ESTUDO DE MODELOS SBM PARA REDES DE DUAS ETAPAS SOB UMA PERSPECTIVA DE ALVOS E BENCHMARKS

Camila Guimarães Monteiro de Freitas Alves
Universidade Federal Fluminense / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro
Rua Passo da Pátria, 156, São Domingos, Niterói-RJ / Rua José Breves, 550, Centro, Pinheiral-RJ
camila.freitas@ifrj.edu.br

Lídia Ângulo Meza
Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria, 156, São Domingos, Niterói-RJ
lidia.angulo.meza@gmail.com

RESUMO

Este artigo tem por objetivo fazer um estudo e analisar modelos NSBM (*Network slacks-based measure*) do ponto de vista de benchmarks e alvos. A partir de uma revisão da literatura, observa-se que o enfoque dos modelos NSBM encontra-se na determinação do índice de eficiência e não há uma discussão sobre a definição de alvos e benchmarks. Assim, foram identificadas questões que merecem destaque: definição da eficiência geral e divisional e projeção em um único modelo, determinação das folgas e alvos e definição dos benchmarks. Também foram levantadas questões relacionadas à escolha da orientação, os potenciais conflitos de interesse entre as etapas e os tipos de links dos produtos intermediários. O foco foram processos de dois estágios. Um exemplo numérico foi utilizado para análise e discussão dos modelos apresentados. Desta forma, várias questões foram observadas, como o uso de benchmarks ineficientes, projeção não localizada na fronteira eficiente e determinação de alvos.

PALAVRAS CHAVE. DEA de Rede. DEA de duas etapas. Medida baseada em folgas.

Tópicos. DEA

ABSTRACT

This paper aims to study and analyze NSBM (Network slacks-based measure) models from the point of view of benchmarks and targets. From a literature review, it is observed that the focus of the NSBM models is on the determination of the efficiency index and there is no discussion about the definition of targets and benchmarks. Thus, issues that deserve to be highlighted were identified: definition of general and divisional efficiency and projection in a single model, determination of slacks and targets and definition of benchmarks. Issues related to the choice of orientation, potential conflicts of interest between the steps and the types of links of intermediary products were also raised. The focus was on two-stage processes. A numerical example was used for analysis and discussion of the models presented. Thus, several issues were observed, such as the use of inefficient benchmarks, projection not located on the efficient frontier and target determination.

KEYWORDS. Network DEA. Two stages DEA. Slacks-based measure.

Paper topics. DEA

1. Introdução

A análise envoltória de dados (DEA- *Data Envelopment Analysis*) é uma técnica não paramétrica utilizada para avaliar a eficiência de unidades tomadoras de decisão (DMU – *Decision Making Unit*) que utilizam diversas entradas para produzir variadas saídas. Os dois principais modelos de DEA são o CCR [Charnes et al. 1978] e o BCC [Banker et al. 1984], sob as premissas de retornos constantes e variáveis de escala, respectivamente. Os modelos DEA convencionais consideram as DMUs como processos de produção de estágio único que transformam entradas externas em saídas finais. Entretanto, diversos estudos têm sido desenvolvidos no sentido de avaliar a eficiência considerando-se a estrutura interna das DMUs, nas quais as saídas de algumas etapas, caracterizadas como produtos intermediários, são utilizadas como entradas para outras etapas ou como saídas externas do processo, sendo a técnica DEA para medir a eficiência de sistemas com estrutura de rede chamada de Network DEA (NDEA), a qual pode fornecer informações sobre as fontes específicas de ineficiência do processo organizacional e permitir que a gerência planeje uma ação direcionada, no que [Färe e Grosskopf 1996] referem como a "caixa preta", com as conexões indicando o fluxo de produtos intermediários [Despotis et al. 2016].

Em DEA, existem duas maneiras para medir a eficiência de DMUs: radial e não radial. Os modelos radiais pressupõem mudança proporcional de entradas / saídas e os modelos não radiais lidam com as folgas de cada entrada / saída de forma individual e independente, e as integram em uma medida de eficiência, denominada medida baseada em folgas (SBM - *slacks-based measure*) [Tone 2010].

[Tone e Tsutsui 2009] propuseram um modelo NDEA de medida baseada em folgas que não apenas incorpora os excessos de entrada e deficiências de saída, mas também introduz atividades de ligação interna neste modelo. Entre as muitas aplicações de medição para as quais o NSBM pode ser utilizado, encontra-se a identificação de ineficiências e potencial de melhoria no esforço para manter uma vantagem competitiva sustentável [Lin e Chiu 2013].

A partir de uma revisão da literatura observa-se que nos diferentes modelos de NSBM de duas etapas tem-se observado que o foco destes volta-se para os índices de eficiência, embora o potencial de DEA esteja além. O objetivo principal dos trabalhos está na determinação do índice de eficiência, e não há uma discussão mais aprofundada no que tange a definição de benchmarks e as melhores práticas e a determinação de metas individuais para as DMUs se tornarem eficientes. Não foi encontrado estudo comparando os diversos modelos NSBM nem uma análise do ponto de vista de alvos e benchmarks, nem do ponto de vista teórico nem do ponto de vista prático. Neste sentido, foram identificadas algumas questões que merecem atenção, visto que também é característica da DEA não apenas a análise de eficiência, mas também fontes de ineficiência e informações de alvos e benchmarks [Cooper et al. 2000].

Assim, o objetivo deste artigo é fazer um estudo e analisar os modelos NSBM do ponto de vista de benchmarks e alvos. Enfocam-se os processos com configurações de dois estágios, assumindo que o primeiro estágio transforma entradas externas em medidas intermediárias, que então são usadas como entradas para o segundo estágio que produz as saídas finais.

