LII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional
João Pessoa - PB, 3 a 5 de novembro de 2020

Análise da eficiência de diferentes métricas de risco e estratégias de investimento na otimização de portfólios

Paula Campigotto
Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC)
Joinville
paula.c@edu.udesc.br

Guilherme Müller Utiama
Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC)
Joinville
guilherme.utiama@edu.udesc.br

Omir Correia Alves Junior
Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC)
Joinville
omir.alves@udesc.br

RESUMO

O risco esperado de um investimento, no mercado financeiro, pode ser mensurado de diversas maneiras. Dessa forma, este trabalho visa utilizar a computação evolutiva para resolver o problema de seleção de portfólios de investimento, mas, considerando diferentes medidas para o cálculo do risco de tais portfólios, a fim de identificar a relação entre os investidores, os tipos de investimentos e as medidas utilizadas para a seleção do portfólio. Após a análise experimental das simulações realizadas para cada carteira selecionada pelos métodos propostos concluiu-se que todas obtiveram resultados superiores ao do Ibovespa.

PALAVRAS CHAVE. Métricas de risco. Otimização multiobjetivo. Portfólios de investimento.

Tópicos: Seleção de portfólios, Métricas de risco, Meta-heurísticas

ABSTRACT

The expected risk of an investment, in the financial market, can be measured in several ways. Thus, this work aims to use evolutionary computing to solve the problem of portfolio selection, but, considering different measures for calculating the risk of such portfolios, in order to identify the relationship between investors, types of investments and the measures used for portfolio selection. After the experimental analysis of the simulations carried out for each portfolio selected by the proposed methods it was concluded that all obtained higher results than the Ibovespa's.

KEYWORDS. Risk metrics. Multi-objective optimization. Investment portfolios.

Paper topics: Portfolio Selection, Risk measures, Metaheuristics.

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings

1. Introdução

A seleção de portfólios ou carteiras de investimentos é a estratégia utilizada para realizar investimentos no mercado financeiro e consiste em selecionar ativos com base em diversos fatores, dentre eles o histórico das cotações de tais ativos. A Teoria Moderna de Portfólios, proposta por Markowitz [1952], visa maximizar o retorno esperado de uma carteira ao passo que minimiza o seu risco. Tais valores são mensurados a partir da taxa média de retorno e da covariância, respectivamente, os quais são obtidos pelas cotações históricas dos ativos presentes no portfólio.

No contexto financeiro, o retorno esperado de um ativo é definido como o ganho, ou perda, de um investimento em um determinado período de tempo. Além da covariância, utilizada por Markowitz [1952], o risco pode ser mensurado a partir de diversas estratégias, como o desvio padrão, a semi-variância, o Conditional Value at Risk (CVaR) e muitos outros, os quais têm em comum a característica de considerar maiores riscos para carteiras com menor consistência entre as taxas de retorno, isto é, maior variação Assaf [2014]. Nesse sentido, um dos objetivos deste trabalho é comparar o desempenho de portfólios utilizando 5 diferentes medidas de risco, com a mesma amostra de cotações, a fim de identificar correlações entre as métricas de risco e os tipos de investidores.

Neste trabalho serão utilizados apenas ativos do tipo ações, as quais representam parcelas do Patrimônio Líquido de uma sociedade, ou seja, são títulos patrimoniais que podem sofrer oscilações em seu valor por estarem condicionados ao desempenho dessa sociedade. Ademais, para realizar a seleção e otimização do portfólio será utilizado o algoritmo meta-heurístico *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm 2* (NSGA-II), o qual se mostrou eficiente em trabalhos relacionados à otimização de carteiras de investimento, como em Quinzani [2010], Oliveira [2016], Heiden et al. [2019] e Kaucic et al. [2019].

Righi e Borenstein [2018] apresentaram um estudo de otimização de portfólios de investimento a partir de um procedimento inspirado na simulação de Monte Carlo, comparando onze medidas de risco. O objetivo do algoritmo é a minimização de riscos do portfólio e a maximização da relação entre retorno esperado e risco. Além disso, são utilizados os dados diários do mercado acionário dos Estados Unidos da América, compondo carteiras com diferentes números de ativos. Por fim, é verificado o desempenho das carteiras selecionadas pelo procedimento descrito.

Feldman et al. [2015] realizaram um estudo a fim de apontar a melhor estratégia de investimento entre *Buy and Hold* e *Market Timing*. A estratégia *Buy and Hold* consiste em adquirir um determinado portfólio, mantendo-o até o final do período de investimento. A estratégia *Market Timing* consiste em trocar os ativos presentes na carteira por algumas vezes durante o período de investimento. Assim, semelhantemente a Feldman et al. [2015], este trabalho também visa comparar o resultado das carteiras selecionadas pelo método *Buy and Hold* e *Market Timing*, com o adicional de realizar a simulação para as 5 diferentes medidas de risco utilizadas e assim identificar a relação entre tais métricas de risco e métodos de investimento.

