HEURÍSTICAS DE FACTIBILIZAÇÃO PARA A RELAXAÇÃO SURROGATE DO PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES EM FUNDIÇÕES DE PEQUENO PORTE

Iago Pinheiro de Freitas
Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)
Rodovia Washington Luís, km 235, São Carlos – SP
iago.f6998@gmail.com

Victor Claudio Bento Camargo
Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)
Rodovia Washington Luís, km 235, São Carlos – SP
victorcbc@gmail.com

RESUMO

A indústria de fundição de pequeno porte, importante setor de transformação, apresenta como desafio o planejamento e o controle da produção. Um dos modelos da literatura busca sequenciar as ligas metálicas que devem ser fundidas e determinar o tamanho dos lotes a serem produzidos a fim de atender os pedidos demandados. Dada a difícil resolução computacional do modelo matemático, a literatura propõe uma relaxação do tipo *Surrogate*, mas que não garante necessariamente uma solução factível. Assim, este trabalho propõe duas formas para factibilizar as soluções da relaxação: uma heurística *fix-and-optimize* e outra baseada no problema clássico da mochila. Bons resultados foram obtidos com as instâncias da literatura, em que a união da relaxação com as heurísticas permite encontrar boas soluções factíveis e em tempo computacional viável.

PALAVRAS-CHAVE. Dimensionamento de Lotes, Fix-and-optimize, Problema da Mochila.

TÓPICOS. Pesquisa Operacional, Heurísticas.

ABSTRACT

The small foundry industry, an important processing industry, presents as a challenge the production planning and control. One of the literature models aims to schedule the alloys that must be melted and determine the lot size to be produced in order to meet the demanded orders. Given the hard computational resolution, the literature proposes a Surrogate relaxation, but it does not necessarily guarantee a feasible solution. Thus, this work proposes two ways to make feasible the relaxation solutions: a fix-and-optimize heuristic and another one based on the classical knapsack problem. Promising results were obtained with literature instances, in which the union of relaxation and the heuristics allows finding feasible solutions in feasible computational time.

KEYWORDS. Lot Sizing. Fix-and-optimize. Knapsack Problem.

PAPER TOPICS. Operational Research. Heuristics.

1. Introdução

A indústria de fundição de pequeno porte é um importante setor de transformação que produz itens e peças fundidas para diversas outras empresas e indústrias. Entre os desafios das fundições está o planejamento e o controle de produção com o objetivo de sequenciar e dimensionar os lotes a serem produzidos a partir de uma extensa carteira de pedidos.

[Furtado et al. 2019] propõem um modelo matemático de dimensionamento e sequenciamento de lotes denominado 4P2. O modelo visa programar a produção de uma fundição de pequeno porte. A indústria deve determinar qual liga metálica (matéria-prima) fundir em cada uma das fornadas disponíveis nos períodos do horizonte de planejamento e, a partir dessas ligas, determinar quais e quantos itens produzir nos moldes a fim de atender a carteira de pedidos.

Como o modelo 4P2 mostrou-se de difícil resolução computacional, [Alves 2019] propõe uma relaxação do tipo *Surrogate* chamada MRPP a fim de facilitar a resolução do problema. A relaxação obtém resultados de qualidade e de forma veloz, mas agrega a produção e apresenta um problema de infactibilidade das soluções. [Alves 2019] também propõe uma heurística própria para factibilizar as soluções da relaxação.

Assim, com o objetivo de gerar planos de produção factíveis, de qualidade e em tempos de execução viáveis, propõe-se no trabalho duas heurísticas para factibilizar as soluções da relaxação MRPP: uma heurística *fix-and-optimize* e outra derivada do problema clássico da mochila. As heurísticas propostas foram aplicadas computacionalmente e comparadas com a heurística de [Alves 2019] e com o modelo original 4P2. Resultados satisfatórios foram obtidos.