O artigo está organizado da seguinte forma. Na seção 2 são apresentados brevemente alguns modelos NSBM. Na seção 3 são realizadas considerações a respeito dos modelos NSBM do ponto de vista de alvos e benchmarks. Já na seção 4 são realizadas aplicações dos modelos analisados por meio de um exemplo numérico. Na seção 5 são identificadas questões relacionadas aos modelos NSBM. Por último, têm-se os comentários finais.

2. Modelos NSBM de duas etapas

O modelo SBM (*slacks-based measure*) é um método não radial utilizado para análise de eficiência quando entradas e saídas podem mudar não proporcionalmente. O modelo de network DEA SBM (NSBM) [Tone e Tsutsui 2009] é originário do modelo SBM de [Tone

2001]. O SBM possui algumas características como indicação de eficiência, monotonicidade estrita, invariância de unidade e dependência do conjunto de referência [Tone 2001].

Na tabela 1, que foi elaborada a partir de [Tone e Tsutsui 2009] e [Chen et al 2016], podem ser observados os modelos NSBM de [Tone e Tsutsui 2009] e uma extensão deste modelo proposta pelos autores, além do modelo de medidas intermediárias variáveis (VSBM) de [Chen et al. 2016]. Os modelos NSBM permitem decompor a eficiência geral em eficiências divisionais.

Tabela 1 – Modelos NSBM

Modelo	Orientação	Modelo Matemático para eficiência geral
Modelo network SBM (NSBM) [Tone e Tsutsui (2009)]	Input	$\theta_o^* = \min_{\lambda^k, s_o^{k-}} \sum_{k=1}^{K} w^k \left[1 - \frac{1}{m_k}\left(\sum_{i=1}^{m_k} \frac{s_{io}^{k-}}{x_{io}^k}\right)\right]$ (1) Sujeito a $\mathbf{x}_o^k = \mathbf{X}^k\boldsymbol{\lambda}^k + \mathbf{s}_o^{k-} \quad (k = 1, \ldots, K)$ $\mathbf{y}_o^k = \mathbf{Y}^k\boldsymbol{\lambda}^k - \mathbf{s}_o^{k+} \quad (k = 1, \ldots, K)$ $\mathbf{e}\boldsymbol{\lambda}^k = 1 \quad (k = 1, \ldots, K)$ $\boldsymbol{\lambda}^k \geq \mathbf{0}, \ \mathbf{s}_o^{k-} \geq \mathbf{0}, \ \mathbf{s}_o^{k+} \geq \mathbf{0}, \quad (\forall k)$ (2) E às restrições de ligação que podem ser: "Free" Link $\mathbf{Z}^{(k,h)}\boldsymbol{\lambda}^h = \mathbf{Z}^{(k,h)}\boldsymbol{\lambda}^k. \quad (\forall (k,h))$ (3a) Ou "Fixed" link $\mathbf{z}_o^{(k,h)} = \mathbf{Z}^{(k,h)}\boldsymbol{\lambda}^h \quad (\forall (k,h))$ $\mathbf{z}_o^{(k,h)} = \mathbf{Z}^{(k,h)}\boldsymbol{\lambda}^k. \quad (\forall (k,h))$ (3b)
	Output	$1/\tau_o^* = \max_{\lambda^k, s_o^{k+}} \sum_{k=1}^{K} w^k \left[1 + \frac{1}{r_k}\left(\sum_{r=1}^{r_k} \frac{s_{ro}^{k+}}{y_{ro}^k}\right)\right]$ (4) Sujeito a (2) e (3a) ou (3b)
	Não orientado	$\rho_o^* = \min_{\lambda^k, s_o^{k-}, s_o^{k+}} \frac{\sum_{k=1}^{K} w^k \left[1 - \frac{1}{m_k}\left(\sum_{i=1}^{m_k} \frac{s_{io}^{k-}}{x_{io}^k}\right)\right]}{\sum_{k=1}^{K} w^k \left[1 + \frac{1}{r_k}\left(\sum_{r=1}^{r_k} \frac{s_{ro}^{k+}}{y_{ro}^k}\right)\right]}$ (5) Sujeito a (2) e (3a) ou (3b)
Extensão ao modelo NSBM (Incorpora o fluxo de	Input	$\theta_0^* = \min \sum_{k=1}^{K} w^{k-} \left[1 - \frac{1}{m_k + \sum_{f \in P_k} t_{(f,k)}}\left(\sum_{i=1}^{m_k} \frac{s_{io}^{k-}}{x_{io}^k} + \sum_{f \in P_k} \frac{s_{fo}^{(f,k)-}}{z_{fo}^{(f,k)}}\right)\right]$ (6) Sujeito a (2) e (3c)