O trabalho está estruturado da seguinte maneira: na Seção 2 é apresentada a problemática da pesquisa. O funcionamento do algoritmo utilizado para os experimentos é explanado na Seção 3. Os modelos de risco utilizados nas simulações são conceituados na Seção 4. A seção 5 explica quais experimentos serão realizados, os quais terão seus resultados e análises expostos na Seção 6. Por fim, na Seção 7 são apresentadas as considerações finais do trabalho bem como sugestões de pesquisas para trabalhos futuros.

2. Problemática

A teoria moderna de portfólios proposta por Markowitz [1952] faz a análise de um conjunto de ativos a fim de compor um ótimo portfólio de investimento. Essa teoria visa otimizar uma função multiobjetivo, baseada no retorno e risco esperados da carteira.

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings

O retorno e o risco de um portfólio podem ser calculados utilizando as cotações dos ativos da carteira. Para o valor do retorno de um ativo, é calculada a média das suas taxas diárias de retorno, enquanto que para o cálculo do risco podem ser utilizadas diferentes métricas como a variância, o desvio padrão, a volatilidade e outros. O cálculo do risco e do retorno de um portfólio é dado pelo somatório dessas mesmas medidas de cada ativo multiplicadas pela proporção do ativo na carteira, conforme a Equação 1, em que R refere-se ao risco ou ao retorno do portfólio, k é a sua cardinalidade, ou quantidade de ativos, r_i é o risco ou retorno do ativo i (dependendo do R que está sendo calculado) e w_i é a proporção do ativo i na carteira.

$$R = \sum_{i=1}^{k} r_i w_i \tag{1}$$

Visando a minimização do risco, a diversificação do portfólio de investimento faz-se necessária, uma vez que risco e diversificação são variáveis inversamente proporcionais. Assim, é preciso analisar o tamanho ideal para a cardinalidade da carteira, a partir de critérios que determinem um valor limitado e balanceado de ativos. Blum e Roli [2003].

Dentre as restrições tratadas pelo problema de seleção de portfólios está a restrição de cardinalidade, a qual limita o valor dos ativos em um portfólio, classificando o problema como *NP-Difícil*. O problema de portfólios se encontra na classe dos problemas de otimização combinatorial e métodos exatos não conseguem encontrar soluções ótimas em tempo polinomial, conforme Hanoka et al. [2016]. Todos esses fatores motivam a utilização de um algoritmo multiobjetivo meta-heurístico para a otimização do problema e obtenção de soluções próximas da solução ótima.

3. NSGA-II

O *Nondominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA-II), proposto por Deb et al. [2002], é uma meta-heurística da classe de algoritmos genéticos, isto é, utiliza conceitos da evolução das espécies de *Charles Darwin* e da genética de *Gregor Mendel* para realizar a otimização de um problema. O NSGA-II é uma evolução de sua primeira versão – NSGA, proposta por Srinivas e Deb [1994]. A melhoria do NSGA-II em relação ao NSGA está em sua complexidade, a qual foi reduzida de $O(N^3m)$ para $O(N^2m)$, em que N é o número de indivíduos e m é o número de funções objetivo. Para o problema em questão, temos que os indivíduos são as carteiras selecionadas e as funções objetivo são a minimização do risco e a maximização do retorno esperado.

O funcionamento do NSGA-II começa com a criação aleatória da primeira população P_t, de tamanho N. Após essa criação, uma nova população, Q_t, também de tamanho N, é gerada a partir das operações de seleção, recombinação e mutação sobre P_t. A união dessas duas populações forma a população $R_t = P_t \cup Q_t$, de tamanho $2N$, a qual será submetida à ordenação de acordo com os critérios de não-dominação.

O conceito de não-dominação está relacionado com a fronteira de Pareto e com as funções objetivo do problema, assim, uma solução domina outra quando seu retorno para a função *fitness*, que mede a eficiência da solução, é melhor do que o retorno da outra.

A ordenação segrega os indivíduos da população, isto é, associa as soluções à diferentes classes – $F_1, F_2, F_3, ..., F_n$ – de acordo com o seu elitismo (dominância sobre outras soluções). Dessa forma, os indivíduos pertencentes à classe F_1 são as melhores soluções, as quais estarão presentes, por completo, na população P_{t+1} e quanto maior for o índice da classe, piores são as soluções nela contidas. Portanto, para a formação da população P_{t+1}, de tamanho N, são alocados os indivíduos contidos nas primeiras classes enquanto os demais são rejeitados. Por fim, caso P_{t+1}

satisfaça o critério de parada, a solução será retornada, caso contrário P_{t+1} atuará como a população inicial da próxima iteração. Deb et al. [2002]

4. Modelos de risco

No contexto de portfólios de investimentos e visando alcançar o retorno esperado é necessário definir os instantes de tempo em que devem ocorrer as movimentações de compra e venda de ativos, mas, devido às incertezas inerentes ao processo, não é possível garantir que o retorno esperado será alcançado. O risco pode ser definido como a capacidade de mensurar tal incerteza para uma decisão, com base na probabilidade de ocorrência de determinados valores ou cenários.