2. Modelagem do Problema da Fundição

O modelo proposto e denominado 4P2 por [Furtado et al. 2019] busca minimizar o custo de atrasos dos pedidos a serem fabricados na fundição. A partir do modelo, obtém-se a programação da produção a partir da sequência de ligas metálicas a serem fundidas nas fornadas durante o horizonte de planejamento e definindo quais e quantos itens produzir com base nessas ligas. O grande enfoque do modelo, diferente dos demais da literatura, é a produção com foco nos pedidos. Um pedido possui diversos itens de pesos e quantidades diferentes que só é dado por completo quando toda a sua demanda for produzida. A seguir, apresenta-se o modelo 4P2:

Índices	
$k = 1, \dots, K$	Tipos de ligas
$i = 1, \dots, NP$	Pedidos
$j = 1, \dots, N$	Itens pertencentes aos pedidos
$\eta = 1, \dots, L_T$	Subperíodos de tempo (fornadas); L_T é a última fornada do último período
$t = 1, \dots, T$	Períodos de tempo (dias)
F_t	Primeiro subperíodo do período t ($F_1 = 1$)
L_t	Último subperíodo do período t
Parâmetros de entrada	
NS	Número de subperíodos em cada período t
cap	Capacidade do forno em uma única carga (kg)
a_{ji}	Quantidade de itens j demandada pelo pedido i
ρ_j	Peso unitário bruto do item j (kg)
d_{it}	$d_{it} = 1$ se o pedido i deve ser entregue no período t; $d_{it} = 0$, caso contrário
hp_{it}^{-}	Custo por atrasar a entrega do pedido i no período t
h_{jT}^{+}	Custo por estocar um item j no último dia do período de planejamento T
Conjuntos	
$S(i)$	Conjunto de itens j que pertencem ao pedido i
$L(k)$	Conjunto de itens j que podem ser produzidos a partir da liga k

Variáveis de decisão	
$X_{j\eta}$	Quantidade do item j a ser produzida no subperíodo η
I_{jt}^{+}	Quantidade estocada do item j no período t
Y_{η}^{k}	$Y_{\eta}^{k} = 1$ se o forno é preparado para produzir a liga k no subperíodo η; $Y_{\eta}^{k} = 0$, caso contrário
XP_{it}	$XP_{it} = 1$ se o pedido i for concluído no período t; $XP_{it} = 0$, caso contrário
IP_{it}^{+}	$IP_{it}^{+} = 1$ se o pedido i é estocado do período t para o período $t+1$; $IP_{it}^{+} = 0$, caso contrário
IP_{it}^{-}	$IP_{it}^{-} = 1$ se o pedido i está atrasado no período t; $IP_{it}^{-} = 0$, caso contrário

$$Minimize \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NP} hp_{it}^{-} IP_{it}^{-} - \sum_{j=1}^{N} h_{jT}^{+} I_{jT}^{+} \qquad (2.1)$$

$$Sujeito\ a$$

$$I_{j,t-1}^{+} + \sum_{\eta=F_t}^{L_t} X_{j\eta} = I_{jt}^{+} + \sum_{\substack{i=1,\\ j\in S(i)}}^{NP} a_{ji} XP_{it}, \qquad \forall j, \forall t \qquad (2.2)$$

$$IP_{i,t-1}^{+} - IP_{i,t-1}^{-} + XP_{it} = d_{it} + IP_{it}^{+} - IP_{it}^{-}, \qquad \forall i, \forall t \qquad (2.3)$$

$$\sum_{j\in L(k)} \rho_j X_{j\eta} \le cap Y_{\eta}^{k}, \qquad \forall \eta, \forall k \qquad (2.4)$$

$$\sum_{k=1}^{K} Y_{\eta}^{k} \le 1, \qquad \forall \eta \qquad (2.5)$$

$$\sum_{\eta=F_1}^{L_T} X_{j\eta} \le \sum_{i=1}^{NP} a_{ji}, \qquad \forall j \qquad (2.6)$$

$$\sum_{k=1}^{K} Y_{\eta}^{k} \ge \sum_{k=1}^{K} Y_{\eta+1}^{k}, \qquad \forall \eta \in N(t)\backslash L_t \qquad (2.7)$$

$$Y_{\eta}^{k} \in \{0,1\}, \qquad \forall \eta, \forall k \qquad (2.8)$$

$$X_{j\eta} \ge 0\ e\ inteira, \qquad \forall j, \forall \eta \qquad (2.9)$$

$$I_{jt}^{+} \ge 0, \qquad \forall j, \forall t \qquad (2.10)$$

$$XP_{it}, IP_{it}^{+}, IP_{it}^{-} \in \{0,1\}, \qquad \forall i, \forall t \qquad (2.11)$$