links na medida de eficiência) [Tone e Tsutsui (2009)]		$\mathbf{z}_o^{(f,k)} = \mathbf{Z}^{(f,k)}\boldsymbol{\lambda}^k + \mathbf{s}_o^{(f,k)-}$ $\mathbf{Z}^{(f,k)}\boldsymbol{\lambda}^f = \mathbf{Z}^{(f,k)}\boldsymbol{\lambda}^k$ $\mathbf{s}_o^{(f,k)-} \geq \mathbf{0}$ (3c)
	Output	$1/\tau_o^* = \max \sum_{k=1}^{K} w^k \left[1 + \frac{1}{r_k + \sum_{h \in F_k} t_{(k,h)}} \left(\sum_{r=1}^{r_k} \frac{s_{ro}^{k+}}{y_{ro}^k} + \sum_{h \in F_k} \frac{s_{ho}^{(k,h)+}}{z_{ho}^{(k,h)}} \right) \right]$ (7) Sujeito a (2) e (3d) $\mathbf{z}_o^{(k,h)} = \mathbf{Z}^{(k,h)}\boldsymbol{\lambda}^k - \mathbf{s}_o^{(k,h)+}$ $\mathbf{Z}^{(k,h)}\boldsymbol{\lambda}^h = \mathbf{Z}^{(k,h)}\boldsymbol{\lambda}^k$ $\mathbf{s}_o^{(k,h)+} \geq \mathbf{0}$ (3d)
Modelo de medidas intermediá-rias variáveis (VSBM) [Chen et al. 2016]	Não orientado	$\min \quad e_0 = \frac{1 - \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \frac{s_i^-}{x_{i0}}}{1 + \frac{1}{s}\sum_{r=1}^{s} \frac{s_r^+}{y_{r0}}}$ $s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 x_{ij} = x_{i0} - s_i^-, \quad i = 1, 2, \ldots, m,$ $\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^1 z_{dj} = \tilde{z}_{d0}, \quad d = 1, 2, \ldots, D,$ $\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 z_{dj} = \tilde{z}_{d0}, \quad d = 1, 2, \ldots, D,$ $\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^2 y_{rj} = y_{r0} + s_r^+, \quad r = 1, 2, \ldots, s,$ $s_i^-, s_r^+ \geq 0, \quad i = 1, 2, \ldots, m; \quad r = 1, 2, \ldots, s,$ $\lambda_j^1, \lambda_j^2 \geq 0, \quad j = 1, 2, \ldots, n.$ (8)

Nos modelos apresentados na tabela 1, tem-se n DMUs (j=1, ..., n) consistindo de K divisões (k=1, ..., K), sendo que m_k e r_k são os números de inputs e outputs da divisão K, respectivamente. O link de ligação da divisão k para a divisão h é dado por (k, h) e o conjunto de links por L. Os dados observados são $\{ x_j^k \in R_+^{mk} \}$ (j = 1, ..., n; k = 1, ..., K) (recursos de entrada para a DMU_j na divisão K), $\{ y_j^k \in R_+^{rk} \}$ (j = 1, ..., n; k = 1, ..., K) (outputs para a DMU_j na divisão K) e $\{ z_j^{(k,h)} \in R_+^{t(k,h)} \}$ (j = 1, ..., n) ;(k, h) $\in$ L (link dos produtos intermediários da divisão k para a divisão h) onde $t_{(k, h)}$ é o número de itens no link (k, h). $\lambda^k \in R_+^n$ é o vetor de intensidade correspondente a divisão k (k = 1, ..., K). s_o^{k-} (s_0^{k+}) são os vetores de folga de inputs (outputs). w^k é o peso relativo da divisão k. $\sum_{k=1}^{K} w^{k-} = 1$, $w^{k-} \geq 0$ $(\forall\, k)$. P_k é o conjunto de divisões tendo o link (f, k) ∈ L (antecessor da Divisão k) $t_{(f, k)}$ é o número de itens no link. F_k é o conjunto de divisões tendo o link (k, h) ∈ L (sucessor da Divisão k) e $t_{(f, k)}$ é o número de itens no link. Para uma explicação detalhada dos modelos veja [Tone e Tsutsui 2009] e [Chen et al. 2016].

Quanto aos modelos, a diferença entre o modelo de [Chen et al. 2016] e a abordagem em [Tone e Tsutsui 2009] é a definição de eficiência do sistema. Em [Tone e Tsutsui 2009] a eficiência do sistema é definida como a soma ponderada de suas eficiências divisionais. Já o modelo [Chen et al. 2016] define a eficiência do sistema diretamente no nível de todo o sistema

e, além disso, neste modelo não é necessário atribuir pesos às divisões com antecedência, o que não é o caso na definição de eficiência de [Tone e Tsutsui 2009].

3. Análise de alvos e benchmarks nos modelos NSBM

Do ponto de vista de NSBM, várias questões podem ser levantadas:

- A definição da eficiência geral e divisional e projeção em um único modelo.
- A determinação de folgas e, consequentemente, dos alvos.
- A definição dos benchmarks.

3.1. A definição da eficiência geral e divisional e projeção em um único modelo

Segundo [Cantor 2020] uma questão do NSBM é a incapacidade do NSBM original e a maioria de suas extensões de fornecer eficiência geral e divisional e projeção de fronteira em um único modelo DEA de rede. Essa afirmação é corroborada por [Chen et al. 2013] que afirmam que os modelos DEA de rede baseados em envelope, como o modelo NSBM de [Tone e Tsutsui 2009], não representam necessariamente eficiências de divisão, mas sim a eficiência geral. De acordo com [Chen et al. 2016], o estabelecimento da fronteira DEA é uma questão chave para determinar o conjunto de referência e, de acordo com os mesmos, apesar da abordagem de [Tone e Tsutsui 2009] poder produzir DMUs projetadas eficientes, o problema da projeção de fronteira precisa ser estudado para garantir a eficiência do estágio.

Consequentemente, [Chen et al. 2013] recomendaram que, ao desenvolver um modelo de NDEA usando conjuntos de possibilidades de produção, o modelo baseado em envelope seja usado para determinar as projeções de fronteira, enquanto o modelo de multiplicadores seja usado para determinar as eficiências de divisão.

