LII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional
João Pessoa - PB, 3 a 5 de novembro de 2020

AVALIAÇÃO DA OCUPAÇÃO DOS VEÍCULOS DE ENTREGA EM UM SISTEMA CROSS-DOCKING

Natan Bissoli, Franklina M. B. Toledo
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC) da USP - São Carlos
Avenida Trabalhador São-Carlense, 400 - Centro, CEP 13566-590 - São Carlos, SP
natan.bissoli@usp.br, fran@icmc.usp.br

Eduardo Delcides Bernardes
Universidade Estadual de Santa Cruz
Rodovia Jorge Amado, km 16 - Salobrinho, CEP 45662-900 - Ilhéus, BA
edbernardes@uesc.br

RESUMO

Um sistema *cross-docking* é uma estratégia de distribuição que visa reduzir custos logísticos das empresas. A estratégia utiliza uma instalação intermediária, na qual os produtos são recebidos, reorganizados e expedidos aos clientes. Dentre suas decisões operacionais estão a ordenação das cargas de entrada e de saída e o roteamento dos veículos de entrega. Poucos são os trabalhos que abordam tais decisões de maneira integrada e nenhum considera a ocupação dos veículos em suas soluções. Esse é, no entanto, um fator de grande impacto ambiental e econômico. Sendo assim, o presente trabalho busca avaliar o impacto nos custos operacionais do *cross-dock* ao incorporar a ocupação dos veículos de entrega em suas decisões. Um modelo de programação inteira-mista foi adaptado da literatura para representar o problema. Testes computacionais apresentam um aumento médio de 8,94% da ocupação dos veículos com acréscimo médio de 3,2% nos custos operacionais.

PALAVRAS CHAVE. Cross-Docking, Roteamento de Veículos, Decisões Integradas.

PM; L&T

ABSTRACT

A cross-docking system is a distribution strategy that aims to reduce companies logistics costs. The strategy uses an intermediate installation, in which products are received, reorganized and shipped to customers. Among the operational decisions are the ordering of incoming and outgoing loads and the routing of delivery vehicles. There are few studies that approach such decisions in an integrated manner and none considers the occupation of vehicles in their solutions. This is, however, a factor of great environmental and economic impact. Therefore, the present work seeks to assess the impact of incorporating the occupation of delivery vehicles on cross-dock operating costs. A mixed-integer programming model was developed to represent the problem. Computational tests show an average increase of 8.94% in vehicle occupancy with an average increase of 3.2% in operating costs.

KEYWORDS. Cross-Docking. Vehicle Routing. Integrated Decisions.

PM; L&T

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings

1. Introdução

A quantidade de mercadorias transportadas diariamente tem aumentado significativamente devido à forte globalização [Boysen e Fliedner, 2010a]. Como destacam [Apte e Viswanathan, 2000], cerca de 30% do preço dos produtos está associado aos custos de distribuição. Sendo assim, para se tornarem mais competitivas, empresas buscam maneiras mais eficientes de realizar a distribuição de seus produtos.

Dentre as estratégias para distribuição, [Buijs et al., 2014] destacam quatro tipos. Entrega direta, na qual as mercadorias são enviadas dos fornecedores diretamente aos clientes finais. *Milk-run*, na qual um veículo realiza a coleta de mercadorias nos fornecedores e, em seguida, a entrega para os clientes. *Warehousing*, na qual os produtos são armazenados em uma instalação intermediária para serem entregues aos clientes à medida que houver necessidade. Por fim, o sistema de distribuição *cross-docking*, no qual os produtos são coletados dos fornecedores e passam por uma instalação intermediária, onde são reorganizados conforme a necessidade dos clientes e despachados para entrega imediatamente.

O sistema de *cross-docking* é estudado na literatura sob diferentes aspectos. Os trabalhos podem ser divididos em questões estratégicas, táticas e operacionais. As decisões estratégicas, de longo prazo, estão relacionadas às decisões de infraestrutura da rede. As decisões táticas, de médio prazo, se referem à alocação de recursos e configuração (*layout*) da instalação para um melhor desempenho operacional. O presente trabalho visa analisar o *cross-docking* do ponto de vista operacional, ou seja, em decisões diárias do sistema. Dentre essas decisões destacam-se a definição da ordem de chegada e de saída das cargas da instalação. De acordo com [Boysen e Fliedner, 2010b] tais decisões afetam diretamente as operações internas do *cross-dock*. A dificuldade do problema de ordenação de cargas no *cross-dock* foi destacada em [Chen e Lee, 2009], [Alvarez-Pérez et al., 2009] e [Ladier e Alpan, 2014].

