

APLICAÇÃO DE SIMULAÇÃO MONTE CARLO PARA AVALIAR O IMPACTO DA ESCALA UTILIZADA NO MODELO DE AGREGAÇÃO ADITIVA PARA PORTFÓLIO DE PROJETOS

Daniele Darlane de Souza Lima

MAPS – Modelling and Alignment of Portfolio and Strategy
Universidade Federal de Pernambuco
Cx Postal: 95, CEP: 55.002-970, Caruaru-PE, Brasil
daniele-_darlane@hotmail.com

Janaina da Silva Santos

MAPS – Modelling and Alignment of Portfolio and Strategy
Universidade Federal de Pernambuco
Cx Postal: 95, CEP: 55.002-970, Caruaru-PE, Brasil
jana.engufpe@gmail.com

Marina Dantas de Oliveira Duarte

MAPS – Modelling and Alignment of Portfolio and Strategy
Universidade Federal de Pernambuco
Cx Postal: 95, CEP: 55.002-970, Caruaru-PE, Brasil
marinadod@gmail.com

Jônatas Araújo de Almeida

MAPS – Modelling and Alignment of Portfolio and Strategy
Universidade Federal de Pernambuco
Cx Postal: 95, CEP: 55.002-970, Caruaru-PE, Brasil
jonatasaa@yahoo.com.br

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo analisar os efeitos que escalas de avaliação inadequadas podem provocar na seleção de um portfólio utilizando o modelo de agregação aditiva. Para mensurar o impacto do erro cometido, foram gerados problemas através da simulação Monte Carlo em 15 cenários distintos. A estrutura proposta para a simulação permite, após as transformações de escalas necessárias, resolver cada problema gerado nas escalas intervalar e de razão para que os resultados obtidos fossem comparados. A análise desenvolvida enfatiza a importância da utilização de uma escala adequada ao problema de portfólio.

PALAVRAS CHAVE. Portfólio Multicritério Aditivo, Problema de Escala, Simulação Monte Carlo.

Tópicos: ADM – Apoio à Decisão Multicritério; OA – Outras aplicações em PO; SIM – Simulação.

ABSTRACT

This paper aims to analyze the effects that inadequate evaluation scales can cause in a portfolio selection using the additive aggregation model. To measure the error impact, problems were generated through the Monte Carlo simulation in 15 different scenarios. After the necessary scaling transformations, the proposed simulation structure allows to solve each problem generated in the interval and ratio scales so that the results obtained can be compared. The developed analysis emphasizes the importance of using an appropriate scale to portfolio problems.

KEYWORDS. Additive Multicriteria Portfolio, Scaling Issues, Monte Carlo Simulation.

Paper topics: MDA – Multicriteria Decision Aid; OA – Other applications in OR; SIM – Simulation.

1. Introdução

Um portfólio de projetos é uma coleção de projetos que atendem certos objetivos e compartilham e competem por recursos. A gestão de portfólio envolve a avaliação, a seleção e o estabelecimento de prioridades com intuito de alcançar os objetivos estratégicos da organização e obter os melhores resultados levando em conta as restrições impostas [Vetschera e Almeida, 2012; Mavrotas e Pechak, 2013].

O problema de seleção de portfólio de projetos pode ser representado como um problema de programação 0-1 conhecido como problema da mochila, que consiste em selecionar dentre vários itens os mais desejáveis, uma vez que a mochila tem capacidade limitada. A representação da mochila é um caso particular do problema de otimização combinatória bastante conhecido e permite modelar uma série de situações [Han e Kim, 2002].

A disseminação do uso de metodologias multicritério aplicadas ao problema de portfólio tornou perceptível que alguns cuidados devem ser considerados, principalmente em relação às escalas de avaliação empregadas. A utilização de escalas inadequadas pode ocasionar na seleção de um portfólio de desempenho inferior ao que poderia ser obtido quando este aspecto é considerado.

No presente trabalho, analisaremos o impacto da escala de avaliação utilizada no modelo de agregação aditiva para seleção de portfólio, verificando o efeito gerado por meio da Simulação Monte Carlo (SMC). O restante do artigo está estruturado de acordo com as seguintes seções: abordagens multicritério ao problema de portfólio, a questão da escala em problemas de portfólio, o modelo de agregação aditiva para portfólio, simulação e conclusões.

2. Abordagens multicritério ao problema de Portfólio

A primeira abordagem proposta ao problema de portfólio foi a Teoria Moderna de Portfólio [Markowitz, 1952], no contexto de portfólio de investimentos. Esta teoria auxilia na seleção do portfólio mais eficiente por meio da análise dos portfólios possíveis, mostrando aos investidores como reduzir o risco. Este modelo de otimização de portfólio é, na maioria das vezes, aplicado sob uma ótica monocritério, ou seja, utiliza apenas uma medida ou traduz todos os critérios em função de uma mesma medida. Esta medida geralmente considera a relação entre o risco e o retorno esperado dos investimentos financeiros disponíveis, como em [Roques *et al.*, 2008] – que utilizam a Teoria Moderna de Portfólio para identificar portfólios de investimentos que maximizem o retorno dos investidores para determinados níveis de risco de retorno de usinas elétricas – e em [Lee, 2019] – que propõe uma combinação do modelo de Markowitz à simulação Monte Carlo para melhorar a taxa de ganhos de investimentos em financiamento de projetos de construção, comparando esta abordagem ao modelo original através da taxa real de ganhos.