3.2. A determinação de folgas e, consequentemente, dos alvos

Uma questão que precisa ser mais investigada relaciona-se as folgas que determinam diretamente os alvos nos modelos SBM. Segundo [Tone e Tsutsui 2009], embora a eficiência geral seja determinada exclusivamente pela formulação, as folgas não são necessariamente exclusivas, ou seja, únicas, e a eficiência da divisão pode sofrer com o problema de não exclusividade.

[Moreno e Lozano 2014] destacaram que ao realizar a análise de alvos de produtos intermediários, deve ser levado em consideração que essas projeções de produtos intermediários não são únicas, ou seja, há geralmente mais de uma configuração dos pontos de operação dos processos internos que levam aos mesmos alvos de entradas e saídas de todo o sistema.

3.3. A definição dos benchmarks

Um ponto a ser considerado quanto aos benchmarks diz respeito às DMUs possuírem como benchmarks para cada uma das etapas DMUs que não são eficientes. Assim, foi notado no exemplo numérico descrito em [Tone e Tsutsui 2009] para empresas de energia elétrica, o qual considera o modelo NSBM que não leva em consideração as folgas das variáveis intermediárias na função objetivo, free link, orientação a input e retorno VRS, que DMUs têm por referência em determinadas etapas DMUs que não são eficientes nem gerais e nem divisionais. O mesmo foi observado em [Yu 2010]. Assim como em [Tone e Tsutsui 2009], [Yu 2010] não mencionou e nem discutiu o fato de DMUs ineficientes serem tidas como benchmarks.

Neste sentido, cabe destacar que [Tone e Tsutsui 2009] afirmaram que no modelo NSBM para o retorno constante no caso de link livre (free link) pode não haver DMU eficiente em uma das etapas. Uma discussão que poderia ser feita volta-se para o fato de como esta afirmação poderia afetar a determinação de folgas e, consequentemente, dos alvos, e como a fronteira eficiente seria estabelecida.

4. Exemplo numérico

Para demonstrar os problemas mencionados na seção anterior nos modelos de [Tone e Tsutsui 2009], modelo estendido de [Tone e Tsutsui 2009] e modelo de [Chen et al. 2016] foi utilizado um exemplo numérico a partir dos dados experimentais visualizados na tabela 2. Foram consideradas 10 DMUs e uma variável de input, duas variáveis intermediárias e uma variável de output, com configuração de duas etapas.

Tabela 2 – Conjunto de dados experimentais

DMU	Input	Intermediarias		Output
	x1	z1	z2	y1
A	1190	653	2111	2413
B	789	354	410	1234
C	623	896	140	400
D	550	321	785	290
E	2678	30	185	190
F	156	1123	735	359
G	1326	50	1187	2897
H	99	897	369	310
I	2539	180	1326	1211
J	220	2845	963	2891

Primeiramente, o modelo de [Tone e Tsutsui 2009] foi utilizado para avaliar os dados da tabela 2. Neste modelo foram considerados os mesmos pesos para ambas as etapas, iguais a 0,5, lambdas diferentes, retorno constante de escala e orientação a input. A eficiência geral e os $\lambda s>0$ para o conjunto de referência de cada DMU podem ser visualizados na tabela 3, sendo lf os λs do primeiro estágio e fb e fj do segundo, e as colunas com $\lambda s=0$ eliminadas.

Tabela 3 – Eficiência e conjunto de referência do modelo de [Tone e Tsutsui 2009]

DMU	Eficiência	lf	fb	fj
A	0,571	1,092	1,335	0,265
B	0,515	0,160	0,196	0,039
C	0,550	0,405	0,496	0,098
D	0,521	0,145	0,178	0,035
E	0,500	0,014	0,017	0,003
F	0,754	0,508	0,621	0,123
G	0,501	0,023	0,028	0,005
H	0,819	0,406	0,496	0,098
I	0,502	0,081	0,099	0,019
J	0,956	1,287	1,574	0,312

Observa-se que nenhuma DMU foi eficiente geral. Para análise da fronteira do primeiro estágio foram considerados os dois produtos intermediários e um input. Já para a fronteira do segundo estágio, foram escolhidos os dois produtos intermediários, que correspondem aos inputs endógenos dessa etapa, e um output. As fronteiras do primeiro e segundo estágios podem ser visualizadas na figura 1.

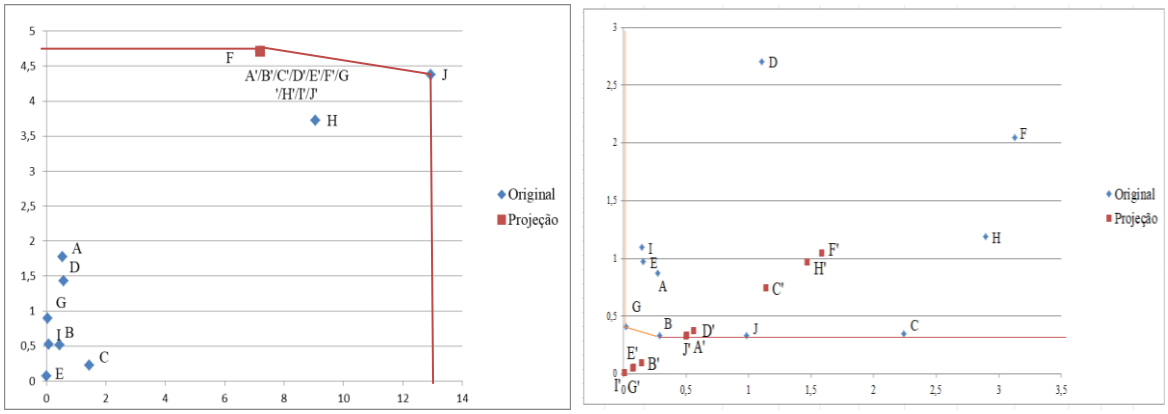

Figura 1 – Fronteira do primeiro e segundo estágios do modelo de [Tone e Tsutsui 2009]

Quanto ao primeiro estágio, a DMU F, que foi benchmark para todas as DMUs no primeiro estágio, de acordo com a tabela 3, está localizada na fronteira eficiente deste estágio. As projeções de todas as DMUs foram definidas no ponto original da DMU F na fronteira eficiente.