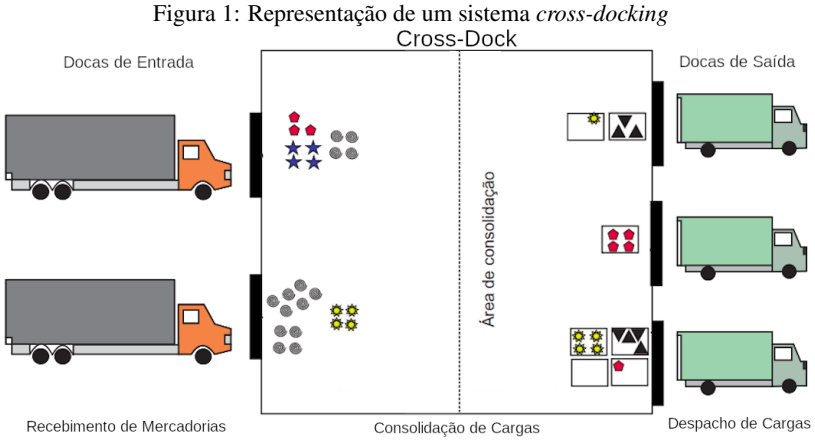
Outra decisão operacional que envolve a instalação *cross-dock* é o roteamento dos veículos de entrega. A primeira abordagem que considera o problema do *cross-docking* e roteamento de veículos (VRPCD) simultaneamente foi proposta por [Lee et al., 2006]. A proposta consiste em determinar a rota para coleta e entrega das mercadorias, utilizando a instalação intermediária. [Wen et al., 2009] incorporam ao problema questões relacionadas às janelas de tempo para coleta e entrega das mercadorias.

Embora diversos autores estudem o VRPCD, muitos não consideram as decisões de ordenação e designação de cargas nas docas e as decisões de roteamento de maneira integrada. Em outras palavras, inicialmente faz-se ou a designação e ordenação das cargas ou o roteamento, para posteriormente realizar as demais decisões. É possível verificar que uma decisão interfere na outra, pois uma mercadoria só poderá ser entregue ao cliente, se estiver disponível para entrega. Desta maneira, [Agustina et al., 2014] apresentam uma abordagem integrada para o problema do *cross-docking*, denominada problema de roteamento de veículos e programação do *cross-dock* (VRSP). Os autores consideram um contexto de produtos perecíveis, no qual busca-se maximizar o frescor dos produtos. [Rahbari et al., 2019] utiliza a abordagem de [Agustina et al., 2014] para incorporar questões estocásticas ao problema, frota heterogênia e a possibilidade de um pedido ser composto por produtos de diferentes cargas de entrada. [Bernardes et al., 2017] analisam o impacto de considerar um VRSP em relação à entrega direta num contexto de produtos não perecíveis. Em sequência, [Bernardes, 2019] aborda o problema considerando tempos de deslocamento dos produtos entre as docas de entrada e saída. O autor também assume o número de veículos utilizados nas entregas como uma variável de decisão do modelo.

Este trabalho tem por objetivo buscar uma melhor ocupação dos veículos de entrega que,

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings

Figura 1: Representação de um sistema *cross-docking*



embora seja um fator de grande impacto ambiental e econômico para as empresas, é uma lacuna na literatura de VRSP no que é de nosso conhecimento. Sendo assim, é avaliado o impato nos custos operacionais ao considerar uma maior ocupação dos veículos.

O trabalho é divido em cinco seções. A Seção 2 apresenta a definição do problema estudado. A Seção 3 apresenta os modelos matemáticos utilizados para a avaliação do impacto da questão da ocupação dos veículos. A Seção 4 apresenta os resultados computacionais, onde foram avaliadas 36 instâncias com diferentes parâmetros e a Seção 5 apresenta as considerações finais e direcionamentos para trabalhos futuros.

2. Definição do Problema

O problema estudado teve por inspiração um sistema de distribuição de uma rede varejista. O objetivo é reduzir os custos relacionados à operação do *cross-dock* para a distribuição dos produtos. Em resumo, os produtos chegam dos fornecedores a uma instalação *cross-dock* e após o descarregamento das cargas, elas são reorganizadas para compor as cargas dos clientes. São então enviadas para as docas de saída. As mesmas são carregadas nos veículos para realização das entregas. Vale destacar que os clientes têm janelas de tempo de entrada e uma rota pode conter diversos clientes, sendo assim, um veículo só pode iniciar as entregas das mercadorias quando todas as cargas dos clientes da rota estiverem consolidadas e carregadas. A Figura 1 ilustra um *cross-docking*.

É possível notar que, como destacado na literatura, há um impacto mútuo nas decisões de ordenação das cargas de entrada, de saída e de roteamento dos veículos. A ordenação das cargas nas docas pode afetar o roteamento, entretanto, o contrário também é verdadeiro.

3. Análise da Melhor Ocupação dos Veículos

Neste trabalho, adaptamos o modelo de [Bernardes, 2019] para buscar uma melhor ocupação dos veículos de entrega. Conforme proposto pelo autor, são consideradas as seguintes hipóteses: i) as cargas de entrada estão disponíveis para a programação no início da operação; ii) os tempos de processamento das cargas de entrada podem ser distintos e incluem os tempos de posicionamento da carga na doca, de descarga dos paletes, de desmontagem, quando necessário, e de identificação dos produtos; iii) o tempo de transferência de uma unidade de cada tipo de produto é conhecido; iv) os tempos de transferência entre docas de entrada e saída podem ser distintos devido à complexidade de manuseio da carga e à posição das docas; v) o tempo de processamento de uma carga de saída é equivalente ao tempo gasto para transportar os paletes consolidados para o interior do veículo a partir da doca de saída e é proporcional ao número de paletes da carga consolidada; vi) o tempo para troca dos veículos em uma doca de saída independe da sequência dos carregamentos e

