005). A tabu search heuristic with efficient diversification strategies for the class/teacher timetabling problem. *J. Exp. Algorithmics*, 10. ISSN 1084-6654. URL http://doi.acm.org/10.1145/1064546.1180621.

Vieira, F. e Macedo, H. (2011). Sistema de alocação de horários de cursos universitários: um estudo de caso no Departamento de Computação da Universidade Federal de Sergipe. *Scientia Plena*, 7 (3).