Entretanto, no segundo estágio, as DMUs B, E, G e I foram projetadas para fora da fronteira eficiente, sendo que a DMU G estava localizada na fronteira, e as DMUs C, D, F e H também não foram projetadas na fronteira eficiente. Destaca-se que, para o segundo estágio, todas as DMUs tiveram como benchmarks as DMUs B e J, as quais estavam na fronteira.

Quanto aos resultados da aplicação do modelo estendido de [Tone e Tsutsui 2009], orientação a input e retorno constante de escala, as eficiências gerais e os dados dos $\lambda s>0$ para o conjunto de referência encontram-se a na tabela 4.

Tabela 4 – Eficiência e conjunto de referência do modelo estendido de [Tone e Tsutsui 2009]

DMU	Eficiência	la	lf	lg	fb	fg	fj
A	0,812	0,435			0,729	0,522	
B	0,868	0,106	0,254		1		
C	0,771	0,034	0,082		0,324		
D	0,706	0,052			0,088	0,063	
E	0,716			0,066		0,066	
F	0,721		0,162		0,199		0,039
G	1,000			1		1	
H	0,741		0,140		0,171		0,034
I	0,744			0,418		0,418	
J	0,947		1,308		1,599		0,317

Observa-se que apenas a DMU G foi eficiente geral. Nota-se que os benchmarks para as DMUs podem variar de etapa para etapa. Destaca-se que a DMU A não é eficiente geral e nem está localizada na fronteira eficiente do primeiro estágio, de acordo com a figura 2. Entretanto, é benchmark para as DMUs A, B, C e D. A DMU G, que é benchmark para as DMUs E, G e I é eficiente geral mas não está localizada na fronteira. A DMU F, que não é eficiente geral mas está na fronteira do primeiro estágio, é benchmark para B, C, F, H e J. Com relação às DMUs que são benchmarks para a segunda etapa, tem-se B, G, J as quais estão localizadas na fronteira eficiente.

A partir dos alvos definidos pelo modelo, determinou-se a fronteira eficiente e as projeções das DMUs não eficientes, conforme equações (9).

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_o^{k*} &\leftarrow \mathbf{x}_o^k - \mathbf{s}^{k-*} \quad (k = 1, \ldots, K), \\
\mathbf{y}_o^{k*} &\leftarrow \mathbf{y}_o^k + \mathbf{s}^{k+*} \quad (k = 1, \ldots, K). \\
\mathbf{z}_o^{(k,h)*} &\leftarrow \mathbf{Z}^{(k,h)} \boldsymbol{\lambda}^{k*} \quad (\forall (k,h)).
\end{aligned} \tag{9}$$

Os pontos originais e os projetados referentes à primeira e segunda etapas podem ser visualizados na figura 2, respectivamente.

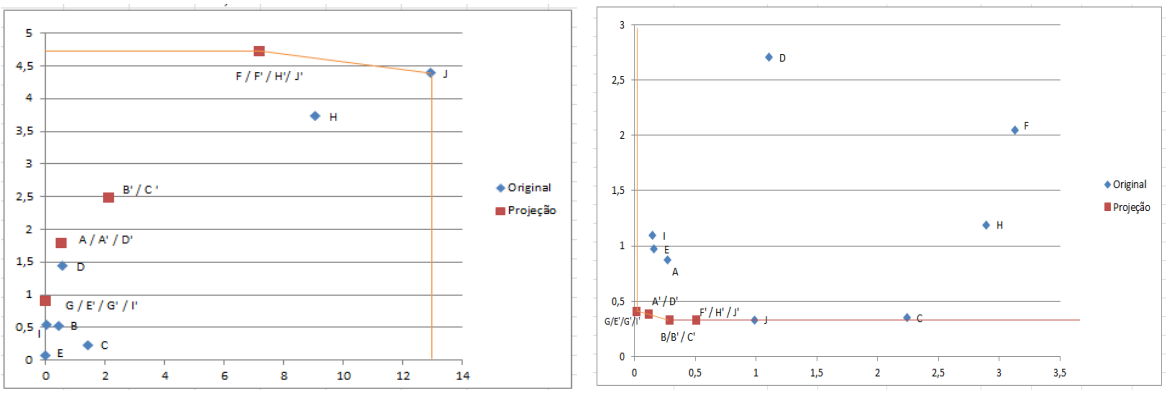

Figura 2–Fronteira do primeiro e segundo estágios do modelo estendido de [Tone e Tsutsui 2009]

Uma questão que merece destaque é o fato de que a DMU G foi considerada eficiente geral, mas não está localizada na fronteira eficiente no primeiro estágio, o que contradiz o teorema 1 de [Tone e Tsutsui 2009], que descreve que uma DMU é globalmente eficiente se e somente se for eficiente para todas as divisões.