é conhecido; vii) o processamento de uma carga de entrada ou de saída, uma vez iniciado, deve ser finalizado e não pode ser interrompido; $viii$) os produtos de uma carga de entrada estão disponíveis apenas após o término do processamento da mesma; ix) as demandas dos clientes são conhecidas e o número de paletes necessário para anteder a demanda é sempre menor ou igual que a capacidade do veículo; x) todos os veículos utilizados têm a mesma capacidade de carregamento (em paletes) e a mesma velocidade de deslocamento (frota homogênea); xi) não é possível realizar *split* de cargas, ou seja, cada cliente recebe a entrega por apenas um veículo; xii) os custos de viagem entre clientes são diretamente proporcionais aos tempos de viagem; $xiii$) o tempo de serviço em cada cliente é proporcional ao número de paletes requeridos; xiv) as janelas de tempo para as entregas aos clientes são conhecidas, entretanto são permitidas antecipações ou atrasos, os quais são penalizados por unidade de tempo de antecipação ou de atraso e xv) as operações para realizar a distribuição devem ser efetuadas dentro de um intervalo de tempo conhecido e pré-determinado.

Para tornar o artigo mais completo, repetimos aqui o modelo de [Bernardes, 2019], que consiste em um modelo de programação inteira mista que visa minimizar os custos operacionais do *cross-dock*. Os parâmetros e variáveis são descritas a seguir.

Índices e Conjuntos:

$l, m \in \mathscr{L}$:	conjunto de cargas de entrada;
$p \in \mathscr{P}$:	conjunto de tipos de produtos;
$i, j, n \in \mathscr{N}$:	conjunto de clientes, sendo 0 e $\|\mathscr{N}\| + 1$, índices do *cross-dock*;
$f \in \mathscr{F}$:	conjunto de docas de entrada;
$h \in \mathscr{H}$:	conjunto de docas de saída.

Parâmetros:

PT_l :	tempo de processamento da carga de entrada l;
R_l^p :	número de produtos do tipo p na carga de entrada l;
TR_{fh}^p :	tempo para a transferência de uma unidade do produto p da doca de entrada f para a doca de saída h;
LT :	tempo para movimentar um palete da área de consolidação para o interior do veículo;
CT :	tempo de troca dos veículos na doca de saída;
CAP :	capacidade (em palete) de cada veículo de entrega;
D_i^p :	número de produtos p demandados pelo cliente i;
Q_i :	número de paletes necessários para organizar o pedido do cliente i;
CO :	custo operacional do *cross-dock* por unidade de tempo;
$TT_{ij}(CT_{ij})$:	tempo (ou custo) de viagem entre o cliente i e j;
$CE(CL)$:	penalidade por unidade de tempo de antecipação (ou atraso) nas entregas;
ST_i :	tempo de serviço para descarregar os paletes do pedido do cliente i;
$[A_i, B_i]$:	janela de tempo para entrega do pedido do cliente i, na qual A_i é o início da janela e B_i é o fim;
T^{max} :	tempo máximo para completar todas as atividades do *cross-dock*, incluindo as entregas de mercadoria e o retorno dos veículos ao *cross-dock*;
M :	uma constante com valor suficientemente grande.

Variáveis Binárias:

$z_{lf}^{in} \in \{0,1\}$: assume o valor 1, se a carga de entrada l é processada na doca f, e 0, caso contrário;

$w_{lm}^{in} \in \{0,1\}$: assune o valor 1, se as cargas de entrada l e m são processadas na mesma doca e o processamento de l precede o processamento de m, e 0, caso contrário;

$z_{ih}^{out} \in \{0,1\}$: assume o valor 1, se o veículo cujo primeiro cliente visitado é o cliente i e coleta sua carga na doca de saída h, e 0, caso contrário;

$w_{ij}^{out} \in \{0,1\}$: assume o valor 1, se os veículos que iniciam suas rotas nos clientes i e j coletam suas cargas na mesma doca de saída, sendo que o veículo que inicia a rota em i precede o veículo que inicia a rota em j, e 0, caso contrário;

$y_{li} \in \{0,1\}$: assume o valor 1, se pelo menos um tipo de produto é transferido da carga de entrada l para a carga de saída coletada pelo veículo que inicia sua rota em i, e 0, caso contrário;

$x_{ij} \in \{0,1\}$: assume o valor 1, se o veículo viaja do cliente i para o cliente j, e 0, caso contrário;

$v_{ij} \in \{0,1\}$: assume o valor 1, se o cliente i pertence a rota que inicia com a entrega do cliente j, e 0, caso contrário.

Variáveis Contínuas:

$ut_l \geq 0$: instante de encerramento do processamento da carga de entrada l;

$rt_i \geq 0$: instante da liberação para o carregamento da carga de saída coletada pelo veículo cuja rota inicia com a entrega do cliente i;

$dt_i \geq 0$: instante de encerramento da operação de carregamento do veículo cuja rota inicia com a entrega do cliente i;

$dt^{max} \geq 0$: instante de encerramento da operação de carregamento do último veículo de entrega;

$\rho_{lfih}^{p} \geq 0$: número de produtos p transferidos da carga de entrada l recebida na doca f para a carga de saída coletada pelo veículo cuja rota inicia com a entrega do cliente i e é carregado na doca de saída h;

$t_i \geq 0$: instante de chegada ao cliente i;

$t_{N+1} \geq 0$: instante de chegada ao *cross-dock*;

$et_i(lt_i) \geq 0$: tempo de antecipação (atraso) na entrega da demanda do cliente i.