O risco geralmente está associado à possibilidade de perda, mas da mesma forma, existe uma possibilidade de ganho, o que incentiva os investidores a aumentarem suas exposições ao risco. Na maioria das vezes, o risco é medido com base no desvio padrão, assim, quanto mais o valor de retorno esperado se distancia do intervalo definido pela média e desvio padrão dos valores previamente observados, maior será o risco deste investimento. Da mesma forma, caso o retorno esperado tenha um valor que não destoe do comportamento histórico da série de valores, o risco será baixo. Assaf [2014]. Existem diferentes maneiras de mensurar o risco, além do desvio padrão, as quais serão apresentadas na sequência.

4.1. GARCH(1,1)

O *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic* (GARCH), proposto por Bollerslev [1986], é uma técnica estatística que visa mensurar a volatilidade dos retornos de ativos financeiros de uma dada serie temporal, sendo uma generalização da técnica ARCH, proposta por Engle [1982]. A volatilidade, no mercado financeiro, mede a dispersão dos retornos de um ativo ou índice. Assim, quanto maior a volatilidade de uma carteira de investimentos, maior será o risco de ganho ou perda. O modelo GARCH mais usual é o GARCH(1,1) e é expresso conforme a Equação 2.

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha r_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \tag{2}$$

O valor de σ_t^2 representa a variância no instante t, enquanto r_t^2 refere-se à taxa de retorno no instante t. Ademais, $\omega = \gamma V_L$, que representa a variância ponderada de longo prazo. As seguintes restrições devem ser observadas: $\omega > 0, \alpha \geq 0, \beta \geq 0$ e $\gamma + \alpha + \beta = 1$.

4.2. EWMA

O *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) foi exposto pela primeira vez por Roberts [1959] e calcula a variância de uma dada sequência temporal, porém com o diferencial de atribuir maior peso às observações mais recentes, conforme Hunter [1986]. Dessa forma, o risco, a partir do EWMA pode ser calculado de acordo com a Equação 3.

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda) r_{t-1}^2 + \lambda \sigma_{t-1}^2 \tag{3}$$

Semelhantemente aos valores de EWMA, o valor de σ_t^2 representa a variância no instante t e r_{t-1}^2 refere-se à taxa de retorno no instante $t-1$. O valor de λ pertence ao intervalo [0,1] e modela a memória de curto prazo da ação, sendo chamado de fator de decaimento, pois é o responsável por realizar a ponderação que atribui maior peso aos valores mais recentes.

4.3. LPM

A forma de mensurar o risco baseado em *Lower Partial Moments* (LPM) utiliza a semi-variânica como critério para determinar o risco, Foo e Eng [2000]. A medida de risco LPM pode ser calculada a partir de um retorno alvo ξ que pode ser representado pela média do ativo ou por um *benchmarking* do mercado. A formulação do LPM está representado na equação 4.

$$LPM_{s,\xi}(r) = E\{[\min(r-\xi,0]^s\}^{\frac{1}{s}} \tag{4}$$

r é o retorno do ativo, ξ é o retorno mínimo aceitável, ou esperado, e s é a ordem do modelo (grau de aversão ao risco do investidor).

4.4. VaR

O *Value at Risk* (VaR) é um método estatístico que coorresponde à potencial máxima perda, em um nível de confiança específico β, em um tempo determinado e pode ser traduzido como a quantia em que as perdas não se excederão em $(1-\beta)\%$ dos cenários, Mansini et al. [2015]. Rockafellar et al. [2000] definiram a fórmula do VaR conforme a Equação 5,

$$VaR = \alpha_\beta(x) = min\{\alpha \in \mathbb{R} : \Psi(x,\alpha) \geq \beta\} \tag{5}$$

$$\Psi(x,\alpha) = \int\limits_{f(x,y)\leq\alpha} p(y)dy \tag{6}$$

$$f(x,y) = -[x_1y_1 + ... + x_ny_n] = x^Ty \tag{7}$$

em que x é o portfólio em questão e $\alpha_\beta(x)$ é o menor valor para α quando $\Psi(x,\alpha) = \beta$. A função $\Psi(x,\alpha)$ pode ser visualizada na Equação 6, onde x representa o vetor de pesos de ativos em um portfólio, e y é um vetor de incertezas, isto é, a série de perdas ou parâmetros de mercado que podem influenciar a perda, e $p(y)$ é a distribuição de probabilidade de y em $\mathbb{R}$.

Tendo em vista que o retorno de um portfólio é calculado a partir da soma do retorno de todos os ativos multiplicados por suas respectivas proporções, é possível afirmar que a função de perda $f(x,y)$, apresentada na Equação 7, é o oposto do retorno do portfólio.