A função objetivo (2.1) possui duas parcelas: a primeira busca minimizar o custo de atraso dos pedidos, enquanto a segunda incentiva o estoque apenas para o último período do horizonte de planejamento. As restrições (2.2) garantem o balanço de estoque dos itens, enquanto as restrições (2.3) o balanço de estoque dos pedidos. As restrições (2.4) limitam a quantidade produzida em cada subperíodo pela capacidade do forno, que é o gargalo produtivo. As restrições (2.5) garantem que apenas uma liga metálica seja fundida por subperíodo. As restrições (2.6) limitam a produção de cada item no horizonte de planejamento pelo total demandado nos pedidos. As restrições (2.7) buscam evitar sequências simétricas. Por fim, as restrições de (2.8) até (2.11) representam o domínio das variáveis de decisão.

3. Relaxação *Surrogate* e o Problema de Infactibilidade

[Alves 2019] propõe uma relaxação *Surrogate* do modelo 4P2 de [Furtado et al. 2019]. O modelo é chamado de "Modelo Relaxado para o Planejamento de Pedidos", MRPP.

A relaxação proposta é do tipo *Surrogate*, que busca substituir algumas restrições do modelo original por restrições novas que tornem o modelo mais fácil de ser resolvido. As novas restrições são conhecidas como "restrições *Surrogate*" e são uma combinação linear não negativa das restrições do modelo original. [Alves 2019] aplica a relaxação para as restrições de capacidade do forno (2.4) do modelo 4P2. Assim, o modelo MRPP substitui a variável Y_η^k (que indica se a fornada η é preparada para fundir a liga k) pela variável T_{kt} (que indica o número de preparações de fornadas para a liga k no período t). Essa mudança de variáveis resulta em um novo conjunto de restrições e [Alves 2019] prova matematicamente que o conjunto original de restrições está contido dentro do novo conjunto.

Assim, o modelo MRPP deixa de abordar os subperíodos η e passar a focar apenas nos períodos t, reduzindo o tamanho do problema. A variável de decisão para produzir os itens, $X_{j\eta}$ (produção do item j na fornada η), passar a ser X_{jt} (produção do item j no período t), agregando a produção e não sequenciando as ligas. Outra mudança significativa é a ausência da variável IP_{it}^+ (que indica se o pedido i é estocado entre os períodos t), pois, na prática, ao se completar um pedido, ele é considerado finalizado e pronto para ser entregue, ou seja, não é estocado.

Portanto, as principais mudanças em relação ao modelo 4P2, além das já descritas, são as restrições (2.4) do modelo 4P2 que se tornam as restrições *Surrogate* (3.1). As restrições (2.5) também se adaptam para as restrições (3.2).

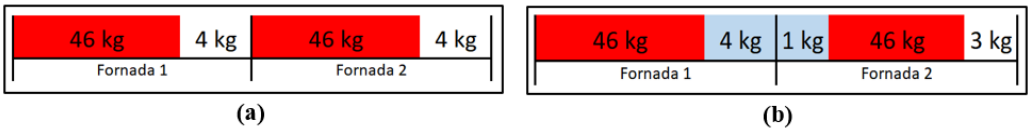
$$\sum_{j \in L(k)} \rho_j X_{jt} \leq cap\, T_{kt}, \quad \forall k, \forall t \qquad (3.1)$$

$$\sum_{k=1}^{K} T_{kt} \leq NS, \quad \forall t \qquad (3.2)$$

Porém, as soluções obtidas pelo modelo relaxado MRPP não garantem a factibilidade para o modelo 4P2. O problema se encontra na definição da variável T_{kt}, que indica o número de preparações de fornadas para a liga k no período t. Dessa forma, T_{kt} une várias fornadas como se fossem uma só, permitindo que um mesmo item seja produzido em mais de uma fornada.

No exemplo da Figura 1, busca-se produzir dois itens de 46 kg cada e um item de 5 kg (todos da mesma liga metálica) a partir de duas fornadas com capacidade de 50 kg cada. Em (a), a solução do modelo 4P2 indica a produção de um item de 46 kg para cada fornada, não havendo mais espaço para produzir o item de 5 kg, pois seu peso deve estar contido completamente dentro de uma mesma fornada. Em (b), a solução relaxada indica $T_{kt} = 2$, de modo a considerar uma única fornada de 100 kg ao invés de duas fornadas individuais. Logo, consegue-se produzir todos os itens, mas de forma infactível (o item de 5 kg está contido entre as fornadas).