As restrições do modelo de [Bernardes, 2019] podem ser divididas em quatro partes: designação e ordenação das cargas de entrada, designação e ordenação das cargas de saída, conexão entre cargas e definição das rotas. De modo que estas quatro partes caracterizam a operação do sistema *cross-docking*. Para facilitar a compreensão do modelo, o mesmo será apresentado conforme a divisão estabelecida anteriormente.

Designação e ordenação das cargas de entrada.

$$\sum_{f \in \mathscr{F}} z_{lf}^{in} = 1 \qquad \forall l \in \mathscr{L} \tag{1}$$

$$w_{lm}^{in} + w_{ml}^{in} \geq z_{lf}^{in} + z_{mf}^{in} - 1 \qquad \forall l, m \in \mathscr{L}(l < m); f \in \mathscr{F} \tag{2}$$

$$ut_l \geq PT_l \qquad \forall l \in \mathscr{L} \qquad (3)$$

$$ut_m \geq ut_l + PT_m - M(1 - w^{in}_{lm}) \qquad \forall l, m \in \mathscr{L}(l \neq m) \qquad (4)$$

As restrições (1) garantem que todas as cargas de entrada são alocadas a uma doca. As restrições (2) e (4) estabelecem a ordenação das cargas em uma determinada doca de entrada. As restrições (2) garantem a sequência de processamento das cargas, uma vez que, caso duas cargas l e m sejam processadas na mesma doca (isto é, $z^{in}_{lf} = z^{in}_{mf} = 1$) pelo menos uma das variáveis w^{in}_{lm} ou w^{in}_{ml} assume valor 1. O instante de término de processamento mínimo é estabelecido pelas restrições (3) que definem o tempo mínimo de processamento para as primeiras cargas de entrada, enquanto as restrições (4) definem os instantes de término de processamento para as demais cargas na doca.

Designação e ordenação das cargas de saída.

$$\sum_{h \in \mathscr{H}} z^{out}_{ih} = x_{0i} \qquad \forall i \in \mathscr{N} \qquad (5)$$

$$w^{out}_{ij} + w^{out}_{ji} \geq z^{out}_{ih} + z^{out}_{jh} - 1 \qquad \forall i, j \in \mathscr{N}(i < j); h \in \mathscr{H} \qquad (6)$$

$$dt^{max} \geq dt_i \qquad \forall i \in \mathscr{N} \qquad (7)$$

$$dt_j \geq dt_i + CT + LT(Q_j x_{0j} + \sum_{\substack{n \in \mathscr{N} \\ i \neq j}} Q_n v_{nj}) - M(1 - w^{out}_{ij}) \qquad \forall i, j \in \mathscr{N}(i \neq j) \qquad (8)$$

As restrições (5)-(8) são análogas as restrições de designação e ordenação das cargas de entrada. As restrições (5) garantem todas as rotas que iniciem em um cliente i devem ter suas cargas alocadas a uma doca de saída h, vale ressaltar que uma doca de saída pode atender a várias rotas. As restrições (6) e (8) são equivalentes às restrições (2) e (4) respectivamente. Entretanto, em (8), considera-se o instante de término de carregamento dos veículos. As restrições (7) definem o instante de término das operações no *cross-dock* contabilizado na função objetivo.

Conexão entre as cargas e as rotas.

$$\sum_{i \in \mathscr{N}} \sum_{h \in \mathscr{H}} \rho^p_{lfih} = R^p_l z^{in}_{lf} \qquad \forall p \in \mathscr{P}; l \in \mathscr{L}; f \in \mathscr{F} \qquad (9)$$

$$\sum_{p \in \mathscr{P}} \sum_{l \in \mathscr{L}} \sum_{f \in \mathscr{F}} \rho^p_{lfih} \leq (\sum_{p \in \mathscr{P}} \sum_{l \in \mathscr{L}} R^p_l) z^{out}_{ih} \qquad \forall i \in \mathscr{N}; h \in \mathscr{H} \qquad (10)$$

$$\sum_{p \in \mathscr{P}} \sum_{f \in \mathscr{F}} \sum_{h \in \mathscr{H}} \rho^p_{lfih} \leq (\sum_{p \in \mathscr{P}} R^p_l) y_{li} \qquad \forall l \in \mathscr{L}; i \in \mathscr{N} \qquad (11)$$

$$rt_i \geq ut_l + \sum_{p \in \mathscr{P}} \sum_{f \in \mathscr{F}} \sum_{h \in \mathscr{H}} TR^p_{fh} \rho^p_{lfih} - M(1 - y_{li}) \qquad \forall l \in \mathscr{L}; i \in \mathscr{N} \qquad (12)$$

$$t_i \geq dt_i + TT_{0i} - M(1 - x_{0i}) \qquad \forall i \in \mathscr{N} \qquad (13)$$

$$\sum_{l \in \mathscr{L}} \sum_{f \in \mathscr{F}} \sum_{h \in \mathscr{H}} \rho^p_{lfih} = D^p_i x_{0i} + \sum_{\substack{j \in \mathscr{N} \\ j \neq i}} D^p_j v_{ji} \qquad \forall p \in \mathscr{P}; i \in \mathscr{N} \qquad (14)$$

$$dt_i \geq rt_i + LT(Q_i x_{0i} + \sum_{\substack{j \in \mathscr{N} \\ j \neq i}} Q_j v_{ji}) - M(1 - x_{0i}) \qquad \forall i \in \mathscr{N} \qquad (15)$$