4.5. CVaR

O *Conditional Value at Risk* (CVaR), também conhecido como *Expected Shortfall* (ES), é uma métrica de risco com base no VaR. Proposto por Rockafellar et al. [2000], o CVaR é o valor esperado das perdas quando elas são maiores do que o VaR. A Equação que possibilita tal mensuração é apresentada na Equação 8.

$$F_\beta(w,\alpha) = \alpha + (1-\beta)^{-1}\sum_{t=1}^{T}\xi_t[f(w,r)-\alpha]^+ \tag{8}$$

$$f(w,r) = -[w_1r_1 + ... + w_nr_n] = -w^Tr \tag{9}$$

Na equação do CVaR, α representa o valor do VaR, β é o nível de confiança e w são os pesos dos ativos no portfólio. O valor de ξ_t é a probabilidade de ocorrência de um cenário t e a função $f(w,r)$ é apresentada na Equação 9 e significa a perda para o cenário t.

5. Método proposto

O método proposto tem como objetivo realizar a comparação dos retornos obtidos considerando as medidas de risco definidas na seção 4 usando o algoritmo NSGA-II adaptado ao problema de otimização de portfólios de investimento. Para isso foi necessário realizar algumas alterações em sua especificação, como a codificação e parametrização. A Tabela 1 apresenta um mapeamento entre os termos presentes no NSGA-II original e sua correspondência no NSGA-II adaptado.

NSGA-II	**NSGA-II adaptado**
Alelos	Ativo e proporção do ativo na carteira
Cromossomo	Carteira, ou portfólio, de investimento
População	Conjunto de carteiras
Fitness	Resultado da taxa $\frac{Retorno}{Risco}$ do portfólio

Tabela 1: Mapeamento dos termos do algoritmo NSGA-II

Por se tratar de um algoritmo estocástico, isto é, que dificilmente gera a mesma solução para diferentes execuções, é necessário utilizar a média das soluções de um determinado número x de execuções como a solução final. Assim, neste trabalho foram realizadas 30 execuções para cada solução apresentada. Além disso, o número de gerações, ou iterações, do algoritmo foi definido como 100, após a análise do gráfico de convergência das soluções, que pode ser visualizado na Figura 1, o qual indica que a convergência é atingida, em todos os casos, antes da 100^{a} geração. Além disso, o tamanho definido para a população de indivíduos foi de 120 e a probabilidade de cruzamento e de mutação em tais indivíduos foi de 100% e 10%, respectivamente. O valor máximo da proporção de um ativo no portfólio não ultrapassou $1/3$ na implementação utilizada, a fim de manter a diversificação da carteira e evitar que o retorno acumulado do portfólio selecionado apenas refletisse o retorno de determinado(s) ativo(s).

Foi utilizada a cardinalidade 9 para a seleção de cada portfólio. Tal número de ativos foi escolhido após Cheng e Gao [2015] afirmarem que os melhores portfólios contêm uma quantidade não maior do que 15. Ademais, Heiden et al. [2019] encontraram os melhores resultados de portfólio para a cardinalidade 9, entre os valores 3, 9 e 15 avaliados em seu trabalho.

Os dados utilizados para as experimentações são as cotações diárias das ações presentes no Ibovespa (Índice da Bolsa de Valores de São Paulo) durante 5 anos, entre 2015 e 2019, e foram coletados a partir do *software* ECONOMATICA [1986]. Com esses dados foi possível medir o risco e o retorno de cada ação e, consequentemente, de cada portfólio gerado, bem como realizar o cálculo da função *fitness* para as execuções do algoritmo, a fim de avaliar a eficiência das soluções geradas.

5.1. Modelagem matemática

O problema de portfólios, conforme explanado, visa maximizar o retorno esperado e minimizar o risco do investimento. Dessa forma, a modelagem matemática que descreve tais objetivos é apresentada nas Equações 10 e 11, as quais estão sujeitas às restrições apresentadas nas Equações 12 e 13.

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings

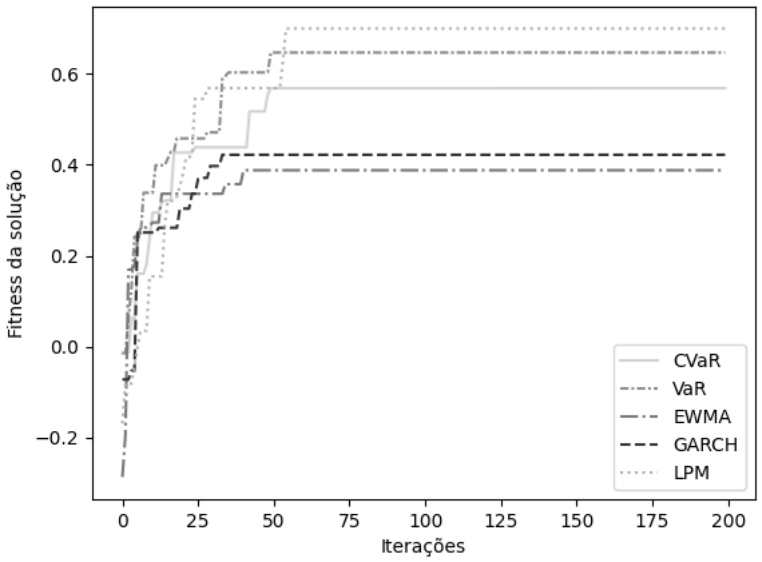


Figura 1: Gráfico de convergência do valor *fitness* da solução de cada iteração

$$\max \quad \sum_{i=1}^{k} x_i \mu_i \tag{10}$$

$$\min \quad \sum_{i=1}^{k} x_i R_i \tag{11}$$

sujeitas a:

$$\sum_{i=1}^{k} x_i = 1 \tag{12}$$

$$0 \leq x_i \leq 1, \forall i = 1, \ldots, k \tag{13}$$

Para as equações apresentadas, k diz respeito à cardinalidade do portfólio, x_i é a proporção do ativo i na carteira e μ_i é a taxa média de retorno do ativo i, obtida pela Equação 14, em que n é o número de cotações. As restrições apresentadas nas Equações 12 e 13 referem-se ao somatório das proporções dos ativos da carteira, o qual deve ser igual a 1 e ao valor de tais proporções, que deve respeitar o intervalo definido, respectivamente.

$$\mu_i = \frac{1}{n} \sum_{t=2}^{n} \frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}} \qquad p_t = \text{preço do ativo } i \text{ no tempo } t \tag{14}$$

R_i, na Equação 11, representa a mensuração de risco do ativo i, a qual pode ser obtida a partir das equações das métricas de risco presentes na Tabela 2 e que já foram explanadas anteriormente. Como os valores do GARCH(1,1), EWMA e LPM retornam uma nova série de valores, representando o risco para cada variação na taxa de retorno, é possível notar, a partir da Tabela 2,

Métrica	Equação
GARCH(1,1)	$\frac{1}{n}\sum_{t=2}^{n}(\omega + \alpha\mu_{t-1} + \beta\sigma_{t-1}^2)$
EWMA	$\frac{1}{n}\sum_{t=2}^{n}(1-\lambda)\mu_{t-1} + \lambda\sigma_{t-1}^2$
LPM	$\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} E\{[\min(\mu_i - \xi, 0]^s\}^{\frac{1}{s}}$
VaR	$min\{\alpha \in \mathbb{R} : \Psi(x,\alpha) \geq \beta\}$
CVaR	$\alpha + (1-\beta)^{-1}\sum_{t=1}^{T}\xi_t[f(w,\mu) - \alpha]^+$

Tabela 2: Equações das métricas para mensuração do risco do ativo

que para tais métricas o valor do risco foi obtido pela média de todos os valores da nova série de valores.

Quanto às parametrizações dos modelos de risco, para o GARCH(1,1), foram utilizados os seguintes valores: $\omega = 0.0001, \alpha = 0.75$ e $\beta = 0.1$. O valor de λ no EWMA foi de 0.94 e para o LPM foi utilizado $\xi = 0$ e 0.000001 para o grau de aversão ao risco do investidor, s. O nível de confiança β, no VaR e CVaR utilizado foi de 99%.

5.2. Estratégias de investimento

Para analisar o desempenho do método proposto optou se por utilizar duas estratégias de investimentos. A primeira denominada de *Buy and Hold* recorre à ação de comprar um portfólio de investimento e vendê-lo a longo prazo, isto é, mantê-lo por um longo ou médio período. Uma das suas vantagens é a menor quantidade de operações realizadas. Outra estratégia a ser abordada nesse contexto é o *Market Timing*, que consiste em comprar ativos e vendê-los em um espaço de tempo menor do que o método anterior, observando a restrição de vender uma carteira apenas quando seu valor estiver maior do que o valor da compra, na maioria dos casos. Quando bem administrada, tal estratégia pode render grandes taxas de retorno, todavia, o número de operações e análises realizadas é muito maior do que os de *Buy and Hold*. Righi e Borenstein [2018]

Neste trabalho, as estratégias supracitadas serão utilizadas da seguinte forma: o algoritmo NSGA-II realizará seu processo evolutivo no período de 01/01/2015 a 31/12/2016 para a estratégia de *Buy and Hold* e as carteiras selecionadas por esse método em conjunto com as diferentes métricas de risco terão seus resultados (retorno acumulado) apresentados no período de 01/01/2017 a 31/12/2019. Além disso, para essa estratégia também serão apresentadas as fronteiras de Pareto obtidas para cada métrica de risco. Tais fronteiras refletem a associação dos valores de risco e retorno de todas as carteiras presentes na última geração do processo evolutivo do algoritmo e indicam as melhores carteiras para cada tipo de investidor.

Para o *Market Timing* o algoritmo realizará a troca do portfólio a cada 6 meses, caso o seu valor seja maior do que o preço na data da compra. Seu processo evolutivo e seleção das carteiras acontecerão semestralmente entre 01/07/2016 e 30/06/2019, enquanto que o intervalo de tempo dos resultado das carteiras selecionadas estará compreendido entre 01/01/2017 e 31/12/2019. Dessa forma, para um período $P = \{p_0, p_1, \ldots, p_n\}$ e índice $i \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$ o algoritmo realizará a execução no período p_i e apresentará o retorno acumulado das carteiras selecionadas em p_{i+1}.