Figura 1 – Exemplo de solução para o modelo 4P2 (a) e MRPP (b)



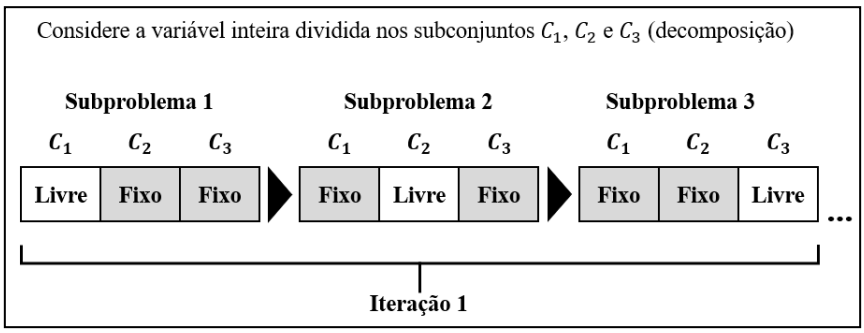
Fonte: [Alves 2019].

Identificando a infactibilidade das soluções, [Alves 2019] propõe uma heurística própria para factibilizar as soluções do MRPP, que foi replicada e testada a fim de comparar com as heurísticas propostas no presente trabalho. A ideia de factibilizar a solução é transformar as soluções do modelo MRPP (X_{jt} e T_{kt}) em um plano de produção aceito pelo modelo original 4P2 ($X_{j\eta}$ e Y_η^k). Ou seja, deve-se sequenciar a produção em fornadas individuais de determinada liga e distribuir os itens a serem produzidos entre essas fornadas, desagregando a produção.

4. Heurística *Fix-and-optimize*

Segundo [Helber e Sahling 2010], uma heurística *fix-and-optimize* é caracterizada pela divisão de um modelo original (problema) em diversos submodelos (subproblemas). A heurística, iterativamente, executa cada um dos subproblemas por meio de um resolvedor MIP (Programação Inteira Mista), como o CPLEX. Para cada subproblema, otimiza-se todas as variáveis reais e apenas uma parte das variáveis inteiras, enquanto as demais ficam fixadas em um determinado valor. Assim, o resultado de um subproblema serve de solução para o próximo subproblema, em que um novo conjunto de variáveis inteiras será otimizado. Dessa maneira, para cada subproblema, as variáveis inteiras sempre estarão divididas em dois conjuntos: as fixadas e as livres para serem otimizadas. A Figura 2 ilustra essa ideia.

Figura 2 – Esquema da execução iterativa de uma heurística *fix-and-optimize*



Fonte: adaptado de [Lang e Shen 2011].

[James e Almada-Lobo 2011] reforçam que são as variáveis inteiras as que consomem maiores recursos computacionais durante a execução e, por isso, os subproblemas surgem como um recurso que facilita a execução do problema original em menor tempo, pois possuem bem menos variáveis inteiras a serem otimizadas. Quanto maior a quantidade de variáveis inteiras livres para serem otimizadas, melhor tender a ser a qualidade da solução final encontrada, mas maior será o gasto computacional. Por outro lado, quanto menor o conjunto de variáveis inteiras a serem otimizadas, mais rápido ocorre o processamento, mas pior tende a ser a qualidade da solução. Para o problema da fundição, foca-se a heurística *fix-and-optimize* nas variáveis $X_{j\eta}$. As variáveis Y_η^k são obtidas diretamente a partir de T_{kt} e permanentemente fixadas (por exemplo, se $T_{kt} = 2$, define-se 2 fornadas η da liga k no período t).

A decisão de como as variáveis inteiras são escolhidas para serem fixadas e liberadas para a otimização depende das características do problema original e é chamada de decomposição. A partir de testes, definiu-se duas decomposições: por período e por liga, que podem ser executadas de forma independente ou em sequência.