Considera-se que há um equilíbrio nas cargas processadas no *cross-dock*, ou seja, todas as cargas de entrada atendem exatamente a demanda dos clientes. Esse equilíbrio é garantido pelas

restrições (9). As restrições (10) permitem transferências de uma carga de entrada para a doca de saída na qual a carga de saída é processada. As restrições (11) garantem que, se houver transferências da carga de entrada l para a carga de saída no veículo que inicia a sua rota no cliente i, y_{li} assume valor 1. Sendo assim, quando houver a transferência de algum produto de uma carga de entrada para uma carga de saída, este deve aguardar o processamento de toda a carga de entrada. Esta condição é garantida pelas restrições (12). As restrições (13) garantem que o instante de visita do primeiro cliente deve ser após o processamento da carga na doca de saída. O instante de término de processamento das cargas de saída deve considerar o instante de término de processamento das cargas de entrada e o tempo para carregar os paletes no veículo. Sendo assim, as restrições (15) garantem que tal condição seja respeitada. O atendimento das demandas dos clientes é garantido pelas restrições (14).

Definição das rotas.

$$\sum_{\substack{i \in \mathcal{N} \cup \{0\} \\ i \neq j}} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in \mathcal{N} \qquad (16)$$

$$\sum_{\substack{j \in \mathcal{N} \cup \{N+1\} \\ i \neq j}} x_{ij} = 1 \qquad \forall i \in \mathcal{N} \qquad (17)$$

$$v_{ij} \geq x_{0j} - (1 - x_{ji}) \qquad \forall i, j \in \mathcal{N} (i \neq j) \qquad (18)$$

$$v_{ij} \geq v_{nj} - (1 - x_{in}) \qquad \forall i, j, n \in \mathcal{N} (i \neq j, i \neq n, j \neq n) \qquad (19)$$

$$\sum_{\substack{j \in \mathcal{N} \\ j \neq i}} v_{ij} + x_{0i} = 1 \qquad \forall i \in \mathcal{N} \qquad (20)$$

$$\sum_{\substack{i \in \mathcal{N} \\ i \neq j}} Q_i v_{ij} + Q_j x_{0j} \leq CAP x_{0j} \qquad \forall j \in \mathcal{N} \qquad (21)$$

$$t_j \geq t_i + ST_i + TT_{ij} - M(1 - x_{ij}) \qquad \forall i \in \mathcal{N}, j \in \mathcal{N} \cup \{N+1\} (i \neq j) \qquad (22)$$

$$A_i - et_i \leq t_i \leq B_i + lt_i \qquad \forall i \in \mathcal{N} \qquad (23)$$

$$t_{N+1} \leq T^{max} \qquad (24)$$

O conjunto de restrições (16)-(24) definem um roteamento de veículos que respeita as questões operacionais. As restrições (16) e (17) garantem que todos os clientes sejam visitados uma única vez. Tais restrições excluem a instalação *cross-dock*, uma vez que a mesma pode ser visitada múltiplas vezes. As restrições (18)-(20) associam os clientes as rotas. A variável v_{ij} assume valor 1 caso um cliente j esteja na rota de um veículo cujo primeiro cliente visitado é o cliente i. A capacidade do veículo é imposta pelas restrições (21). As restrições (22) estabelecem os instantes de chegada nos clientes, enquanto as (23) se referem às janelas de tempo para atendimento dos clientes. É possível verificar que as janelas de tempo podem ser violadas, no entanto, há um custo associado à violação na função objetivo (atrasos e adiantamentos). Por fim, em (24) é imposto um tempo máximo de operação do *cross-dock* incluindo o retorno dos veículos à instalação.

$$min \sum_{i \in \mathcal{N} \cup \{0\}} \sum_{\substack{j \in \mathcal{N} \cup \{N+1\} \\ i \neq j}} CT_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in \mathcal{N}} CEet_i + \sum_{i \in \mathcal{N}} CLlt_i + COdt^{max} \qquad (25)$$

A função objetivo (25) minimiza os custos operacionais do *cross-dock*. A primeira parcela se refere aos custos de transporte, as parcelas intermediárias consideram os custos, respectivamente, de adiantamento e de atraso na entrega dos produtos aos clientes. A última parcela da função objetivo representa um custo associado ao tempo de operação da instalação, sendo contabilizado até o instante de encerramento das operações do *cross-dock* (*makespan*).

A melhoria da ocupação dos veículos foi tratada neste trabalho usando duas estratégias. Na primeira, incluímos o nível de ocupação dos veículos na função objetivo do problema de forma ponderada. Na segunda, o problema é tratado como bi-objetivo, busca-se minimizar os custos operacionais e maximizar a ocupação dos veículos. Estas estratégias são detalhadas a seguir.