6. Análise Experimental

Para o método *Buy and Hold* foram geradas as fronteiras de Pareto da população de cada métrica de risco utilizando o NSGA-II. Na Figura 2, cada ponto representa uma carteira da população final obtida pelo algoritmo. Além disso, tal Figura apresenta o comportamento das curvas em um intervalo normalizado entre $[0, 1]$ tanto para o risco quanto para o retorno. A normalização foi necessária tendo em vista que cada métrica dispõe de uma escala de valores específica.

A fronteira de Pareto possibilita a visualização das carteiras de investimento obtidas ao final das iterações do algoritmo e, a partir da análise da Figura 2, pode-se inferir que há mais opções de portfólios para investidores conservadores do que arrojados, uma vez que a densidade de carteiras é maior para menores valores de risco e retorno, em todos os casos. É possível observar que, para as carteiras conservadoras, o cálculo do risco com LPM se mostrou mais interessante, pois sua fronteira domina as demais, enquanto que para as carteiras mais arriscadas o VaR aparece como fronteira dominante. Por outro lado, o EWMA dispõe de um comportamento peculiar, tendo sua fronteira dominada por todas as outras.

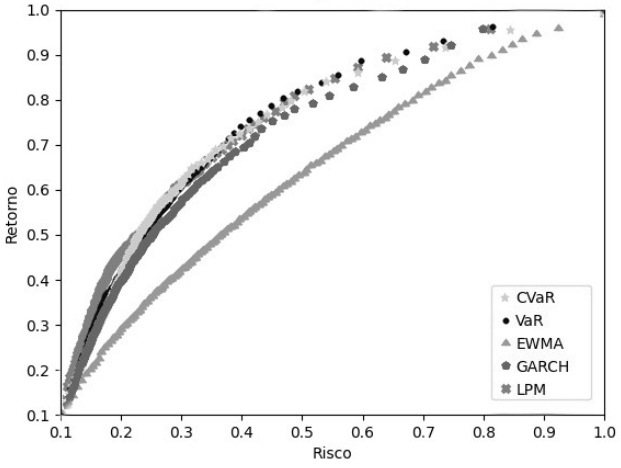


Figura 2: Fronteiras de Pareto das soluções

Durante o processo evolutivo do algoritmo NSGA-II adaptado ao problema de seleção de portfólios, foi selecionada a carteira com maior valor *fitness* encontrada na fronteira de Pareto de cada métrica de risco. Assim, foi possível obter a Figura 3, que demonstra o desempenho, retorno acumulado, dessas carteiras entre os anos de 2017 e 2019 utilizando a estratégia de *Buy and Hold*. Nota-se que o retorno acumulado final de todas as carteiras foi superior ao do Ibovespa (Índice da Bolsa de Valores de São Paulo), mas apenas o LPM e o CVaR selecionaram portfólios que superaram o Ibovespa em praticamente todo o período. O desempenho da estratégia referida também pode ser visualizado na Figura 4, em que os retornos acumulados foram divididos em semestres para facilitar a comparação com a estratégia de *Market Timing*.

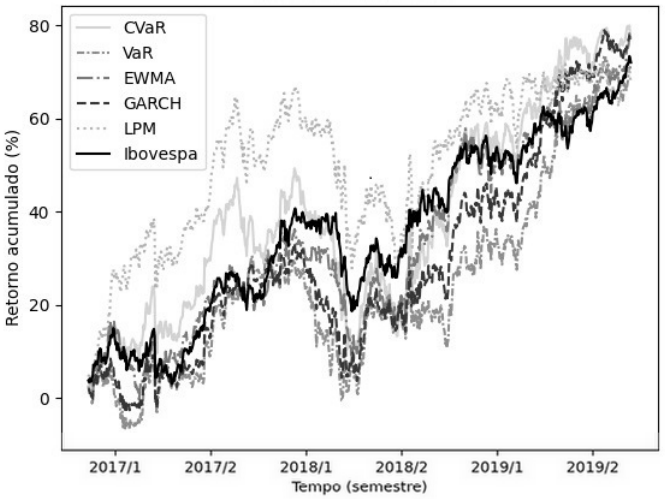


Figura 3: Desempenho diário das carteiras selecionadas: método *Buy and Hold*

Para o *Market Timing* não foram geradas as fronteiras de Pareto, pois a cada semestre a composição da carteira pode ser alterada e o comportamento das fronteiras é similar independente da estratégia utilizada. Neste método, o qual tem seu resultado apresentado na Figura 5, foi realizada a verificação do preço de compra e venda do portfólio para que a troca não acontecesse caso o valor de venda fosse menor do que o valor na data da compra.