- **Decomposição por período:** libera-se para otimizar, a cada subproblema, as variáveis $X_{j\eta}$ relacionadas com um determinado período t. Assim, cada iteração corresponde a executar T subproblemas, um para cada período t do horizonte de planejamento;
- **Decomposição por liga:** libera-se para otimizar, a cada subproblema, as variáveis $X_{j\eta}$ relacionadas com uma determinada liga k (ou seja, quando $Y_\eta^k = 1$). Assim, cada iteração corresponde a executar K subproblemas, um para cada liga k.

Como os subproblemas são resolvidos sempre com base no subproblema anterior, é possível notar que a heurística *fix-and-optimize* necessita de uma solução inicial factível para iniciar as iterações e, portanto, pode ser definida como uma heurística de melhoria. A partir dos testes iniciais, a melhor forma de obter soluções iniciais factíveis para a heurística foi executar o modelo 4P2 (por até alguns segundos) com as variáveis Y_η^k fixadas nos valores obtidos do MRPP e a adição das restrições $\sum_{\eta=F_t}^{L_t} X_{j\eta} \leq X_{jt}, \forall j \forall t$ para nortear o rápido encontro de uma solução factível

com base na solução do MRPP (X_{jt}). Essas soluções iniciais obtidas fixando valores do MRPP no 4P2 já são de grande qualidade.

Por fim, é importante ressaltar que a heurística *fix-and-optimize*, ao resolver subproblemas iterativamente, pode estagnar em um ótimo local, deixando de melhorar a solução. Pelo fato dos subproblemas serem solucionados por um resolvedor MIP, a solução de um subproblema sempre será igual ou melhor do que a solução do subproblema anterior [Helber e Sahling 2010]. Dessa forma, pode-se verificar, entre as iterações, quando uma solução está estagnada em um ótimo local e parar a execução pela decomposição selecionada. O uso de mais de uma decomposição é, portanto, uma tentativa de fugir dos ótimos locais e aprimorar a qualidade da solução em detrimento do tempo de execução. Seja ε um pequeno valor e FO o valor da função objetivo, o ótimo local é atingido e a decomposição é finalizada quando:

$$\frac{FO_{\text{iteração anterior}} - FO_{\text{iteração atual}}}{FO_{\text{iteração anterior}}} \cdot 100 \leq \varepsilon$$

Como não há garantia de que a decomposição seja finalizada por atingir um ótimo local, a heurística *fix-and-optimize* possui um limite de tempo de execução. Assim, o critério de parada implementado, inspirado no trabalho de [Lang e Shen 2011], busca distribuir igualmente um tempo limite total de execução entre os subproblemas de cada iteração.

5. Heurística Baseada no Problema da Mochila

No problema da mochila aplicado para as fundições busca-se determinar quais itens carregar dentro de uma mochila de capacidade limitada. Para isso, cada item é provido de uma utilidade calculada conforme as características do problema. Portanto, o modelo busca maximizar a utilidade dos itens selecionados junto de uma restrição que considera a capacidade da mochila. Dessa forma, o forno representa uma mochila de capacidade limitada e os itens a serem produzidos, com seus pesos individuais, devem ser alocados nessa mochila a partir de uma utilidade determinada para cada um deles. O modelo a ser utilizado é apresentado a seguir, adaptado de [Camargo et al. 2012].

Parâmetros e Variáveis do Problema da Mochila	
$j \in L(k)$	Itens j produzidos pela liga k
u_{jt}	Utilidade do item j no período t
ρ_j	Peso do item j (kg)
cap	Capacidade do forno em uma única carga (kg)
X_{jt}	Quantidade a ser produzida do item j no período t (solução do MRPP)
$X_{j\eta}$	Variável de decisão; quantidade a ser produzida do item j na fornada η

Para cada fornada η presente no período t e que produz a liga k:

$$Maximize \sum_{j \in L(k)} u_{jt} X_{j\eta} \qquad (5.1)$$

$$Sujeito\ a$$

$$\sum_{j \in L(k)} \rho_j X_{j\eta} \leq cap, \qquad (5.2)$$

$$0 \leq X_{j\eta} \leq X_{jt}, \quad j \in L(k), \qquad (5.3)$$

$$X_{j\eta}\ inteira, \quad j \in L(k) \qquad (5.4)$$

O problema da mochila apresentado é executado para cada fornada η do período t. Além do mais, cada fornada já está programada para produzir uma determinada liga k (conversão direta

de T_{kt}, do MRPP, em Y_{η}^{k}). Portanto, para cada problema resolvido, η, t e k estão fixos. A função objetivo (5.1) maximiza a utilidade (u_{jt}) dos itens produzidos ($X_{j\eta}$). A restrição (5.2) define a capacidade limitada da mochila (fornada). As restrições (5.3) definem o domínio da variável de decisão $X_{j\eta}$, cujo limitante superior é X_{jt}, vindo do modelo MRPP. Por fim, as restrições (5.4) determinam $X_{j\eta}$ como uma variável inteira.