3.1. Modelo de Somas Ponderadas

Para considerar a ocupação dos veículos, o volume de carga dos veículos foi incorporado à função objetivo como uma penalização, a fim de minimizar o espaço ocioso dos veículos. Para tratar os dois objetivos, ponderamos os custos operacionais descritos anteriormente e a ociosidade dos veículos. Desta maneira, o Modelo de Somas Ponderadas (MSP) pode ser descrito como a seguir.

$$min(1-\alpha)\Big(\sum_{i\in\mathcal{N}\cup\{0\}}\sum_{\substack{j\in\mathcal{N}\cup\{N+1\}\\ i\neq j}} CT_{ij}x_{ij} + \sum_{i\in\mathcal{N}} CEet_i + \sum_{i\in\mathcal{N}} CLlt_i + COdt^{max}\Big) + \alpha\eta\sum_{j\in\mathcal{N}} \frac{CAPx_{0j} - (\sum_{\substack{i\in\mathcal{N}\\ i\neq j}} Q_i v_{ij} + Q_j x_{0j})}{CAP} \tag{26}$$

Sujeito a (1)-(24)

No MSP as restrições de [Bernardes, 2019] permanecem as mesmas, porém as parcelas da função objetivo (custos operacionais e ociosidade dos veículos) são ponderadas por $\alpha \in (0, 1)$. Vale ressaltar que, quando $\alpha = 0$, a função objetivo (26) equivale à (25) e, quando $\alpha = 1$, o problema passa a ser apenas minimizar o espaço ocioso. Como $\sum_{\substack{i\in\mathcal{N}\\ i\neq j}} Q_i v_{ij} + Q_j x_{0j}$ indica a quantidade de paletes presentes em um veículo é possível normalizar a utilização dos veículos subtraindo tal soma da capacidade do veículo ($CAPx_{0j}$) e dividindo pela capacidade (CAP). Vale indicar que a multiplicação $CAPx_{0j}$ é necessária, pois, caso um veículo não inicie a rota no cliente j, então a parcela de penalização é nula, ou seja, haverá uma penalidade por rota. A função do parâmetro η é trazer a parcela de ociosidade a uma mesma dimensão que a parcela dos custos operacionais. Caso a parcela de ociosidade tenha dimensão muito menor que a parcela dos custos operacionais, o modelo tende a não considerar a ocupação dos veículos e, caso a dimensão seja muito grande, o problema tende a desconsiderar os custos operacionais. Sendo assim, após testes computacionais preliminares, conforme descritos na Seção 4, foi verificado que 10% do valor da função objetivo para $\alpha = 0$ traz a parcela da ociosidade para a mesma dimensão que os custos operacionais. Desta maneira, o parâmetro foi determinado como $\eta = \lfloor 0,1 FO_{\alpha=0} \rfloor$.

Como esperado, após a realização de testes preliminares para $\alpha = 0$ e $\alpha = 1$ verificou-se a existência de objetivos conflitantes entre os custos operacionais e a redução na ociosidade dos veículos, quanto menores os custos operacionais maior é a ociosidade dos veículos. Desta maneira, optou-se por utilizar também uma abordagem bi-objetivo do problema, conforme apresentada a seguir.

3.2. Modelo Bi-Objetivo

O modelo bi-objetivo que busca minimizar os custos operacionais e a ociosidade dos veículos pode ser descrito como:

$$min \quad \sum_{i \in \mathcal{N} \cup \{0\}} \sum_{\substack{j \in \mathcal{N} \cup \{N+1\} \\ i \neq j}} CT_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in \mathcal{N}} CEet_i + \sum_{i \in \mathcal{N}} CLlt_i + COdt^{max} \tag{27}$$

$$min \quad \sum_{j \in \mathcal{N}} \frac{CAP x_{0j} - (\sum_{\substack{i \in \mathcal{N} \\ i \neq j}} Q_i v_{ij} + Q_j x_{0j})}{CAP} \tag{28}$$

Sujeito a (1)-(24)

Para resolução do mesmo, optou-se por utilizar a abordagem ϵ-restrito, no qual resolve-se primeiramente o problema tendo apenas uma função objetivo e, após sua resolução, acrescenta-se este objetivo como uma restrição do modelo e soluciona-se o problema para o segundo objetivo. No presente trabalho, primeiramente resolveu-se o problema com o objetivo (27), uma vez encontrada a solução, o modelo para o segundo objetivo pode ser descrito como:

$$min \quad \sum_{j \in \mathcal{N}} \frac{CAP x_{0j} - (\sum_{\substack{i \in \mathcal{N} \\ i \neq j}} Q_i v_{ij} + Q_j x_{0j})}{CAP} \tag{28}$$

sujeito a (1)-(24)

$$\sum_{i \in \mathcal{N} \cup \{0\}} \sum_{\substack{j \in \mathcal{N} \cup \{N+1\} \\ i \neq j}} CT_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in \mathcal{N}} CEet_i + \sum_{i \in \mathcal{N}} CLlt_i + COdt^{max} \leq (1+\epsilon) FO_{obj1} \tag{29}$$

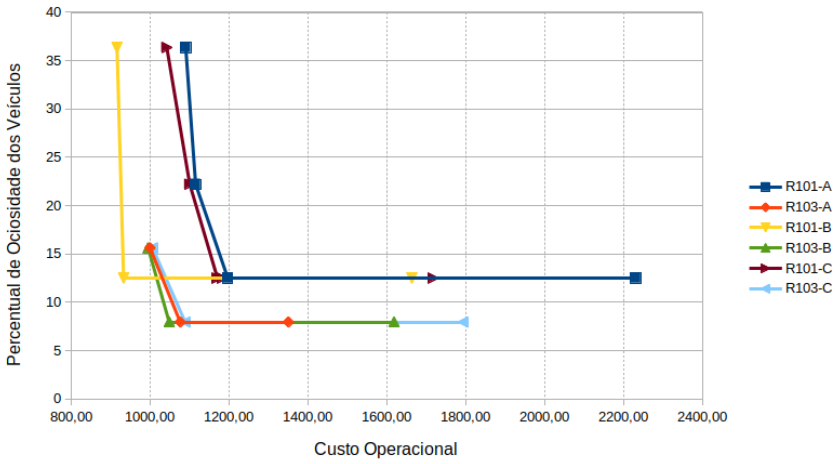
No qual, $\epsilon \in \mathbb{R}_+$ é um parâmetro de folga para a restrição (29). Desta maneira, limita-se o valor para os custos operacionais, baseado no valor da função objetivo obtido ao considerar apenas o objetivo (27).