Apesar de o algoritmo não realizar a troca das carteiras quando seu valor está abaixo do valor da compra, é possível notar que, em comparação com a estratégia de *Buy and Hold* (Figuras 3 e 4), a perda no retorno acumulado foi minimizada durante o semestre de 2018/1, em que o Ibovespa foi negativo. Além disso, é possível notar que os retornos, nessa estratégia, não foram tão consistentes quanto na estratégia anterior, isso porque o intervalo de tempo analisado para realizar a seleção do portfólio foi 4 vezes menor. Todavia, é interessante observar que em alguns casos, como para o CVaR em 2018/2 e o GARCH em 2019/2, o valor do retorno foi abruptamente maior em comparação ao Ibovespa e às demais métricas, caracterizando sua vantagem.

A Figura 7 apresenta o retorno acumulado de todo o período (2017 a 2019) das carteiras selecionadas pelo método *Buy and Hold* e a soma do retorno acumulado das carteiras, de cada semestre, para o método *Market Timing*, além do valor de retorno acumulado do Ibovespa durante o mesmo período. Em primeiro lugar nota-se que todas as métricas e estratégias obtiveram resultados melhores do que o Ibovespa, mesmo que pequenos, como no caso do LPM. Ademais, observa-se que para todas as métricas de risco, exceto o EWMA, o *Market Timing* superou os valores de retorno acumulado das carteiras selecionadas pelo *Buy and Hold*.

A Figura 7 também ilustra o desvio padrão, entre os semestres, dos retornos acumulados de cada carteira, permitindo a constatação de que o VaR utilizando *Market Timing* obteve a maior consistência entre os semestres, visto que dispõe do menor intervalo de desvio padrão e que seu portfólio foi o único que obteve retorno acumulado positivo no semestre 2018/1. Em compensação, para o *Buy and Hold* o VaR obteve a menor consistência entre os semestres, assim como o GARCH, que apresentou uma das maiores variâncias entre os semestres para o valor do retorno acumulado da carteira selecionada, para as duas estratégias de investimento. O menor valor de desvio padrão, na estratégia *Buy and Hold*, foi obtido pelo EWMA, caracterizando maior consistência entre os

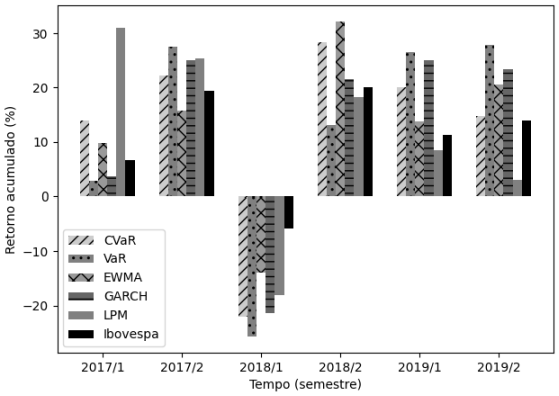


Figura 4: Retorno acumulado: método *Buy and Hold*

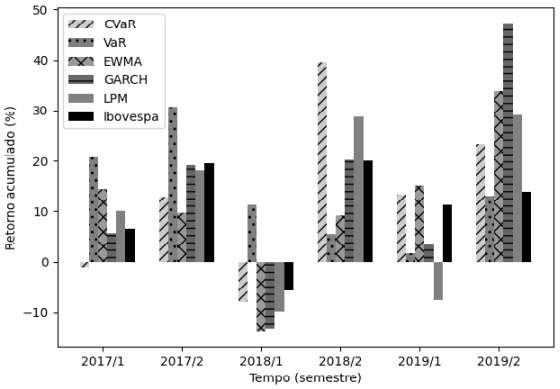


Figura 5: Retorno acumulado: método *Market Timing*

Figura 6: Desempenho semestral das carteiras selecionadas

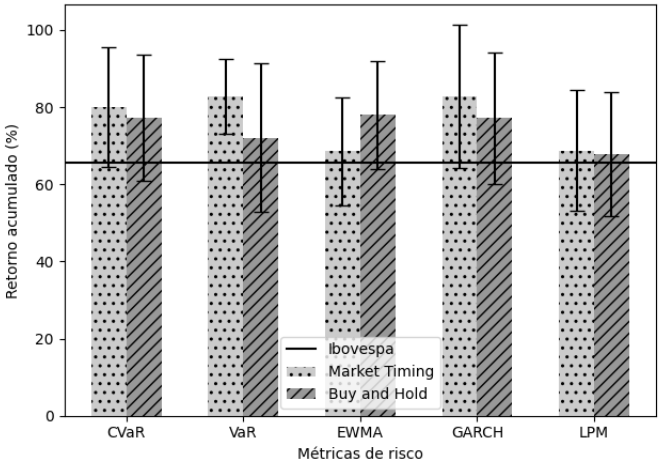


Figura 7: Comparação entre o retorno acumulado das carteiras selecionadas

semestres.

7. Considerações Finais

Este trabalho exploratório realizou a análise do desempenho de diferentes métricas de risco e estratégias de investimentos em conjunto com o algoritmo NSGA-II a fim de selecionar os melhores portfólios de investimento. A simulação realista do desempenho das carteiras selecionadas obteve um resultado melhor ao do Ibovespa para todos os casos e foi possível constatar, a partir do gráfico de Pareto, que a métrica de risco mais adequada para investidores conservadores foi o LPM, enquanto que para investidores arrojados foi o VaR.