É válido mencionar que, a cada problema da mochila resolvido, tem-se o quanto produzir na fornada η do período t ($X_{j\eta}$) e, portanto, deve-se atualizar a demanda X_{jt}, subtraindo a quantidade produzida de cada item a fim de resolver o próximo problema da mochila.

Por fim, diferentes formas de se calcular a utilidade de cada item e em cada período foram testadas. A melhor utilidade calculada, ou seja, a que levou aos melhores resultados, considerou apenas o peso do item ($u_{jt} = \rho_j, \forall j \forall t$).

6. Resultados

O modelo 4P2 e as heurísticas são testadas em instâncias da literatura. Inicialmente, [Tonaki 2006] define 11 instâncias baseadas em uma carteira real de pedidos e que se diferem pela quantidade de ligas utilizadas, itens a serem produzidos e dias do horizonte de planejamento. Entretanto, essas instâncias consideram a produção individual dos itens. Para permitir a abordagem por pedidos, [Furtado et al. 2019] propõem três cenários distintos: número mínimo (Min), médio (Med) e máximo (Max) de pedidos. Os cenários de número mínimo de pedidos consideram que todos os itens com a mesma data de entrega são um único pedido. Já os cenários de número máximo de pedidos consideram que cada tipo de item é um pedido individual e, por isso, são equivalentes às instâncias originais. Por fim, os cenários de número médio de pedidos utilizam um gerador randômico para definir os pedidos. Portanto, há um total de 33 instâncias de pedidos para serem testadas.

Os resultados médios finais (soluções factíveis para o 4P2) são apresentados na Tabela 1 e utilizaram os recursos computacionais: Intel® Core™ i3-6006U CPU 2.00 GHz, 1992 Mhz e 4,0 GB de memória RAM. Linguagem C++ e otimização pelo CPLEX 12.10.

As colunas "***Gap***" apresentam a diferença percentual relativa entre a função objetivo obtida por cada método e o limitante inferior (*LI*) obtido na execução da relaxação MRPP. [Alves 2019] indica que o LI fornecido pela relaxação *Surrogate* é melhor que o LI da relaxação linear. Já as colunas "***Tempo***" exibem o tempo total de execução em segundos para cada método. A comparação é feita entre:

- **Modelo 4P2 de [Furtado et al. 2019], representado por "4P2":** modelo executado diretamente pelo *software* de otimização CPLEX com limite de 3600 segundos (1 hora);
- **Heurística de [Alves 2019], representada por "Alves":** execução da relaxação MRPP com limite de 600 segundos seguida da heurística, conforme o trabalho da autora;
- **Heurística *fix-and-optimize*, representada por "FAO":** execução do MRPP com limite de 3600 segundos. Soluções iniciais obtidas com limite de 60 segundos. Heurística executada com decomposição por período seguida da decomposição por liga por até 600 segundos;
- **Heurística baseada no problema da mochila, representada por "Mochila":** execução do MRPP com limite de 3600 segundos. Heurística executando um problema da mochila para cada fornada disponível com limite total de 600 segundos.

A partir da Tabela 1, percebe-se que as soluções de melhor qualidade (menores $Gaps$) são as das heurísticas propostas. O maior sucesso da *fix-and-optimize* deve-se principalmente à forma como são obtidas as soluções iniciais factíveis. A heurística da mochila, por sua vez, é independente de uma solução inicial. Logo, é interessante ressaltar o uso da heurística *fix-and-optimize* como uma ferramenta para melhorar qualquer solução factível, incluindo até mesmo as próprias soluções obtidas pela heurística da mochila.