Metodologias monocritério são vastamente aplicadas ao problema, principalmente utilizando a dimensão financeira como critério de decisão, contudo, existe uma gama de situações onde é necessário analisar portfólios sob múltiplas dimensões. Em um problema de seleção de portfólio de projetos um conjunto de projetos candidatos a serem implementados é considerado e busca-se selecionar o portfólio que melhor satisfaça os objetivos da organização, levando em conta as restrições determinadas pelo contexto. Esse tipo de problema envolve, em sua maioria, múltiplos objetivos que são relacionados a critérios que permitem a avaliação de cada alternativa, ou seja, é um problema de decisão multicritério. Existem abordagens que buscam auxiliar os decisores a lidar com múltiplos critérios que são conhecidas como métodos Multicritério de Apoio a Decisão (MCDA, do inglês, *Multi-Criteria Decision Analysis*) [Mavrotas *et al.*, 2003; Almeida e Duarte, 2011].

Entre os métodos MCDA, duas principais classes são comumente utilizadas na problemática de portfólio: os métodos de critério único de síntese, que são compensatórios; e os métodos de sobreclassificação, os quais são não compensatórios. Os métodos de abordagem compensatória implicam uma compensação em um baixo desempenho de uma alternativa em dado critério por um alto desempenho em outro critério, ou seja, consideram os *trade-offs* entre critérios.

Os métodos de abordagem não compensatória não consideram essa compensação, são baseados em relações de sobreclassificação ou *outranking*, fundamentados na comparação par a par entre as alternativas, com algumas características que os diferencia fortemente dos métodos de agregação por meio de critério único de síntese. Dentre os métodos de sobreclassificação, observa-se na literatura aplicações das famílias de métodos PROMETHEE e ELECTRE ao problema de portfólio [Martel *et al.*, 1988; Mavrotas *et al.*, 2006].

Os métodos da família ELECTRE se aplicam a três problemáticas multicritérios: escolha, ordenação e classificação. Não existe um método da família ELECTRE que seja específico para portfólio, mas existem exemplos na literatura de aplicações do método ELECTRE adaptado para a problemática de portfólio. Em [Martel *et al.*, 1988] os métodos ELECTRE I e ELECTRE II são usados para a comparação de portfólios. [Mavrotas *et al.*, 2003] trabalham uma abordagem combinada do ELECTRE-TRI com Programação Linear Inteira aplicada ao setor de energia. No referido trabalho, para abordar portfólio são geradas as combinações possíveis que são em seguida comparadas usando o ELECTRE, ou seja, se torna uma problemática de escolha, não de portfólio.

[Vetschera e Almeida, 2012] enfatizam que o principal problema de se usar um método de sobreclassificação em problemas de portfólio é que esses métodos exigem uma comparação pareada de alternativas, o que limita o número de alternativas que podem ser consideradas. Na família de métodos PROMETHEE existe uma variante que trata da problemática de portfólio que é o PROMETHEE V. Este método usa uma estrutura de otimização inteira 0-1, onde a função objetivo é formada pelos fluxos adaptados do PROMETHEE II. [Shakhsi-Niaei *et al.*, 2011] aplicam uma estrutura que utiliza o método PROMETHEE vinculado a um sistema de simulação Monte Carlo para o problema de seleção de projetos sob incerteza e sujeitos a restrições do mundo real.

[Mavrotas *et al.*, 2006] propõem um procedimento que combina o método PROMETHEE V com uma formulação de programação inteira para resolver o problema de seleção de empresas que solicitam apoio financeiro de fundos públicos, levando em conta restrições políticas e orçamentárias. [Almeida e Vetschera, 2012] propõem um método para corrigir esse modelo, pois em sua proposição inicial induz um viés que favorece portfólios com mais projetos, visto que o método PROMETHEE V é sensível a transformações de escala.

Dentre os métodos compensatórios aplicados a portfólio destaca-se o modelo de agregação aditiva, que é derivado da teoria da utilidade. É uma modelagem simples, baseada em informações sobre um conjunto de alternativas a serem escolhidas, um conjunto de consequências para cada alternativa e um conjunto de critérios nos quais as alternativas serão avaliadas. Contudo, a agregação de informação torna-se um pouco mais complexa, pois precisa ser executada em duas etapas: intracritério e intercritério. De acordo com [Almeida *et al.*, 2014], aplicando-se à problemática de portfólio, as duas etapas podem ser executadas das seguintes formas: (1) primeiro agregar itens dentro de cada atributo e, em seguida, executar uma avaliação de vários atributos de portfólios inteiros; ou, (2) primeiro executar uma avaliação de vários atributos de cada item, e então agregar esses valores para todo o portfólio. A agregação realizada pelo modelo aditivo estabelece um valor para cada portfólio alternativo, que irá facilitar a comparação entre eles, simplificando, assim, a tomada de decisão.