No que tange as projeções no primeiro estágio, observa-se que as DMUs A, B, C, D, E, G, I não foram projetadas na fronteira eficiente do primeiro estágio. Apenas as DMUs F, H, J foram projetadas na fronteira, sendo que as DMUs F e J já estavam na fronteira. Entretanto, a DMU G, que foi eficiente geral e é sua própria referência para ambos os estágios, não se encontra na fronteira eficiente e nem foi projetada na mesma. Destaca-se que as DMUs A, B, C, D e I consideraram como benchmarks DMUs que não estão localizadas na fronteira e as DMUS E, G e I consideraram com benchmark a DMU G, que apesar de eficiente não está localizada na fronteira do primeiro estágio. Observa-se que as DMUs que não foram projetadas na fronteira no primeiro estágio tiverem como benchmarks DMUs que também não estavam localizadas na fronteira. Portanto, pode-se considerar que a definição de benchmarks e projeção na fronteira no modelo estendido NSBM de [Tone e Tsutsui 2009] carece de melhor análise.

Voltando-se para o segundo estágio, todas as DMUs foram projetadas na fronteira eficiente. Nesta orientação, os inputs do primeiro e do segundo estágios são modificados como esperado, sendo que os outputs do segundo estágio permaneceram constantes. No segundo estágio percebe-se uma projeção na fronteira eficiente, o que não aconteceu no primeiro estágio.

O terceiro modelo analisado foi o de [Chen et al. 2016]. Considerando-se a orientação a input e retorno CRS, destaca-se que a eficiência geral foi menor do que no modelo de [Tone e Tsutsui 2009] e do que em seu modelo estendido e houveram mudanças nos benchmarks, conforme tabela 5.

Tabela 5 – Eficiência e conjunto de referência do modelo de [Chen et al. 2016]

DMU	Eficiência	lf	fb	fj
A	0,143	1,091	1,335	0,264
B	0,110	0,558	0,682	0,135
C	0,045	0,180	0,221	0,043
D	0,037	0,131	0,160	0,031
E	0,005	0,085	0,105	0,020
F	0,162	0,162	0,198	0,039
G	0,154	1,310	1,602	0,317
H	0,220	0,140	0,171	0,034
I	0,034	0,547	0,670	0,132
J	0,927	1,307	1,599	0,317

A DMU F encontra-se na fronteira do primeiro estágio e as DMUs B e J encontram-se na fronteira eficiente do segundo estágio, conforme figura 3.

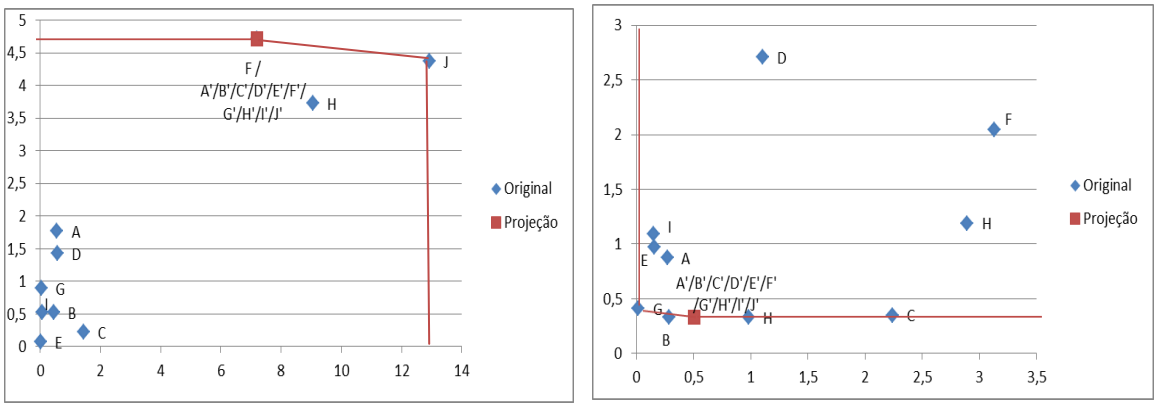

Figura 3 – Fronteira do primeiro e segundo estágios do modelo de [Chen et al. 2016]

No primeiro estágio, todas as DMUs foram projetadas na fronteira eficiente e no mesmo ponto, que corresponde ao ponto dos dados originais da DMU F. Assim como no primeiro estágio, no segundo estágio todas as DMUs foram projetadas na fronteira eficiente e no mesmo ponto.

Um ponto a ser discutido no modelo de [Chen et al. 2016] versa sobre o fato de todas as DMUs terem sido projetadas em um mesmo ponto. Além disso, as eficiências gerais foram bem menores do que as encontradas pelo modelo original e estendido de [Tone e Tsutsui 2009]. Destaca-se que, diferentemente do modelo estendido de [Tone e Tsutsui 2009], o modelo de [Chen et al. 2016] não considera as folgas das intermediárias na função objetivo.

Portanto, sugere-se analisar e/ou propor outros desenvolvimentos potenciais do NSBM para dois estágios derivados das observações realizadas nas questões levantadas.

5. Outras questões a serem discutidas

Além dos problemas observados nas seções anteriores e os que surgiram ao longo dos resultados, existem outras questões a serem discutidas.