4. Resultados Computacionais

Os experimentos computacionais foram realizados em um computador com processador Intel Core i7-4700HQ CPU 2.40GHz x 8, com 8Gb de memória RAM, sistema operacional Ubuntu 18.04.3LTS 64 bits utilizando o Solver Gurobi 9.0.0 na linguagem de programação C++ com tempo limite para o solver de 1.800 segundos. Os testes foram realizados para 36 instâncias com 15 clientes de [Bernardes, 2019]. As instâncias são separadas em três grupos nos quais varia-se o número de tipos de produtos demandados pelos clientes. Sendo P o número total de tipos de produtos, no grupo A, o número de tipos de produtos demandados pelos clientes varia de 1 a $20\%P$, no grupo B entre 1 a $40\%P$ e no grupo C de 1 a $100\%P$. As instâncias também consideram um cenário no qual o número de paletes para organizar o pedido de um cliente varia entre 25% e 100% da capacidade do veículo.

Para o MSP foram utilizados valores de $\alpha \in \{0; 0,25; 0,5; 0,75; 1\}$. Para o modelo bi-objetivo, inicialmente, foram utilizados $\epsilon \in \{0,25; 0,5; 0,75; 1\}$, entretanto, observou-se que os resultados referentes à ocupação dos veículos foram iguais para todos os valores, enquanto os custos sempre assumiam o maior valor possível de acordo com a restrição (29). Desta maneira,

Figura 2: Resultados do percentual de ociosidade dos veículos e custo operacional para MSP.



foram utilizados valores mais restritos, ou seja $\epsilon \in \{0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25\}$. A instância R101-C não teve resultados para valor de $\epsilon = 0,05$ no tempo limite, entretanto, como foi possível obter resultados para os demais valores de ϵ, os resultados dos demais valores de ϵ foram mantidos.

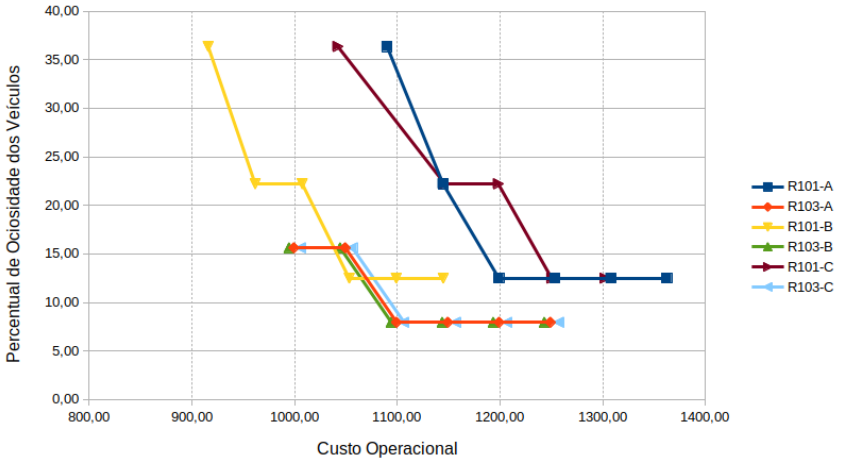
Para facilitar a apresentação dos resultados, foram utilizados os resultados das instâncias R101-A, R103-A, R101-B, R103-B, R101-C e R103-C, entretanto, os resultados para as demais instâncias seguem a mesma tendência. Pode-se verificar na Figura 2 que, utilizando a abordagem MSP, é possível reduzir a ociosidade dos veículos em até 23,83%, tendo um baixo acréscimo nos custos operacionais (1,82% para a instância R101-B). De modo geral, os aumentos nos custos operacionais se dão, em 68,75% das instâncias devido aos atrasos e/ou adiantamento adicionais e em 41,67% devido aos custos de viagem. Ainda, vale ressaltar que foi possível reduzir o tempo de viagem em 40,27% das instâncias, sendo que os resultados nos quais o tempo de viagem aumentam estão, predominantemente, presentes quando $\alpha = 1$ (29 das 60 instâncias nas quais há aumento do tempo de viagem).

Em geral, não há melhorias na ocupação dos veículos para valores de $\alpha \geq 0,5$, o que indica a necessidade de uma análise para valores mais restritos. O aumento no custo operacional para valores de $\alpha \geq 0,75$ se dá devido a ponderação na função objetivo, na qual para valores maiores de α busca-se a minimização da ociosidade em detrimento do custo operacional. Porém, como discutido anteriormente, é possível reduzir a ociosidade sem grandes aumentos nos custos operacionais.