No que tange às metodologias multicritério, os efeitos causados pela escala de avaliação utilizada para as alternativas que irão compor o portfólio selecionado têm sido abordados de forma enfática, vide [Mavrotas *et al.*, 2006; Clemen e Smith, 2009; Almeida e Vetschera, 2012; Almeida *et al.*, 2014]. Esta tendência evidencia o cuidado tanto ao se escolher a metodologia a ser utilizada quanto ao definir escalas de avaliação para cada critério abordado em um problema de portfólio.

3. A questão da escala em problemas de portfólio

Segundo [Almeida, 2013], a avaliação das consequências dos itens pode ser obtida através da informação intracritério, que considera a avaliação de cada alternativa para cada critério. Identificam-se quatro tipos de escalas aplicáveis a tal avaliação: verbal, ordinal, intervalar e escala de razão.

A escala verbal permite fazer classificações com as alternativas comparadas, uma análise nessa escala pode ter características meramente qualitativas (classificação de cores de objetos, por exemplo) ou podem ter caráter quantitativo, podendo ser transformada em uma escala ordinal.

Das escalas numéricas, a escala ordinal é a que apresenta a menor quantidade de informação: os números representam apenas a ordem entre os objetos avaliados. Na escala intervalar a definição de cardinalidade dos números está no intervalo: pode-se fazer uma alteração do tipo $y = ax + b$ com $a > 0$, em que a unidade e a origem são modificadas e o valor zero da escala significa apenas o menor valor que se deseja considerar. A escala de razão tem a maior quantidade de informação: possui unidade de origem representada por zero e nesta escala pode-se fazer uma alteração do tipo $y = ax$ com $a > 0$, em que a unidade é alterada.

É válido ressaltar que é sempre possível fazer uma transformação de uma escala mais completa para uma escala menos sofisticada. O ônus dessa mudança é a perda de informação contida na escala mais complexa. Por outro lado, transformar dados obtidos numa escala de menor complexidade para outra mais informativa só será possível se, de alguma forma, houver a obtenção de informação necessária para isso.

[Almeida *et al.*, 2014] resumem os efeitos da escala de avaliação nos portfólios obtidos por metodologias multicritério em três problemas: (1) o problema de tamanho do portfólio, que trata das mudanças aditivas na utilidade dos itens, as quais criam um viés na avaliação do portfólio dependente do número de itens no portfólio; (2) o problema da linha de base, que se refere ao fato de que não incluir um item não necessariamente tem uma utilidade zero; e (3) o problema da consistência das agregações, segundo o qual uma sequência diferente de agregações entre itens e atributos pode levar a resultados diferentes.

Em [Almeida e Vetschera, 2012] o problema do tamanho do portfólio é inicialmente abordado para o método PROMETHEE V. Posteriormente, [Almeida *et al.*, 2014] identificam este efeito em modelos de otimização que utilizem como função objetivo uma função valor aditiva. Isso ocorre porque esta função objetivo para determinação do portfólio ideal não é invariável a uma transformação linear das funções valor marginal. Uma transformação linear da função valor original pode, portanto, levar a uma função objetivo diferente que favorece portfólios grandes ou portfólios pequenos, a depender da escala considerada. Esse fenômeno é denotado como o efeito do tamanho do portfólio. Para superar esse efeito no PROMETHEE V, [Vetschera e Almeida, 2012] propõem o conceito de portfólios c -ótimos, adicionando a restrição $\sum z_i = c$ à função objetivo, o que limita a solução para portfólios de um determinado tamanho c . Ao variar c , diferentes portfólios são obtidos, os quais podem, então, ser comparados entre si no nível de portfólio.

[Clemen e Smith, 2009] identificaram o problema da linha de base ao perceber que um modelo para seleção de portfólio de projetos cuja função objetivo seja de agregação aditiva de múltiplos atributos implica que o resultado de não executar um projeto teria a mesma utilidade do projeto com pior desempenho. Portanto, a escala de utilidade deve ser escolhida de maneira que a utilidade zero seja atribuída ao resultado de não se fazer um projeto. Ambos os problemas de tamanho do portfólio e da linha de base deixam de existir se $v(A_i)$ for medido na escala de razão, em que o zero representa ausência de propriedade.

[Almeida *et al.*, 2014] demonstram que a escala da função de utilidade também se torna importante quando se considera a consistência entre diferentes tipos de agregação. Uma sequência diferente de agregações entre atributos e itens pode levar a diferentes resultados. A equivalência entre os valores também leva ao requisito de que o ponto zero de todas as escalas de utilidade marginais seja fixo e as escalas não possam ser transformadas adicionando uma constante. Portanto, conclui-se que utilizar a escala de razão permite evitar os três problemas causados pelo impacto de uma transformação de utilidade aditiva no padrão modelo de construção de portfólio.

Em virtude disto, é relevante entender o problema de escala para não gerar vieses ou ocasionar a seleção de portfólios sub-ótimos. Este trabalho refere-se ao problema de escala no modelo de agregação aditiva, que será tratado na próxima seção.

4. O modelo de Agregação Aditiva para portfólio

O modelo de agregação aditiva é o método de critério único de síntese mais utilizado. No contexto deste trabalho, se supõe uma situação de certeza na obtenção do vetor de consequências para cada alternativa. Dessa forma, é considerada uma função valor para cada critério j e para a obtenção da função valor global de cada alternativa agrega-se esta informação utilizando-se constantes de escala relativas a cada critério. Para fins de simplificação linguística, usaremos o termo peso no texto, porém com o significado de constante de escala.

Aplicado à problemática de portfólio, o modelo aditivo se insere em uma modelagem de otimização combinatória em que a função objetivo é uma função valor de agregação aditiva, sujeita a restrições relacionadas ao contexto do problema.

Para o desenvolvimento do modelo, considere-se que m projetos A_i ($i = 1, 2, \dots, m$) estão disponíveis para a construção de portfólios. O modelo de otimização que maximiza a função objetivo é representado por:

$$\begin{aligned} & \text{Max} \sum_{i=1}^m z_i v(A_i) \\ & \text{sujeito a} \sum_{i=1}^m z_i c_i \leq C \\ & z_i \in \{0,1\} \end{aligned} \quad (1)$$

Onde z_i é uma variável binária que vai indicar se o item A_i será incluído no portfólio, $v(A_i)$ é a função valor do projeto A_i , C e c_i são coeficientes relacionados a restrição, neste caso, referente à disponibilidade de recursos. Isso posto, o valor global de cada projeto será:

$$v(A_i) = \sum_{j=1}^n k_j v_j(x_{ij}) \quad (2)$$

Onde, x_{ij} é o resultado obtido pelo item A_i no atributo j , ($j = 1, 2, \dots, n$), v_j é a função de valor marginal no atributo j , e k_j é a constante de escala relativa ao atributo j , normalizada para atender a equação (3):

$$\sum_{j=1}^n k_j = 1 \quad (3)$$

Procedimentos de normalização também são conhecidos como transformações de escala, que no caso de uma função valor, devem manter as propriedades de escala adequadas ao modelo de decisão a ser usado [Almeida, 2013].

Para a elicitação da função valor e dos pesos serão consideradas, apenas, funções lineares de valor marginal de acordo com [Clemen e Smith, 2009]. As funções valor são dimensionadas para que o valor zero seja designado ao pior desempenho e o valor um seja atribuído ao melhor desempenho. Isto implica na seguinte definição da função valor marginal no critério j :

$$v_j(x_{ij}) = \frac{(x_{ij} - \underline{x}_j)}{(\bar{x}_j - \underline{x}_j)} \quad (4)$$

Onde $\underline{x}_j = \min_i x_{ij}$ é o pior desempenho e $\bar{x}_j = \max_i x_{ij}$ é o melhor desempenho no atributo j . A equação (4) é uma transformação de escala do tipo $y = ax + b$, portanto transformando a escala de avaliação em uma escala intervalar. Sabe-se que esta transformação leva ao efeito do tamanho do portfólio. [Almeida *et al.*, 2014] sugerem a normalização utilizando uma escala de razão:

$$v_j(x_{ij}) = x_{ij} / \bar{x}_j \quad (5)$$

Esta transformação evita o efeito do tamanho do portfólio, fornece consistência entre tipos diferentes de agregação e também é adequada para o problema de linha de base, quando o resultado de não incluir um item no portfólio for zero. Pesos elicitados utilizando a equação (4) não podem ser aplicados diretamente ao modelo (5), mas devem ser ajustados para a nova escala [Almeida *et al.*, 2014].

Quando o processo de elicitación usa escala intervalar para avaliar as consequências das alternativas, resulta em pesos que devem ser transformados para que possam representar a avaliação entre critérios, com o uso da função intracritério da equação (5). Para obter avaliações equivalentes das alternativas, os pesos devem ser redimensionados:

$$q_j = k_j \cdot \frac{\bar{x}_j}{\bar{x}_j - x_j} \quad (6)$$

Onde k_j se refere aos pesos obtidos em uma escala intervalar e q_j aos pesos na escala de razão.

Ou, para manter a condição descrita na equação (3):

$$q_j = \frac{k_j \cdot \frac{\bar{x}_j}{\bar{x}_j - x_j}}{\sum_l k_l \cdot \frac{\bar{x}_l}{\bar{x}_l - x_l}} \quad (7)$$

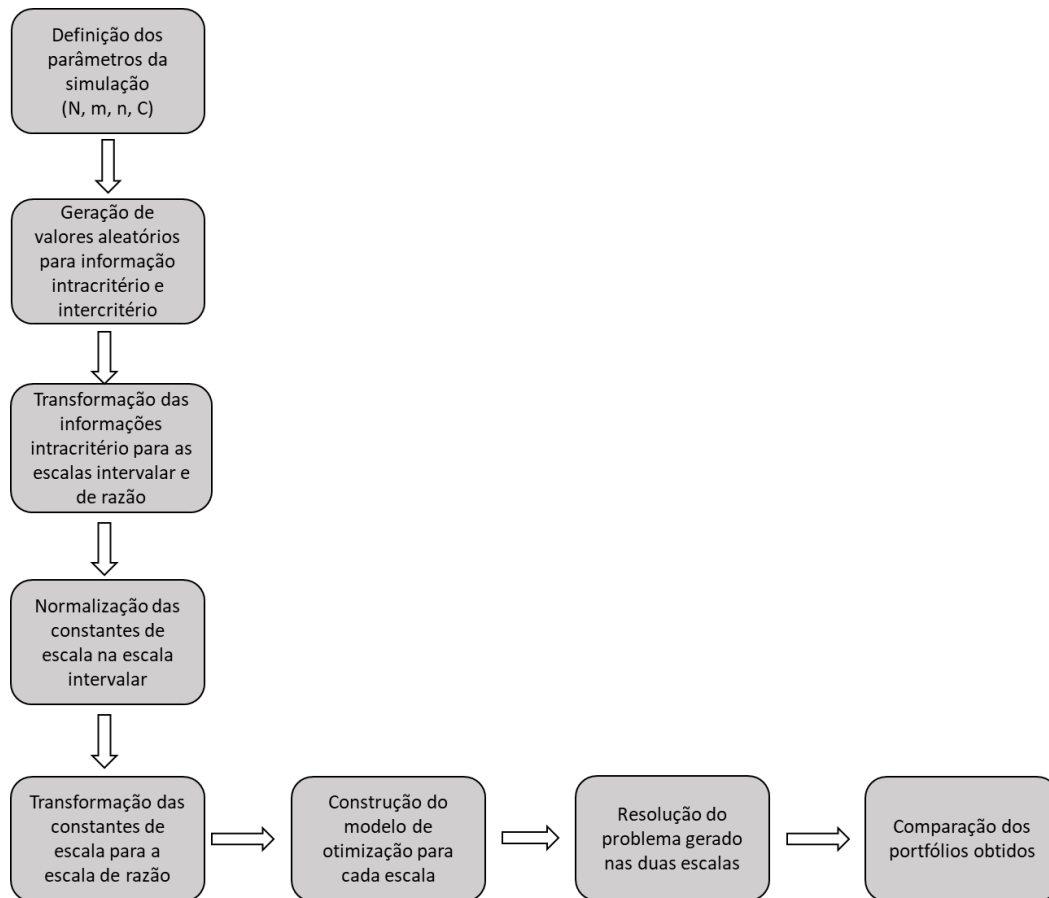
Neste trabalho será adotado o modelo de agregação aditiva para mensurar o impacto dos efeitos de escala em problemas de seleção de portfólio. Para tanto, o modelo de otimização com função objetivo aditiva será considerado em uma estrutura de simulação descrita na seção a seguir.

5. Simulação

Segundo [Mavrotas e Pechak, 2013], um método eficiente para lidar com a incerteza estocástica é a simulação Monte Carlo, no qual a amostragem segundo distribuições de probabilidade específicas é realizada para os parâmetros do problema que se deseja analisar. O método de simulação Monte Carlo pode usar números aleatórios ou pseudoaleatórios e constitui-se em reproduzir eventualmente N amostras aleatórias para designar valores às variáveis do sistema que se pretende analisar.

Para avaliar as influências causadas pelos efeitos de escala na seleção de portfólio de projetos foi desenvolvida uma simulação Monte Carlo para gerar aleatoriamente N problemas de portfólio, e, após transformações de escala, cada problema gerado foi resolvido utilizando a escala intervalar e de razão para que os resultados fossem comparados. A simulação seguiu a estrutura descrita na figura 1.

Figura 1 – Estrutura da simulação



Fonte: Os autores, 2020.

Após definidos os parâmetros da simulação (N , m , n , C), respectivamente, número de iterações, quantidade de projetos disponíveis, quantidade de critérios considerados e total de recurso disponível, a cada iteração são gerados valores aleatórios utilizando a distribuição uniforme entre 0 e 1 para a avaliação dos projetos em relação a cada critério e para o conjunto de constantes de escala dos critérios, também são gerados valores aleatórios no intervalo [300; 1000] para o conjunto de coeficientes da restrição de recursos. A seguir, são realizadas as transformações de escalas necessárias, de acordo com as equações (4) e (5) para as informações intracritério. Para a formulação do problema na escala intervalar, as constantes de escala devem ser normalizadas para atender a equação (3), posto que se considera que os valores gerados aleatoriamente estão na escala intervalar. Para o problema na escala de razão, a transformação das informações intercritério é feita utilizando a equação (7). O modelo de otimização apresentado na equação (1) é estruturado para os dados na escala de razão e na escala intervalar. Após a resolução dos dois problemas de otimização gerados, os resultados obtidos em cada escala são comparados, observando o portfólio selecionado em cada situação, bem como o valor atribuído a função objetivo em cada solução. Isto se repete por N vezes para os parâmetros fixados.

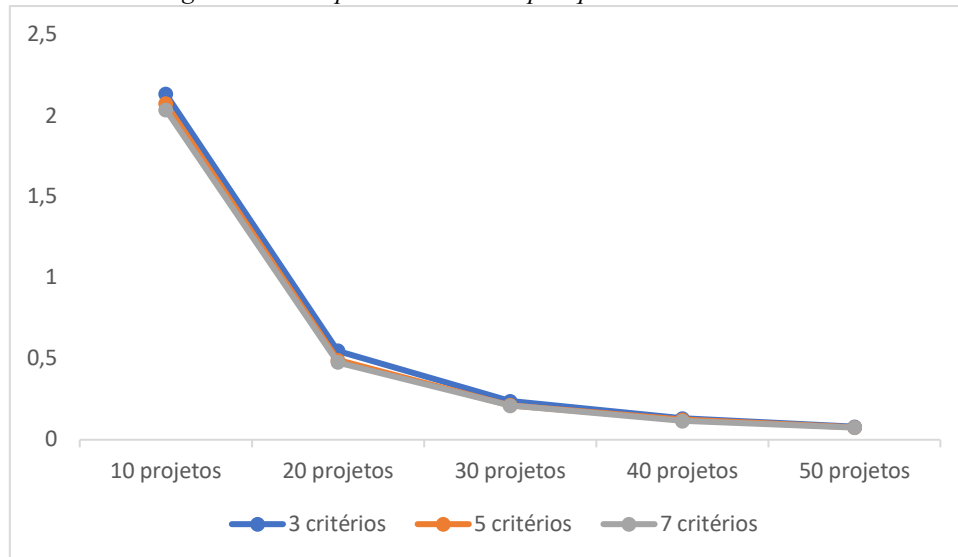
É válido ressaltar que para comparar os resultados obtidos nas duas escalas precisamos utilizar uma mesma função valor. Dado que os efeitos de distorção são gerados utilizando a escala intervalar, utilizamos os valores dos portfólios obtidos através da escala de razão como parâmetro de comparação. Portanto, quando o mesmo problema resolvido nas duas escalas tem como resultado a seleção de portfólios diferentes, o valor do portfólio obtido pelo modelo que considera a escala intervalar é recalculado para se obter o valor que ele teria pelo modelo na escala de razão. Assim, os dois portfólios são comparados de acordo com seus reais valores.

Foi elaborado um algoritmo em *python* para implementar a simulação, utilizando a biblioteca *pulp* para solução do problema de otimização combinatória. Os cenários foram criados

através da combinação da quantidade de projetos (m) e de critérios (n), tal que $m \in \{10, 20, 30, 40, 50\}$ e $n \in \{3, 5, 7\}$, resultando em 15 cenários distintos. O parâmetro C foi fixado em todos os cenários para representar 50% da soma dos recursos necessários à execução dos projetos disponíveis em cada problema. Para cada cenário foram geradas 10.000 iterações.

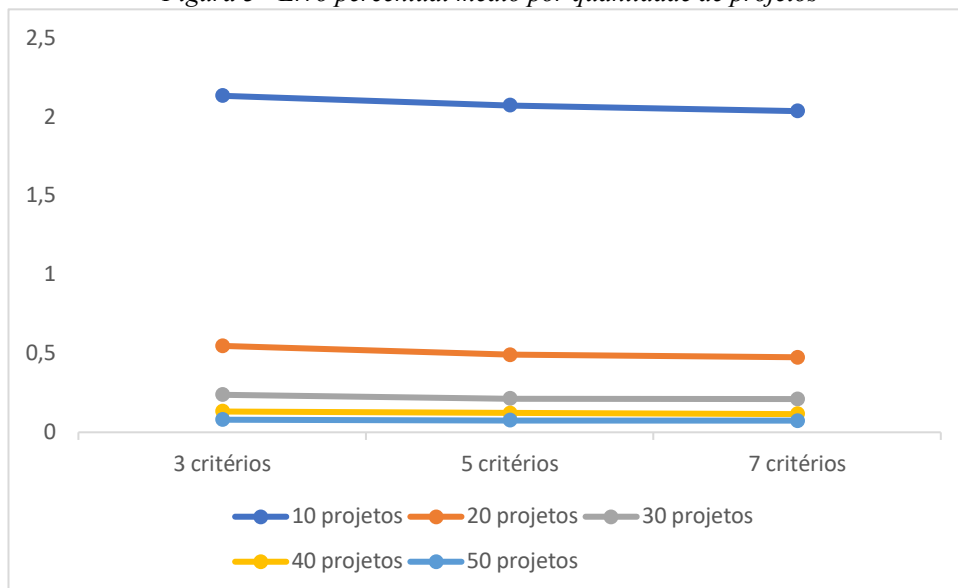
Calculou-se a média do erro percentual relativo em cada cenário. Os resultados são mostrados nas figuras 2 e 3.

Figura 2 – Erro percentual médio por quantidade de critérios



Fonte: Os autores, 2020.

Figura 3 - Erro percentual médio por quantidade de projetos



Fonte: Os autores, 2020.

É possível observar na figura 2 que, para um dado número de critérios (n), o erro percentual cometido ao utilizar a escala intervalar em comparação à escala de razão é inversamente proporcional ao número de projetos considerados para seleção. Este comportamento pode ser explicado pelo impacto do valor marginal de um projeto ser maior sobre o valor de um portfólio menor. Dessa forma, ao selecionar portfólios diferentes nos modelos em cada escala, o impacto da diferença dos valores de portfólios de mesmo tamanho será mais significativo quanto menor for o

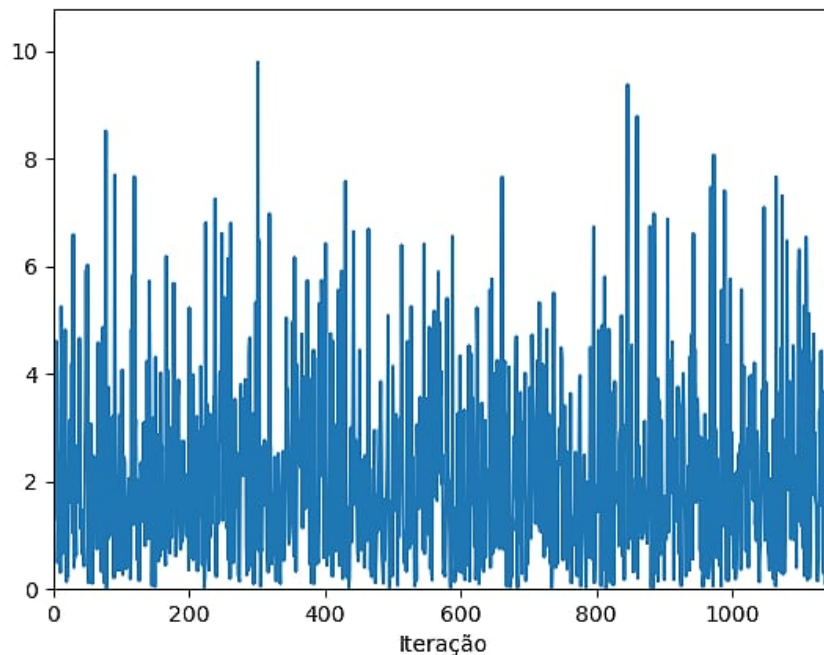
portfólio. Além disso, conforme prova descrita em [Almeida *et al.*, 2014] para o efeito do tamanho do portfólio, há uma tendência de o portfólio selecionado na escala de razão ser composto por um número de projetos igual ou maior ao portfólio selecionado na escala intervalar. Nesta simulação, foi possível observar para um mesmo problema, um portfólio com até 3 projetos a mais obtido na escala de razão comparado à escala intervalar. Novamente, o impacto do valor marginal de até três projetos somados será mais relevante em portfólios menores.

Em relação ao número de critérios de avaliação considerados, fixada a quantidade de projetos (m), o comportamento do erro percentual médio também apresenta uma relação inversa, contudo, por se considerar cenários com variações menores do número de critérios (n), as taxas de variação dos erros percentuais médios para um dado m também são menores, resultando em curvas mais suaves na figura 3 comparadas às da figura 2.

Quanto à magnitude do erro cometido, o cenário em que as diferenças entre os resultados são mais perceptíveis, ou seja, quando $m=10$ e $n=3$, gerou um erro médio de 2,14% do valor do portfólio na escala de razão. Em contraponto, para $m=50$ e $n=7$, temos um erro médio de 0,074%.

É válido ressaltar ainda que no cenário em que $m=10$ e $n=3$ obteve-se um erro máximo de 9,8%, conforme apresentado na figura 4. Um erro dessa magnitude tem potencial relevante para impactar a tomada de decisão, gerando consequências significativas.

Figura 4 - Erro percentual médio no cenário $m=10$ e $n=3$



Fonte: Os autores, 2020.

Para cada cenário, em média 9,6% dos problemas resultaram na seleção de portfólios diferentes em cada escala. Podemos utilizar esta informação como uma estimativa da probabilidade de seleção de um portfólio sub-ótimo quando se utiliza a escala intervalar, o que significa que ao modelar um problema de portfólio com função objetivo de agregação aditiva utilizando escalas intervalares de avaliação haverá uma probabilidade próxima a 10% de ao resolver o problema de otimização obter-se um portfólio com desempenho inferior do que o que seria obtido resolvendo o mesmo problema utilizando escalas de razão.

6. Conclusões

No presente artigo, foi avaliado o impacto de utilizar a escala intervalar em detrimento de uma escala de razão no contexto de seleção de portfólio de projetos. O objetivo da avaliação é

mensurar, dentro de condições estabelecidas em uma simulação Monte Carlo, a chance de erro e a perda no valor da solução ao usar a escala intervalar.

Foi apresentada uma breve discussão sobre a literatura relativa ao tema, onde foi exposto alguns problemas levantados por trabalhos anteriores relacionados ao uso de escala inadequada para seleção de portfólio de projetos. Um desses problemas se referia ao uso da escala intervalar, onde em trabalho anterior foi provado que tal escala gera uma distorção no modelo que altera o valor dos portfólios, podendo levar a uma solução inadequada recomendada pelo modelo, porém não há trabalho na literatura que mensure a chance de recomendar uma solução inadequada ou qual o tamanho do erro quando uma solução inadequada é recomendada.

Foi realizada uma análise através da simulação Monte Carlo com valores aleatórios, em que o problema é resolvido nas duas escalas e os resultados obtidos são comparados. Esta análise considerou cenários com conjuntos de projetos e conjuntos de critérios com diversos tamanhos, sendo que para cada cenário foram gerados e resolvidos através da escala adequada e da inadequada, e, ao final as soluções comparadas quanto à mudança na recomendação e ao erro nos casos em que a recomendação mudou. Obviamente, quando os modelos (razão e intervalar) recomendaram soluções diferentes, a comparação se deu através da mesma escala, razão, que considera os valores adequados dos portfólios.

A análise permitiu mensurar que, em geral, a chance do modelo com escala intervalar recomendar uma solução inadequada é de aproximadamente 10%. O erro médio cometido nos casos em que a solução é alterada reduz com o aumento do tamanho do conjunto de projetos candidatos e com o aumento do tamanho do conjunto de critérios.

O conhecimento acerca dos efeitos causados pelo tipo de escala de avaliação é extremamente relevante ao lidar com o problema de portfólio. Ao utilizar o modelo de agregação aditiva é necessário empregar a escala de razão para evitar os três problemas apontados anteriormente. Portanto, é fundamental ter cautela ao elicitar informações de preferência do decisor e traduzi-las em um modelo de decisão que utilize escalas coerentes.

O conhecimento sobre a chance de erro e do impacto no valor da solução pode auxiliar o analista a, diante de situações mais complexas e que possam dificultar o uso da escala de razão, avaliar o uso da escala intervalar, mas consciente do erro a que o modelo está sujeito.

Para trabalhos futuros, sugerimos a análise do impacto diante de funções não lineares, que são bastante aderentes a questões mais complexas do problema de seleção de portfólio de projetos.

Referências

Almeida, A.T. de, Duarte, M.D. de O. (2011). A multi-criteria decision model for selecting project portfolio with consideration being given to a new concept for synergies. *Pesquisa Operacional*, 31(2): 301-318.

Almeida, A.T. de. (2013). *Processo de Decisão nas Organizações: Construindo modelos de decisão multicritério*. São Paulo: Atlas.

Almeida, A.T. de, Vetschera, R., Almeida, J.A. de. (2014). Scaling Issues in Additive Multicriteria Portfolio Analysis. *Lecture Notes in Business Information Processing*, 184: 131-140.

Almeida, A.T. de, Vetschera, R. (2012). A note on scale transformations in the PROMETHEE V method. *European Journal of Operational Research*, 219(1): 198-200.

Clemen, R.T., Smith, J.E. (2009). On the choice of baselines in multiattribute portfolio analysis: A cautionary note. *Decision Analysis*, 6(4): 256-262.

Han, K.-H., Kim, J.-H. (2002). Quantum-inspired evolutionary algorithm for a class of combinatorial optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(6): 580-593.

Lee, C. (2019). Financing method for real estate and infrastructure development using Markowitz's portfolio selection model and the Monte Carlo simulation. *Engineering, Construction and Architectural Management*, 26(9): 2008-2022.

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1): 77-91.

Martel, J.M., Khoury, N.T., Bergeron, M. (1988). An application of a multicriteria approach to portfolio comparisons. *Journal of the Operational Research Society*, 39(7): 617-628.

Mavrotas, G., Diakoulaki, D., Caloghirou, Y. (2006). Project prioritization under policy restrictions: a combination of MCDA with 0-1 programming. *European Journal of Operational Research*, 171(1): 296-308.

Mavrotas, G., Diakoulaki, D., Capros, P. (2003). Combined MCDA-IP Approach for Project Selection in the Electricity Market. *Annals of Operations Research*, 120(1-4): 159-170.

Mavrotas, G., Pechak, O. (2013). Combining mathematical programming and monte carlo simulation to deal with uncertainty in energy project portfolio selection. *Green Energy and Technology*, 129: 333-356.

Roques, F.A., Newbery, D.M., Nuttall, W.J. (2008). Fuel mix diversification incentives in liberalized electricity markets: A Mean-Variance Portfolio theory approach. *Energy Economics*, 30(4): 1831-1849.

Shakhsi-Niaei, M., Torabi, S.A., Iranmanesh, S.H. (2011). A comprehensive framework for project selection problem under uncertainty and real-world constraints. *Computers and Industrial Engineering*, 61(1): 226-237.

Vetschera, R., Almeida, A.T. de. (2012). A PROMETHEE-based approach to portfolio selection problems. *Computers & Operations Research*, 39(5): 1010-1020.