No que tange à orientação, uma questão a ser pensada do ponto de vista conceitual diz respeito a adotar a mesma orientação para ambas às etapas. Neste contexto, podem existir conflitos potenciais entre as duas etapas decorrentes das medidas intermediárias. Ou seja, a segunda etapa pode ter que reduzir seus insumos (medidas intermediárias), no caso de uma orientação a input, a fim de alcançar um status "eficiente". Tal ação, no entanto, implicaria uma redução nas saídas do primeiro estágio, reduzindo assim a eficiência desse estágio. Já em uma orientação a output, ocorreria o contrário, o primeiro estágio maximizaria suas saídas o que, consequentemente, aumentaria as entradas do segundo estágio. Ou seja, pode-se observar uma peculiaridade dos modelos DEA de dois estágios resultante da natureza conflitante das medidas intermediárias. Do ponto de vista numérico, se uma orientação a input é assumida, novos níveis de entradas exógenas e medidas intermediárias são gerados, enquanto os níveis originais de saídas são mantidos. Dessa forma, assumindo uma orientação a output, novos níveis de saídas exógenas e medidas intermediárias são obtidos mantendo-se os níveis originais de entrada. Assim é necessário analisar também a orientação dos diferentes estágios da rede para que, quando os mesmos sejam considerados com a mesma importância, não seja priorizado um em detrimento do outro devido as variáveis intermediárias em conflito. Destaca-se que os níveis das medidas intermediárias nestes dois casos diferem.

Quanto aos produtos intermediários, diferentes maneiras de modelá-los resultam em modelos diferentes e [Kao 2018] os classifica em três tipos, independente, relacional e cooperativo, sendo que o tipo cooperativo é dividido em aquele em que a meta é definida no nível atual e aquele em que a meta é determinada de maneira ideal. Analisando as diversas maneiras de tratar os produtos intermediários, [Kao 2018] afirma que o tipo independente mede a eficiência do sistema tratando as divisões como unidades independentes, ignorando as relações entre as divisões vinculadas pelos produtos intermediários e, por isso, não é adequado para medir a eficiência de sistemas de rede. Quanto ao tipo relacional, o autor destaca que este exige que a quantidade de cada produto intermediário produzido pelas divisões fornecedoras seja maior ou igual àquela utilizada pelas divisões demandantes. Com isso, pode ser produzida uma quantidade excessiva, resultando em desperdício no sistema, não sendo adequado para avaliação interna das DMUs. Como resultado, as eficiências de divisão podem ser maiores que um, com as divisões correspondentes sendo supereficientes. [Kao 2019] denominou este caso de não cooperativo. Além do caso não cooperativo, [Kao 2019] citou o caso cooperativo para sistemas com base nas medidas baseadas em folgas, no qual os produtos intermediários produzidos pela divisão k devem ser iguais aos usados pela divisão $k + 1$, não havendo desperdício, sendo, portanto, o mais adequado para avaliações internas. Quando as duas divisões cooperam entre si para produzir e consumir a mesma quantidade, têm-se o caso cooperativo [Kao 2018]. Isso é conhecido como condição de continuidade em [Tone e Tsutsui 2009].

Diversos estudos seguiram a ideia de continuidade de [Tone e Tsutsui 2009] para desenvolver modelos NSBM, como [Chen et al. 2016], [Cui e Li 2016] e [Lu et al. 2016]. A ideia de continuidade proposta por [Tone e Tsutsui 2009] pode ser dividida em dois casos, discricionários e não discricionários ou, conforme os autores, free e fixed link, respectivamente. O "free" Link (link livre) considera que as atividades de ligação são determinadas livremente (discricionárias), mantendo continuidade entre entrada e saída. De acordo com [Hassanzadeh e Mostafaee 2019], no link livre o valor ótimo do link é determinado pelo modelo, fora do controle das etapas. Já no "fixed" link (link fixo) as atividades de vinculação são mantidas inalteradas (não discricionárias) e o valor enviado pela etapa anterior será integralmente utilizado pela etapa seguinte, como no link livre [Tone e Tsutsui 2009]. Neste caso, os valores do link são considerados fixos em seus valores atuais [Hassanzadeh e Mostafaee 2019].

[Hassanzadeh e Mostafaee 2019] identificaram seis cenários associados ao conceito de controle de ligação através de diferentes estágios os quais ajudam a calcular produtos intermediários de destino em NDEA. Esses cenários são: (1) Controle do link pelo estágio anterior; (2) Controle de link no próximo estágio; (3) Controle de link por ambos os estágios (abordagem não cooperativa); (4) Controle do link por ambos os estágios (abordagem cooperativa); (5) Nenhum estágio controla o link (abordagem cooperativa); e (6) Nenhum estágio controla o link (abordagem não cooperativa). Os cenários de controle de link por ambos os estágios (cooperativa) e controle de link por nenhum estágio (cooperativa) foram levantados respectivamente sob os títulos de link livre e fixo por [Tone e Tsutsui 2009].

Segundo [Chen et al. 2016], das medidas intermediárias de [Tone e Tsutsui 2009], os modelos baseados no caso do link livre podem produzir projeções de fronteira eficientes e abordar conflitos potenciais entre os dois estágios. Em contraste, os modelos desenvolvidos para o caso do link fixo não podem garantir que a fronteira DEA seja eficiente e nem podem resolver conflitos potenciais. No entanto, [Chen et al. 2016] apenas provaram que o caso do link fixo não resolve os conflitos entre as variáveis intermediárias, mas não demonstraram que o caso do link livre resolve tais conflitos, apesar da afirmação descrita.

Cabe destacar também que o fato do modelo de [Chen et al. 2016] ter projetado todas as DMUs para um único ponto pode ter levado às mesmas a terem uma baixa eficiência.

Outra questão, conforme [Chen et al. 2016], versa sobre o modelo na forma de envelope não ser adequado para investigar potenciais conflitos. Por isso, os mesmos propuseram a partir do modelo de envelope um modelo na forma de multiplicador. Neste sentido, para resolver o

problema dos conflitos potenciais que podem surgir das medidas intermediárias entre os dois estágios, [Kao e Hwang 2008], [Liang et al. 2008], [Chen et al. 2016] e [Cantor 2020] afirmaram que o peso associado a qualquer medida intermediária no modelo multiplicador deve ser o mesmo, independentemente de ser considerada como a saída de um estágio ou a entrada de outro.

6. Comentários finais

Neste artigo foram apresentadas algumas questões dos modelos NSBM de duas etapas do ponto de vista que vai além da determinação do índice de eficiência, tendo em vista que o objetivo foi fazer um estudo e analisar os modelos NSBM do ponto de vista de benchmarks e alvos. Embora os modelos NSBM sejam muito utilizados, não tem havido uma análise crítica destes para além do índice de eficiência, principalmente do enfoque de alvos e benchmarks.

Observou-se que os diferentes modelos diferiram na inclusão das variáveis intermediárias no modelo. No entanto, do ponto de vista de alvos e benchmarks não se tem estudado as contribuições das diferentes maneiras de inclusão dessas variáveis dentro do modelo e os diversos tipos de link, nem do ponto de vista teórico nem do ponto de vista prático. A inclusão de fluxos de link na função objetivo possibilita determinar um índice de eficiência que leva em conta a existência de folgas, inclusive nas variáveis intermediárias. O contexto é válido, no entanto, tem-se observado que não há uma discussão sobre essa extensão do modelo nem uma análise dos possíveis conflitos que isto pode gerar. Além disso, é necessário analisar a determinação de benchmarks e alvos para as unidades se tornarem eficientes.

Desta forma, várias questões puderam ser levantadas para discussões mais aprofundadas: o uso de benchmarks ineficientes, projeção na fronteira, determinação de folgas para as variáveis intermediárias, definição de eficiência geral e divisional, escolha da orientação, definição do tipo de link a ser utilizado, inclusão dos fluxos de link na medida de eficiência e os conflitos potenciais entre as duas etapas.

Além disso, para trabalhos futuros, para os casos em que foi observado que os alvos não foram projetados na fronteira, será verificado se uma segunda avaliação com os alvos fornecidos pelos modelos fornece projeções eficientes, isto é, na fronteira. Além disso, sugere-se também realizar um estudo e discussão contemplando maior número de variáveis.

Referências

Banker, R. D., Charnes, A. e Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical scale ineficiencies in data envelopment analysis. *Management Science,* 30:1078-1092.

Cantor, V. J. e Poh, K. L. (2020) . Efficiency measurement for general network systems: a slacks-based measure model. *Journal of Productivity Analysis,* 54: 43–57.

Charnes, A., Cooper, W. W. e Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, 2:429-444.

Chen, Y., Cook, W. D., Kao, C. e Zhu, J. (2013). Network DEA pitfalls: Divisional efficiency and frontier projection under general network structures, *European Journal of Operational Research*, 226: 507-515.

Chen, Y., Cook, W. D., Kao, C. e Zhu, J. (2014). Two stage network processes: DEA Frontier Identification. In: COOK, Wade D.; ZHU, Joe. *Data envelopment analysis: A handbook on the modeling of internal structures and network*. Springer, USA.

Chen, Y. et al (2016). Frontier projection and efficiency decomposition in two-stage processes with slacks-based measures. *European Journal of Operational Research*, 250: 543-554.

Cooper, W.W.; Seiford, L.M. & Tone, K. (2000). *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*. Kluwer Academic Publishers, USA.

Cui, Q. e Li, Y. (2016). Airline energy efficiency measures considering carbon abatement: A new strategic framework. *Transportation Research Part d-Transport and Environment*, 49: 246-258.

Despotis, D. K., Koronakos, G. e Sotiros, D.(2016). The "weak-link" approach to network DEA for two-stage processes. *European Journal of Operational Research*, 254: 2481-492.

Fare, R. e Grosskopf, S. (1996). *Intertemporal production frontiers: with dynamic DEA*. Kluwer Academic Publishers, Boston.

Hassanzadeh, A. e Mostafaee, A. (2019). Measuring the efficiency of network structures: Link control approach. *Computers & Industrial Engineering*, 128: 437-446.

Kao, C. (2018). A classification of slacks-based efficiency measures in network data envelopment analysis with an analysis of the properties possessed. *European Journal of Operational Research*, 270: 1109-1121.

Kao, C. e Hwang, S-N. (2008). Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: an application to non-life insurance companies in Taiwan. *European Journal of Operational Research*, 185: 418–429.

Kao, C. (2019). Inefficiency identification for closed series production systems. *European Journal of Operational Research*, 275: 599-607.

Liang, L., Cook, W. D. e Zhu, J. (2008). DEA models for two-stage processes: game approach and efficiency decomposition. *Naval Research Logistics* , 55: 643–653.

Lin, T. Y. e Chiu, S. H. (2013). Using independent component analysis and network DEA to improve bank performance evaluation. *Economic Modelling*, 32: 608-616.

Lu, W.M., Kweh, Q. L., Nourani, M. e Huang, F.W. (2016). Evaluating the efficiency of dual-use technology development programs from the R&D and socio-economic perspectives. *Omega*, 62: 82-92.

Moreno, P. e Lozano, S. (2014). A network DEA assessment of team efficiency in the NBA. *Ann Operational Research*,214: 99–124.

Tone, K. (2001). A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis, European *Journal of Operational Research*, 130: 498–509.

Tone, K. e Tsutsui, M. (2009). Network DEA: A slacks-based measure approach. *European Journal of Operational Research*, 197: 243–252.

Tone, K. e Tsutsui, M. (2010). Dynamic DEA: a slacks-based measure approach. *Omega*, 38: 145– 156.

Yu, M. M. (2010). Assessment of airport performance using the SBM-NDEA model. *Omega*, 38: 440-452.