Na estratégia *Buy and Hold*, as medidas de risco CVaR, EWMA e GARCH selecionaram portfólios cujos retornos acumulados foram muito próximos entre si e melhores que o do Ibovespa. O pior retorno, para tal técnica, foi a medida de risco LPM. Além disso, o desvio padrão observado para todas as métricas desta estratégia foi relativamente alto.

Já na técnica *Market Timing*, as carteiras selecionadas pelas medidas de risco GARCH,

VaR e CVaR, obtiveram o maior retorno acumulado, todavia, ao analisar o desvio padrão de cada métrica mencionada, percebe-se que o VaR obteve o menor desvio padrão, caracterizando assim, maior consistência entre os semestres. Os portfólios selecionados pelo EWMA e LPM representaram o menor resultado, sendo que a carteira do EWMA, utilizando *Market Timing*, foi a única a obter um retorno menor do que a estratégia *Buy and Hold*, isto é, para todas as métricas, exceto o EWMA, a estratégia *Market Timing* se mostrou mais eficiente.

Como proposta para trabalhos futuros, sugere-se a aplicação de outros algoritmos metaheurísticos para otimização do problema de portfólios de investimento e a realização da comparação do desempenho das medidas de riscos considerando também os ganhos advindos do recebimento de dividendos das ações, bem como os custos relacionados ao processo de compra e venda de ativos. Uma segunda indicação de proposta para trabalhos futuros está em selecionar a carteira de investimentos com base na análise fundamentalista e comparar com a proposta deste ou de outros trabalhos.

Referências

Assaf, A. N. (2014). *Mercado financeiro*. Editora Atlas S.A., São Paulo, 12 edition.

Blum, C. e Roli, A. (2003). Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM computing surveys (CSUR)*, 35(3):268–308.

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3):307–327. URL https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1.

Cheng, R. e Gao, J. (2015). On cardinality constrained mean-cvar portfolio optimization. In *The 27th Chinese Control and Decision Conference (2015 CCDC)*, p. 1074–1079.

Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., e Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 6(2):182–197.

ECONOMATICA (1986). banco de dados. URL http://www.economatica.com.br/.

Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4):987. URL https://doi.org/10.2307/1912773.

Feldman, T., Jung, A., e Klein, J. (2015). Buy and hold versus timing strategies:the winner is .... *The Journal of Portfolio Management*, 42(1):110–118. URL https://doi.org/10.3905/jpm.2015.42.1.110.

Foo, T. e Eng, S. (2000). Asset allocation in a downside risk framework. *Journal of Real Estate Portfolio Management*, 6(3):213–223.

Hanoka, G., Cardoso, R., e Paiva, F. (2016). Modelo Multiobjetivo para Seleção de Portfólios com Restrição de Cardinalidade, Custo de Transação e Valor em Risco Condicional. *TEMA (São Carlos)*, 17:353 – 365. ISSN 2179-8451. URL http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2179-84512016000300353&nrm=iso.

Heiden, A., Ramos, F. M., e Alves Junior, O. C. (2019). Otimização multiobjetivo de portfólios de investimento utilizando algoritmos evolutivos. *LI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.

Hunter, J. S. (1986). The exponentially weighted moving average. *Journal of Quality Technology*, 18(4):203–210. URL https://doi.org/10.1080/00224065.1986.11979014.

Kaucic, M., Moradi, M., e Mirzazadeh, M. (2019). Portfolio optimization by improved NSGA-II and SPEA 2 based on different risk measures. *Financial Innovation*, 5(1). URL https://doi.org/10.1186/s40854-019-0140-6.

Mansini, R., Ogryczak, W., e Speranza, M. G. (2015). *Linear and Mixed Integer Programming for Portfolio Optimization*. Springer International Publishing. URL https://doi.org/10.1007/978-3-319-18482-1.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1):77–91.

Oliveira, M. d. S. d. (2016). Análise comparativa entre medidas de risco na otimização multiobjetivo de carteira de ações com restrição de cardinalidade. Tese de mestrado, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET, Belo Horizonte.

Quinzani, C. M. (2010). Otimização multiobjetivo de portfolios utilizando algoritmos evolutivos. Tese de mestrado, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas.

Righi, M. B. e Borenstein, D. (2018). A simulation comparison of risk measures for portfolio optimization. *Finance Research Letters*, 24:105–112. URL https://doi.org/10.1016/j.frl.2017.07.013.

Roberts, S. W. (1959). Control chart tests based on geometric moving averages. *Technometrics*, 1 (3):239–250.

Rockafellar, R. T., Uryasev, S., et al. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of risk*, 2:21–42.

Srinivas, N. e Deb, K. (1994). Multiobjective optmization using nondominated sorting in genetic algorithms. *Evolutionary Computation*. URL https://web.njit.edu/~horacio/Math451H/download/SrinivasDeb_GA.pdf.