Tabela 1 – Comparação dos resultados médios (*Gap* e *Tempo*) para cada método

Instância	4P2		Alves		FAO		Mochila	
	***Gap*%**	***Tempo***	***Gap*%**	***Tempo***	***Gap*%**	***Tempo***	***Gap*%**	***Tempo***
Média Min	1,21517	3004,77	4,37306	101,78	0,00976	181,11	0,00959	172,07
Média Med	0,93804	3615,90	1,56932	243,56	0,01019	448,37	0,01019	441,46
Média Max	0,36880	3625,24	0,92373	265,28	0,00942	504,78	0,01530	486,65
Média Total	0,84067	3415,30	2,28870	203,54	0,00979	378,09	0,01169	366,73

Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando que o critério do CPLEX para soluções ótimas é de que o ***Gap*** seja menor ou igual a 0,01%, tem-se apenas 8 soluções ótimas das 33 instâncias no 4P2. Por outro lado, a heurística *fix-and-optimize* obteve 29 soluções ótimas e a heurística da mochila, 30. Além disso, as heurísticas apresentam *Gaps* menores que 0,07% para todas as instâncias enquanto o 4P2 tem soluções com até 4,11% de *Gap* (quando usado o limitante fornecido pela relaxação *Surrogate*). Vale indicar que os valores de *Gap* para o 4P2 são maiores (soluções com até 8,37% *Gap*) quando se usa a relaxação linear como limitante, mostrando a superioridade das heurísticas propostas.

Sobre o tempo de execução, o modelo original 4P2 executado no CPLEX atinge o limite de execução em 31 das 33 instâncias. A heurística de [Alves 2019] é, na média, o método mais veloz. Entretanto, a velocidade desse método pode ser atribuída pela limitação da execução do MRPP em apenas 600 segundos, necessária, segundo a autora, para a viabilidade de sua heurística. Já as heurísticas *fix-and-optimize* e a baseada no problema da mochila apresentam, na média, tempos computacionais similares e viáveis. A heurística *fix-and-optimize* resolve as instâncias em uma média geral de cerca de 6,3 minutos, enquanto a heurística baseada no problema da mochila em cerca de 6,1 minutos. Como o maior impacto no tempo das heurísticas é o MRPP, pode-se optar por reduzir o tempo de execução da relaxação, priorizando tempo computacional em detrimento da qualidade da solução.

7. Conclusões

Pode-se concluir que as heurísticas de factibilização para a relaxação *Surrogate* do problema de dimensionamento de lotes em fundições de pequeno porte apresentam soluções ótimas para grande parte das instâncias e são obtidas em tempos computacionais considerados viáveis. Novas instâncias devem ser geradas para medir a eficiência do MRPP e das heurísticas em um conjunto mais amplo de casos. Uma abordagem da heurística da mochila pode considerar as fornadas em conjunto ao invés de individualizadas.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo apoio financeiro (projetos 2020/10069-1 e 2016/01860-1).

8. Referências

ALVES, Giovanna Abreu. Abordagem heurística da relaxação surrogate para o planejamento da produção de pedidos. 2019. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Triângulo Mineiro.

CAMARGO, Victor CB; MATTIOLLI, Leandro; TOLEDO, Franklina MB. A knapsack problem as a tool to solve the production planning problem in small foundries. Computers & Operations Research, v. 39, n. 1, p. 86-92, 2012.

FURTADO, Maria Gabriela S.; CAMARGO, Victor CB; TOLEDO, Franklina MB. The production planning problem of orders in small foundries. RAIRO-Operations Research, v. 53, n. 5, p. 1551-1561, 2019.

HELBER, Stefan; SAHLING, Florian. A *fix-and-optimize* approach for the multi-level capacitated lot sizing problem. International Journal of Production Economics, v. 123, n. 2, p. 247-256, 2010.

JAMES, Ross JW; ALMADA-LOBO, Bernardo. Single and parallel machine capacitated lotsizing and scheduling: New iterative MIP-based neighborhood search heuristics. Computers & Operations Research, v. 38, n. 12, p. 1816-1825, 2011.

LANG, Jan Christian; SHEN, Zuo-Jun Max. *Fix-and-optimize* heuristics for capacitated lot-sizing with sequence-dependent setups and substitutions. European Journal of Operational Research, v. 214, n. 3, p. 595-605, 2011.

TONAKI, Viviane Sayuri. Uma heurística para o problema de dimensionamento de lotes em fundições de mercado. 2006. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.