Em relação a abordagem bi-objetivo, é possível verificar, pela Figura 3, que são encontradas as mesmas soluções, em termos de ociosidade dos veículos, que a abordagem MSP. Em geral, para valores de $\epsilon \geq 0,15$ são encontradas as melhores ocupações dos veículos. Os custos operacionais do modelo bi-objetivo são, em todos os casos, iguais ao limitante estabelecido por (29), como discutido anteriormente. Desta maneira, para a instâncias R101-B, com a abordagem bi-objetivo, é possível obter uma redução de 23,83% na ociosidade dos veículos com um aumento de 15% dos custos operacionais. O modelo bi-objetivo não encontrou, para tal instância, uma ocupação melhor com custo mais baixo, pois para $\epsilon = 0.05$ o resultado não está na otimalidade.

Com os resultados obtidos, pode-se notar que a abordagem MSP possui um melhor desempenho que a abordagem bi-objetivo. Uma vez que os aumentos nos custos operacionais, pela abordagem MSP, são menores em relação a abordagem bi-objetivo. Para MSP com $\alpha = 0,5$, o

Figura 3: Resultados do percentual de ociosidade dos veículos e custo operacional para o modelo bi-objetivo.



maior acréscimo ao custo operacional foi de 12,31%, e acréscimo médio de 3,2%. A abordagem bi-objetivo, encontra as mesmas ocupações que $\alpha = 0,5$ a partir de $\epsilon = 0,1$, ou seja, com acréscimos de 10% aos custos operacionais. Em relação à otimalidade, o modelo bi-objetivo apresentou um número maior de soluções ótimas, um total de 174 soluções ótimas em 180 instâncias, em relação a MSP, com 155 em 180.

5. Considerações Finais e Trabalhos Futuros

O problema do *cross-docking* se mostra complexo e com diversas abordagens a serem consideradas. Como esperado, ao considerar a ocupação dos veículos como um fator relevante, é possível obter melhorias na utilização dos veículos. Para algumas instâncias foi possível aumentar em 23,83% a ocupação dos veículos, enquanto não há alteração significativa do custo operacional. O modelo MSP mostrou soluções melhores que o modelo bi-objetivo, pois, as soluções obtidas tiveram custos operacionais semelhantes aos custos obtidos ao não considerar a ocupação dos veículos. Entretanto, o MSP mostra algumas dificuldades, como a necessidade de calibração de parâmetros, o maior tempo de processamento e menor número de ótimos bi-objetivo.

Para trabalhos futuros, busca-se encontrar melhores maneiras para calibração dos parâmetros do MSP e analisar o problema para valores ainda mais restritos no modelo bi-objetivo, uma vez que tais valores geram soluções com melhor aproveitamento da ocupação dos veículos, mantendo os custos operacionais mais próximos à otimalidade.

Agradecimentos

Os autores agradecem aos revisores do trabalho. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) (PROEX-1136165/M), CNPq (308761/2018-9) e FAPESP CEPID (2013/07375-0).

Referências

Agustina, D., Lee, C., e Piplani, R. (2014). Vehicle scheduling and routing at a cross docking center for food supply chains. *International Journal of Production Economics*, 152:29 – 41.

Alvarez-Pérez, G. A., González-Velarde, J. L., e Fowler, J. W. (2009). Crossdocking Just in Time scheduling: An alternative solution approach. *Journal of the Operational Research Society*, 60 (4):554–564.

Apte, U. M. e Viswanathan, S. (2000). Effective cross docking for improving distribution efficiencies. *International Journal of Logistics Research and Applications*, 3(3):291–302.

Bernardes, E. D., Toledo, F. M. B. d., e Armentano, V. A. (2017). Programação do cross-docking integrada às decisões de roteamento no processo de distribuição. In *Anais do XLIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, p. 1691 – 1702. SOBRAPO.

Bernardes, E. D. (2019). *Planejamento operacional integrado cross-docking e roteamento de veículos para um sistema de distribuição*. PhD thesis, Instituto de Ciências Matemáticas e Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos - SP. p. 153.

Boysen, N. e Fliedner, M. (2010a). Cross dock scheduling: Classification, literature review and research agenda. *Omega*, 38(6):413 – 422.

Boysen, N. e Fliedner, M. (2010b). Cross dock scheduling: Classification, literature review and research agenda. *Omega*, 38(6):413–422.

Buijs, P., Vis, I. F. A., e Carlo, H. J. (2014). Synchronization in cross-docking networks: A research classification and framework. *European Journal of Operational Research*, 239(3):593 – 608.

Chen, F. e Lee, C. Y. (2009). Minimizing the makespan in a two-machine cross-docking flow shop problem. *European Journal of Operational Research*, 193(1):59–72.

Ladier, A.-L. e Alpan, G. (2014). Crossdock truck scheduling with time windows: earliness, tardiness and storage policies. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 29(3):569–583.

Lee, Y. H., Jung, J. W., e Lee, K. M. (2006). Vehicle routing scheduling for cross-docking in the supply chain. *Computers & Industrial Engineering*, 51(2):247 – 256.

Rahbari, A., Nasiri, M. M., Werner, F., Musavi, M., e Jolai, F. (2019). The vehicle routing and scheduling problem with cross-docking for perishable products under uncertainty: Two robust bi-objective models. *Applied Mathematical Modelling*, 70:605 – 625.

Wen, M., Larsen, J., Clausen, J., Cordeau, J.-F., e Laporte, G. (2009). Vehicle routing with cross-docking. *Journal of the Operational Research Society*, 60(12):1708–1718.

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings