

Modelo matemático com tempo contínuo para determinação de linhas de transporte

Benjamin Mariotti Feldmann

Departamento de Engenharia Naval e Oceânica – Universidade de São Paulo
Av. Prof. Mello Moraes, 2231 – Cidade Universitária – 05508-030 – São Paulo
benj.feldmann@gmail.com

Matheus Cardoso

Departamento de Engenharia Naval e Oceânica – Universidade de São Paulo
Av. Prof. Mello Moraes, 2231 – Cidade Universitária – 05508-030 – São Paulo
matheus.cardoso.soares@gmail.com

André Bergsten Mendes

Departamento de Engenharia Naval e Oceânica – Universidade de São Paulo
Av. Prof. Mello Moraes, 2231 – Cidade Universitária – 05508-030 – São Paulo
andbergs@usp.br

RESUMO

No presente trabalho, é tratado o problema de determinação de linhas de transporte de carga fracionada, caracterizadas por não preencher por si só um veículo inteiro. Nele, deverão ser especificadas quais as saídas de veículos em um sistema de terminais de modo a atender todas as demandas, descritas por um terminal de origem, um terminal de destino, um tamanho e um prazo máximo de entrega, bem como a rota que cada demanda deverá seguir no sistema. Após uma introdução e uma revisão bibliográfica, é proposto um modelo em programação matemática inteira mista, na qual o tempo é tratado de maneira contínua, sem a necessidade de discretização, como observado em outros trabalhos. O modelo foi aplicado para pequenas instâncias artificiais que demonstraram a factibilidade da proposta e a dificuldade no seu processamento.

PALAVRAS CHAVE. Carga Fracionada, Linhas de transporte, Tempo contínuo.

Pesquisa operacional em logística, programação linear inteira mista

ABSTRACT

The problem of determining fractional cargo transportation lines, characterized by not filling an entire vehicle by itself, is addressed in the present work. It should determine the frequency in which transportation lines are offered in a terminal system to attend all demands, characterized by an origin terminal, a destination terminal, size and maximum delivery time, as well as the route that each demand is expected to follow in the system. After an introduction and a bibliographic review, a model in mixed integer linear programming is proposed, in which time is treated continuously, without the need for discretization, as observed in other works. The model was applied to small artificial instances that demonstrated the feasibility of the proposal and the difficulty in processing it.

KEYWORDS. Less-than-truckload, network service design, continuous time

Operations research in logistics, mixed integer linear programming

1. Introdução

No transporte de carga, existem duas modalidades principais de contratação de frete: a lotação (*fulltruckload* ou FTL), em que é feita a contratação de um veículo por um preço fixo desde a sua origem até seu destino e a fracionada (*less-than-truckload* ou LTL), em que a carga a ser transportada, por si só, não é capaz de preencher um veículo. No primeiro formato de contratação, geralmente é pago um valor fixo, dependendo da origem, do destino e do tipo de veículo contratado, enquanto no caso fracionado é pago um valor proporcional à quantidade de mercadoria embarcada.

Transportadoras que operam na modalidade fracionada encontram um *trade-off* entre nível de serviço e custo. Uma alternativa de operação seria enviar a carga diretamente desde a origem até o seu destino imediatamente, mas isso incorreria em grandes custos operacionais, pois o veículo estaria com uma baixa ocupação. Outra opção seria a de aguardar outras demandas da mesma origem com o mesmo destino até que um veículo fosse completado, mas essa abordagem poderia levar a tempos de entrega muito elevados. A solução encontrada para empresas do ramo é o uso de redes de terminais do tipo *hub-spoke*, caracterizado por dois tipos de terminais:

- **Terminais de ponta** (*End-of-line* ou EOL): São terminais encarregados de coletas e entregas na região de sua proximidade. Dessa forma, as mercadorias que têm como origem ou destino uma região situada na sua zona de atuação serão coletadas ou entregues a partir desse terminal.
- **Terminais consolidadores** (*hub*): São terminais em que são realizadas operações de consolidação, ou seja, cargas chegam em determinados veículos, são descarregadas, reorganizadas e novamente despachadas rumo ao seu destino. Terminais consolidadores também exercem o papel de terminais de ponta, uma vez que também deverão realizar entregas e coletas em clientes na sua zona de atuação.

Um exemplo de uma rede de terminais pode ser visto na Figura 1. Suponha que exista uma carga no ponto A com destino ao ponto D. O caminho percorrido por essa remessa será A->4->3->8->D. Primeiramente, será feita uma coleta a partir do terminal 4 na sua zona de atuação, passando também pelos pontos C e B, o que é geralmente feito em veículos menores. Em seguida, a remessa será carregada em um veículo com destino ao terminal consolidador 3, junto com demais cargas coletadas na região do terminal de ponta 4, ainda que com destinos diferentes. No terminal consolidador 3, é feita uma triagem e separação da carga de acordo com seu destino. A remessa tratada será enviada então ao terminal de ponta 8, cuja zona de atuação engloba o ponto D, destino da remessa.

Avaliando a rede com todas as demandas, é possível observar as vantagens que esse modelo pode trazer em termos de eficiência. As demandas A->D e B->H compartilham o mesmo arco I, apesar de terem destinos diferentes. O mesmo ocorre entre as demandas B->H e J->F, que compartilham o arco II mesmo com origens e destinos distintos. Essas consolidações permitem que os custos de transporte sejam diluídos entre as diferentes remessas que compartilham o mesmo veículo. Ainda assim, esse arranjo permite que os tempos de entrega mantenham um nível de serviço adequado.

Um dos aspectos importantes em uma rede de terminais é a importância dos custos de manuseio de terminais, correspondentes ao processo de descarregamento, separação, triagem e carregamento que ocorre dentro dos terminais. Embora sejam menores que os custos de transporte, eles ainda representam uma parcela representativa dos custos totais de operação. Naturalmente, os tempos dentro dos terminais precisam ser considerados também na garantia dos prazos.

Embora no exemplo dado a demanda A-D passe somente por um terminal consolidador, tão frequentes são casos em que a demanda passa por dois terminais consolidadores antes de chegar ao seu destino final (caso de J-F, na Figura 1). Alguns autores, como Jarrah *et al.* (2009) e Erera *et al.* (2012), limitam em dois o número máximo de consolidações, considerando que isso poderia acarretar um aumento demasiado dos custos de movimentação, além de incorrer em maiores riscos de dano ou extravio de carga.

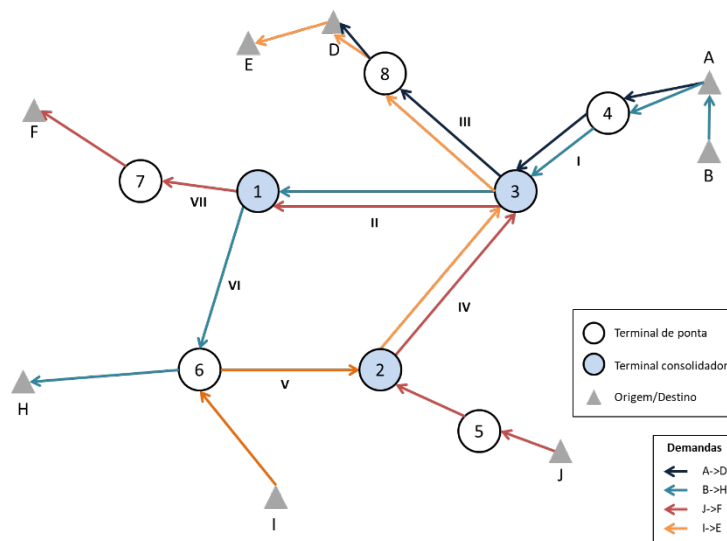


Figura 1: Exemplo de rede hub-spoke

Outro ponto presente em redes de terminais é o balanceamento de vazios. Terminais que expedem muitas cargas podem ter falta de veículos, enquanto outros nós da rede que recebem mais veículos do que expedem podem ter um excedente de veículos no seu perímetro. Um equilíbrio da rede se faz necessário nesses casos, transportando veículos vazios de terminais com excedente para aqueles com escassez.

Em relação aos caminhos percorridos pelas demandas na rede, não é permitido que uma mesma remessa seja quebrada, fazendo com que seja obrigatório que todos os seus itens permaneçam juntos desde o terminal de origem até o terminal de destino. Outra restrição comum é a unicidade de caminhos, que impõe que todas as demandas que chegam em um determinado terminal e que tenham o mesmo destino deverão obrigatoriamente seguir o mesmo caminho dali em diante. Isso faz com que as rotas percorridas pelas remessas tenham formato de árvore na rede, conforme visualizado na Figura 2. Essa restrição facilita o processo de expedição dentro de cada terminal, uma vez que basta saber o destino final da carga para saber qual o próximo ponto na rede que ela deve ser encaminhada. Alguns autores, como Jarrah *et al.* (2009) e Erera *et al.* (2012), questionam a necessidade dessa restrição, uma vez que avanços nos sistemas de informação permitiriam uma flexibilização dessa regra.

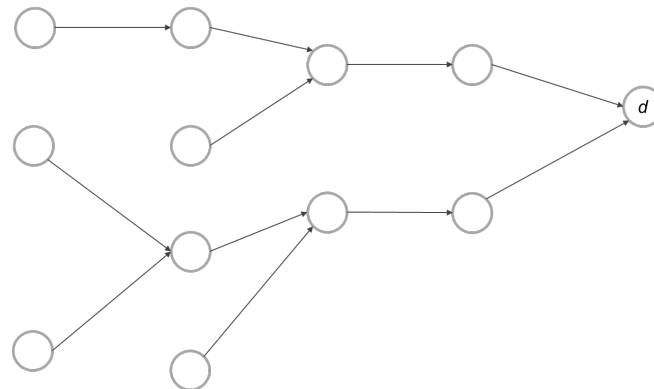


Figura 2: Exemplo de caminhos em formato de árvore

No presente trabalho, deverá ser tratado o nível tático do problema do transporte de carga fracionada, no qual deverão ser determinadas as linhas de transporte necessárias para transportar todas as remessas desde seu terminal de origem até o terminal de destino ao menor custo possível,

garantindo o nível de serviço, caracterizado pelo prazo de cada uma. Esse problema pode ser descrito como *network service design* [Crainic 2010]. Na seção 2 é feita uma revisão bibliográfica, enquanto na seção 3 é apresentada a modelagem matemática do problema. Na seção 4 são mostrados resultados de experimentos executados e, finalmente, na seção 5 são discutidos os principais resultados e conclusões.

2. Revisão bibliográfica

Um dos primeiros trabalhos a tratar o desenho de linhas operacionais para o transporte de carga fracionada é o de [Powell 1986], em que o nível de serviço é tratado de maneira indireta através do conceito de frequências mínimas, definidas como um volume mínimo que deve atravessar determinados arcos da rede para garantir um nível de serviço adequado. É apresentado um modelo em programação matemática inteira mista, a partir do qual é proposta uma heurística aplicada a uma rede real de uma transportadora.

O mesmo modelo é revisto em [Powell et al. 1989] conhecido como projeto APOLLO. Nele, são propostas heurísticas locais e adição/remoção de arcos, que em uma aplicação comercial seriam apresentados a um usuário, que seria capaz de avaliar complexidades operacionais que o modelo não seria capaz de capturar. Um modelo similar é proposto por [Hellmuth 2004], em uma aplicação a um caso real de uma transportadora brasileira.

[Hoppe et al. 1999], em seu trabalho, propõe um modelo que trata o nível de serviço de maneira direta, ou seja, através do cumprimento de prazos de entrega de cada uma das remessas, embora não seja considerado o tempo de espera de cada demanda nos terminais por um veículo disponível. [Barcos et al. 2010], em seu trabalho, também trata os tempos de forma direta sem considerar a espera nos terminais em uma aplicação de colônia de formigas.

[Jarrah et al. 2009] traz uma solução baseada em redes temporais, em que cada nó é caracterizado não só pela sua posição geográfica, mas também pelo seu instante de tempo. Nesse caso, é necessária uma discretização do tempo, em que cada nó representava um dia. No trabalho, primeiramente são delimitadas rotas possíveis para cada demanda, a partir de critérios pré-definidos, como quantidade de consolidações e distâncias entre terminais e cumprimento de prazos. A partir de então, um modelo matemático identifica dentro do domínio de rotas factíveis a solução que minimiza os custos totais operacionais.

Outro trabalho que utiliza redes temporais é o de [Erera et al. 2012], porém é proposta uma discretização maior, em que o dia é dividido em 8 períodos. No trabalho também é aplicada uma estratégia de redução do domínio de busca, em que, para cada demanda, são gerados caminhos potenciais, os quais serão combinados por um modelo matemático, considerando custos de transporte, consolidação e equilíbrio de equipamentos (vazios). Dado o tamanho do problema tratado, é discutido um algoritmo de reotimização, no qual, a partir de uma dada solução inicial, são procuradas melhorias locais analisando uma demanda por vez, mantendo todas as outras fixas em suas rotas. Em relação à unicidade de caminhos, é realizada uma avaliação sobre a flexibilização desse tipo de restrição, com demandas podendo seguir caminhos totalmente livres ou que variam de acordo com o dia da semana.

A discretização de redes temporais é novamente revista em [Zhang 2010], que propõe que cada nó represente uma hora. No trabalho, é proposto um modelo matemático que parte de um conjunto fechado de rotas possíveis para cada demanda, similar aos trabalhos de [Jarrah et al. 2009] e [Erera et al. 2012], além de uma heurística construtiva baseada na identificação de caminhos mínimos considerando custos marginais de inserção na rede. Para as duas abordagens, é apresentada uma melhoria local em que a rede é fixada e cada demanda é reprocessada. No projeto, também é discutida a necessidade da unicidade de caminhos.

[Boland et al. 2017] discute o uso de redes temporais e a necessidade das discretizações, propondo um modelo que trata os tempos de maneira contínua. No procedimento, a rede tratada tem a sua discretização localmente aumentada até que uma otimalidade seja identificada.

3. Modelagem proposta

Para o problema descrito anteriormente, foi proposta uma modelagem matemática em programação linear mista, em que os tempos serão tratados de maneira contínua, ou seja, sem a necessidade de uma discretização temporal. Isso elimina discussões a respeito de qual a discretização adequada para avaliação do problema, sendo capaz de gerar soluções factíveis sem perder potenciais ganhos de consolidação.

Como entrada do problema, são dados todos os custos e tempos de transporte entre os arcos de uma rede de terminais, bem como custos e tempos de movimentação dentro de cada um. Também é passada uma lista de todas as demandas que devem ser roteirizadas, caracterizadas por um terminal de origem, um terminal de destino, tamanho, data de entrada no sistema e instante máximo de tempo para entrega.

A frota considerada deverá ser homogênea, como considerado na maior parte dos trabalhos ([Powell 1986], [Jarrah et al. 2009], [Erera et al. 2012], [Hellmuth 2004], [Zhang 2010] e [Hoppe et al. 1999]). Também não são considerados horários de funcionamento ou capacidade máxima de terminais, sendo eles capazes de receber quantas cargas forem necessárias em qualquer horário. Não será tratada também a parcela de custo referente ao transporte de vazios, que representa em torno de 10% do custo total do sistema [Hellmuth 2004], sendo entendido que esse problema pode ser resolvido à parte em um outro sistema.

Não serão consideradas reduções no domínio de caminhos possíveis para as demandas, diferentemente do que foi realizado em [Jarrah et al. 2009], [Zhang 2010] e [Erera et al. 2012]. Dessa forma, todas as conexões de arcos na rede são possíveis, bem como é permitido realizar quantas consolidações forem necessárias, desde que todos os prazos sejam respeitados.

Em relação à restrição de unicidade de caminhos, de maneira similar ao trabalho de [Jarrah et al. 2009], são propostas três variações de modelos: o não cumprimento da restrição de formatos de árvore, o cumprimento total da restrição e a flexibilização de acordo com o dia da semana.

Em relação à modelagem um si, uma entidade proposta é a chamada perna de transporte, caracterizada por um veículo que atravessa um arco do sistema. Cada perna deverá ter um horário de saída do nó de origem do seu arco e um horário de chegada no nó de destino, relacionados a partir do tempo de transporte do arco. Na Figura 3, é possível observar uma pequena rede, na qual distinguem-se três pernas: uma cruzando o arco (i,j) , outra o arco (j,k) e por fim uma terceira no arco (j,l) . Na operacionalização dessa solução, é possível que um mesmo veículo execute as pernas 1 e 3, porém ainda seriam pernas distintas para o modelo. No sistema, as demandas serão associadas a diferentes pernas, definindo o caminho que deverão percorrer desde a sua origem até seu destino.

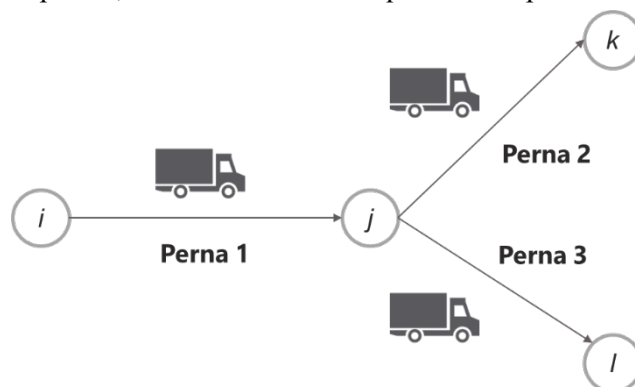


Figura 3: Exemplo de pernas em uma rede

Os índices e parâmetros de entrada utilizados no modelo podem ser observados abaixo, bem como as variáveis de decisão. Em especial, é importante notar que o número de pernas que

serão utilizadas no sistema pode ser definido *a priori*, ou seja, é possível estabelecer uma quantidade prévia de pernas admitidas para cada arco da rede, que posteriormente poderão ser ou não ativadas. Com um número suficientemente grande de pernas na perna, não haverá perda de otimalidade. Com essa abordagem, é possível estabelecer um parâmetro o parâmetro β_{ij}^l , que indica a qual arco da rede uma determinada perna l percorre.

Índices e parâmetros

q : Demandas

i, j : Terminais na rede, que são entendidos também como nós do grafo

l : Pernas

Parâmetros de entrada

e_q	<i>instante de entrada da demanda q na rede</i>
p_q	<i>instante máximo de entrega da demanda q na rede</i>
s_q	<i>tamanho da demanda q</i>
f_i^q	<i>parâmetro</i> $\begin{cases} -1, \text{ se } i \text{ é origem da demanda } q \\ 1, \text{ se } i \text{ é destino da demanda } q \\ 0, \text{ para os demais terminais} \end{cases}$
β_{ij}^l	<i>parâmetro binário</i> $\begin{cases} 1, \text{ se a perna } l \text{ atravessa o arco } (i, j) \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$
c_{ij}	<i>custo de um veículo atravessar o arco (i, j)</i>
t_{ij}	<i>tempo de um veículo atravessar o arco (i, j)</i>
m_i	<i>custo de movimentação no terminal i</i>
h_i	<i>tempo de movimentação no terminal i</i>
or_q	<i>origem da demanda q</i>
ds_q	<i>destino da demanda q</i>
Cap	<i>capacidade do veículo</i>
N	<i>parâmetro suficientemente grande (da ordem do horizonte de planejamento)</i>

Variáveis de decisão

x_l^q	<i>variável binária</i> $\begin{cases} 1, \text{ se a demanda } q \text{ usa a perna } l \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$
a_i^q	<i>instante de chegada da demanda q no terminal i</i>
d_i^q	<i>instante de saída da demanda q no terminal i</i>
a_l	<i>instante de chegada da perna l</i>
d_l	<i>instante de saída da perna l</i>
z_l	<i>variável binária</i> $\begin{cases} 1, \text{ se a perna } l \text{ é utilizada} \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$

Uma vez estabelecidos todos os parâmetros de entrada, o modelo incorpora as seguintes decisões:

1. Quais pernas deverão ser ativadas (z_l)
2. Para cada perna, qual horário de saída do seu nó de origem (e consequentemente, de chegada no nó de destino) (d_l)

3. Quais demandas deverão estar associadas a cada arco (x_l^q)

Percebe-se também que existem dois tipos de variáveis associadas a instantes de tempo de saída e chegada em nós da rede: um para demandas (a_i^q e d_i^q) e outro para pernas (a_l e d_l). Naturalmente, deve existir uma correlação entre instantes de tempo de pernas e demandas associadas. Na Figura 4 pode ser observado um exemplo de uma demanda q que atravessa dois arcos (i,j) e (j,k) na rede, estando associada a duas pernas, L_1 e L_2 , respectivamente. O instante de tempo de saída dos nós i e j da demanda q (a_i^q e d_j^q) deverão ser iguais aos instantes de saída das pernas (d_{L_1} e d_{L_2}) para cada arco. O mesmo é válido para os instantes de chegada nos nós j e k (a_j^q e a_k^q), que deverão ter os mesmos valores das variáveis das pernas (a_{L_1} e a_{L_2}).

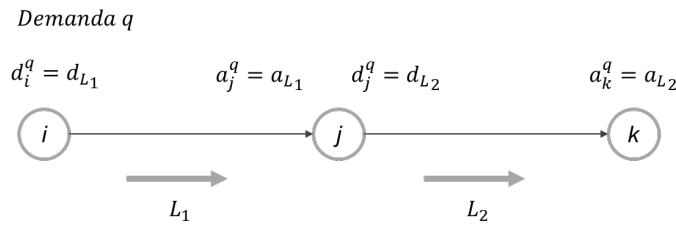


Figura 4: Relação entre variáveis de chegada e saída de pernas e demandas

A função objetivo pode ser observada abaixo. A primeira parcela está relacionada aos custos de transporte de veículos na rede. Já a segunda diz respeito aos custos de movimentação nos terminais.

$$\min \sum_i \sum_j \sum_l z_l \beta_{ij}^l c_{ij} + \sum_q \sum_i \sum_j \sum_l x_l^q \beta_{ij}^l m_j s_q$$

Por fim, as restrições que o problema deve respeitar são descritas a seguir:

$$\sum_q x_l^q s_q \leq Cap \quad \forall l \quad (1)$$

$$Nz_l \geq \sum_q x_l^q \quad \forall l \quad (2)$$

$$\sum_l \sum_i x_l^q \beta_{ij}^l - \sum_l \sum_k x_l^q \beta_{jk}^l = f_j^q \quad \forall j, q \quad (3)$$

$$\sum_l \sum_j x_l^q \beta_{ij}^l \leq 1 \quad \forall i, q \quad (4)$$

$$d_i^q - a_i^q \geq h_i \sum_l \sum_j x_l^q \beta_{ji}^l \quad \begin{cases} \forall q, i \\ i \neq or_q \\ i \neq ds_q \end{cases} \quad (5)$$

$$a_i^q \leq p_q \quad \forall q, i = ds_q \quad (6)$$

$$a_i^q \geq e_q \quad \forall q, i = or_q \quad (7)$$

$$d_l + \sum_i \sum_j \beta_{ij}^l t_{ij} = a_l \quad \forall l \quad (8)$$

$$a_i^q \leq \sum_l \sum_j \beta_{ij}^l (1 - x_l^q) N + a_l \quad \forall i, q \quad (9)$$

$$a_i^q \geq \sum_l \sum_j -\beta_{ij}^l (1 - x_l^q) N + a_l \quad \forall i, q \quad (10)$$

$$d_i^q \leq \sum_l \sum_j \beta_{ij}^l (1 - x_l^q) N + d_l \quad \forall i, q \quad (11)$$

$$d_i^q \geq \sum_l \sum_j -\beta_{ij}^l (1 - x_l^q) N + d_l \quad \forall i, q \quad (12)$$

$$x_l^q, z_l \text{ binárias} \quad (13)$$

$$a_i^q, d_i^q, a_l, d_l \geq 0 \quad (14)$$

N um número suficientemente grande

As restrições (1) garantem que a soma dos volumes de demandas associados a uma perna não supera a sua capacidade. Já as restrições (2) determinam que uma perna é ativada caso tenha alguma demanda associada a ela. A equação (3) está associada à continuidade dos nós que uma demanda percorre. As restrições (4) impõem que a demanda só pode ser atribuída a no máximo uma única perna em um determinado arco. As restrições (5), (6) e (7) garantem os tempos de movimentação, prazos de entrega e instantes de entrada no sistema para as demandas. A equação (8) relaciona os instantes de chegada e saída da perna, respeitando os tempos de transporte nos arcos. Por fim, as equações (9), (10), (11) e (12) associam os instantes de chegada e saída de uma demanda às pernas às quais ela está associada. Dado que a relação direta seria não-linear, é necessário utilizar um número N suficientemente grande.

Para o caso em que a restrição de unicidade de caminhos deve ser respeitada, uma nova variável de decisão deve ser criada no sistema, para garantir que todas as demandas de um conjunto S_d de mesmo destino d utilizem os mesmos caminhos.

z_{ij}^d : variável binária $\begin{cases} 1, \text{ se as demandas com destino } d \text{ seguem para } j \text{ a partir de } i \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$

A partir dessa variável, são inseridas duas novas restrições no modelo, além das restrições (1) a (14) apresentadas anteriormente. As restrições (15) impõem que cada demanda só pode seguir a partir de um nó i para um nó j caso o próximo nó no caminho determinado para todas as demandas do seu conjunto S_d seja esse. Já as restrições (16) colocam que somente pode haver um único nó j válido para um destino d e um determinado nó i .

$$x_l^q \beta_{ij}^l \leq z_{ij}^d \quad \forall i, j, l \quad (15)$$

$$\sum_j z_{ij}^d \leq 1 \quad \forall i, d \quad (16)$$

Por fim, o caso em que os caminhos percorridos por demandas de mesmo destino podem variar de acordo com o dia da semana é análogo ao de caminhos fixos. Duas variáveis de decisão devem ser adicionadas no modelo. Também é criado um novo índice, k , referente a dias da semana.

z_{ij}^{kd} : variável binária $\begin{cases} 1, \text{ se as demandas com destino } d \text{ que chegam em } i \text{ no dia da} \\ \text{semana } k \text{ seguem por } j \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$

w_{ik}^q : variável binária $\begin{cases} 1, \text{ se a demanda } q \text{ chega no nó } i \text{ no dia da semana } k \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$

$$x_i^q \beta_{ij}^l \leq z_{ij}^{kd} + N(1 - w_{ik}^q) \quad \forall i, j, l, k \quad (17)$$

$$\forall q \in S_d$$

$$\sum_j z_{ij}^{kd} \leq 1 \quad \forall i, d, k \quad (18)$$

$$\sum_k w_{ik}^q \leq 1 \quad \forall i, q \quad (19)$$

$$\sum_k k \cdot w_{ik}^q \geq a_i^q \quad \forall i, q \quad (20)$$

$$\sum_k (k - 1) \cdot w_{ik}^q \leq a_i^q \quad \forall i, q \quad (21)$$

As restrições (17) e (18), de maneira semelhante ao modelo anterior, garantem que uma demanda a partir de um nó i que tenha um destino d só pode seguir por um único nó j . Com a adição da parcela $N(1 - w_{ik}^q)$, tem-se que essa obrigatoriedade só é válida caso a demanda chegue no nó i no dia de semana k . Já as restrições (19), (20) e (21) permitem que a variável w_{ik}^q seja definida. A primeira determina que uma demanda só pode chegar em um único dia da semana para cada nó. Já as equações as restrições (20) e (22) fazem a relação entre o dia da semana k e a variável contínua que define a chegada da demanda no nó i , através de uma discretização. A primeira tenta identificar um k que seja o inteiro arredondado para cima em relação ao instante de chegada a_i^q . Já a segunda identifica o $(k-1)$ inteiro arredondado para baixo de a_i^q . Só haverá um k que satisfaça as duas equações ao mesmo tempo, ao qual a variável w_{ik}^q terá valor 1, sendo 0 para os demais k . É importante ressaltar que essas equações são válidas para instantes de tempo medidos em dias. Caso seja medido em horas, por exemplo, o termo a_i^q deveria ser dividido por 24.

4. Experimentos

A aplicação da modelagem proposta para o primeiro caso (sem restrições de unicidade de caminhos) foi realizada para instâncias de pequeno porte, em que foram gerados valores aleatórios de demandas, custos e tempos para redes de 5, 6, 8 e 10 nós, apresentados na Tabela 1 e na Figura 5. Para acelerar o processamento, foi dada como solução inicial o resultado de modelo heurístico, descrito em [Feldmann 2019], sendo o modelo construído em linguagem Java com aplicação do solver Gurobi 8.1 e utilizada uma máquina de alto processamento (2.27 GHz Intel(R) Xeon(R) E5520, 16 núcleos e 48 GB RAM) e limite de 12 horas.

Tabela 1: Resultados da aplicação para pequenas instâncias

Instância	Nós	Demandas	Gap	Tempo MIP (s)
1	5	84	0%	-
2	6	125	40%	43.200
3	6	125	33%	43.200
4	8	84	35%	43.200
5	8	245	52%	43.064

Instância	Nós	Demandas	Gap	Tempo MIP (s)
6	8	245	50%	43.165
7	10	405	82%	38.645
8	10	405	81%	39.893
9	10	405	87%	36.882

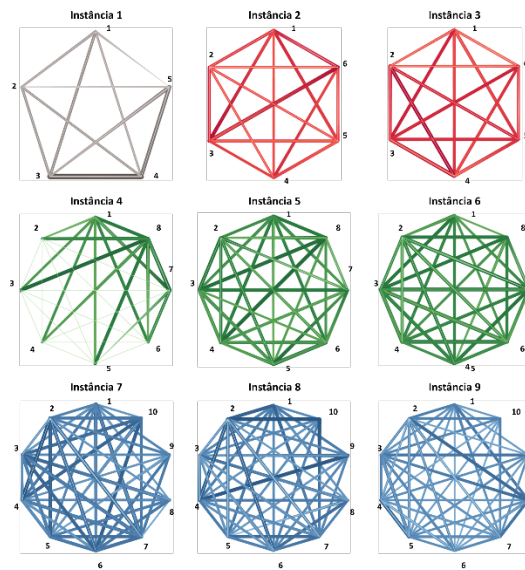


Figura 5: Instâncias de pequeno porte dos experimentos

O primeiro ponto a ser observado é a dificuldade no processamento do problema, caracterizado como NP-Difícil (Jarrah (2009)) mesmo para instâncias de pequeno porte. Para a menor delas, foi possível atingir o ótimo. Para todos os demais, os gaps apresentados foram altos mesmo após 12 horas de processamento. Para a maior parte dos casos, o modelo matemático não foi capaz de identificar uma solução melhor do que a gerada pela heurística. É possível observar que a complexidade do problema cresce não somente com o número de nós, mas também com o número de demandas roteirizadas na rede. Dessa forma, a instância 4, que contém 8 nós e 84 demandas (frente mais de 240 demandas para as outras instâncias de 8 nós) conseguiu atingir resultados melhores do que as demais instâncias do mesmo porte.

4. Conclusões

O modelo matemático proposto traz algumas contribuições para o problema de determinação de linhas de transporte. O principal aspecto que pode ser destacado é o tratamento do tempo de maneira direta e contínua. Dessa maneira, evita-se o uso de abordagens indiretas de nível de serviço (como nos casos de Powell (1989) e Hellmuth (2008)) ou a necessidade de criar redes temporais. Em especial em relação ao uso de redes temporais, a discretização se torna um aspecto de discussão. Ao usar diferentes discretizações mais superficiais, ganha-se em processamento, porém há um risco da solução sugerida não ser totalmente operacionalizável, uma vez que algumas consolidações de carga não seriam, na prática, possíveis. Por outro lado, o uso de discretizações cada vez mais granulares traz dificuldades em termos de tempo hábil de processamento. Dessa forma, uma análise sobre qual seria a discretização ideal deve ser sempre conduzida nesses casos. Com o uso dos tempos de maneira contínua, as discussões a respeito de

discretização não são necessárias. Todas as soluções propostas são temporalmente factíveis, e não há perda de consolidações potenciais por simplificações.

Como visto nas aplicações para pequenas instâncias, o problema é bastante complexo de ser resolvido, que faz com que o tempo de processamento seja preocupante, ainda que se trate de um problema tático, em que as soluções deveriam ser revistas com periodicidade de meses. Considerando que transportadoras de carga fracionada trabalham com redes de mais de 20 terminais, podendo passar de 100, a sua aplicação ao mundo real ainda se torna infactível, e algoritmos heurísticos (como o próprio utilizado para gerar as soluções iniciais dos modelos) se mostram mais promissores. A modelagem matemática aplicada a pequenas instâncias, porém, pode se tornar uma ferramenta útil para determinar a eficácia desses algoritmos, uma vez que pode auxiliar a identificar quão distante do ótimo a solução proposta está.

Por fim, como futuro da pesquisa, existem diversos pontos de extensão, em especial relacionado a melhorias no processamento. Para tanto, a redução de parte dos domínios (como limitar a quantidade de arcos possíveis da rede ou a consolidação por mais de dois terminais) pode ser úteis, como observado em outros trabalhos. A extensão da aplicação para as variações de caminhos fixos ou variando por dia da semana também pode auxiliar a identificar potenciais de ganho para empresas do ramo. Além disso, outros aspectos não considerados na modelagem, como o balanceamento de vazios e capacidade de terminais podem ser considerados, bem como o uso de diferentes tipos de veículos.

Referências

- Ahuja, R., Magnanti, T., Orlin, J. “Network Flows: Theory, Algorithms and Applications”, Prentice Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1993.
- Boland N, Hewitt M, Marshall L, Savelsbergh M, 2017 The Continuous-Time Service Network Design Problem. *Operations Research* 65:1303–1321.
- Crainic, T., “Service network design in freight transportation”, *European Journal of Operations Research*, vol. 122, no. 2, pp. 272–288, 2000.
- Crainic, T., Rousseau, J., “Multicommodity, multimode freight transportation: A general modeling and algorithmic framework for the service network design problem”, *Transportation Research Part B: Methodological*, 20, issue 3, p. 225-242, 1986
- Erera, A., Hewitt, M., Savelsbergh, M., Zhang, Y. “Improved Load Plan Design Through Integer Programming Based Local Search”. *Transportation Science*, vol. 47, issue 3, pp. 412–427, 2012.
- Feldmann, B. M. Determinação de linhas de transporte na operação de carga fracionada. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Naval e Oceânica) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.
- B. R. Hellmuth, “Uma contribuição ao estudo do planejamento de transporte rodoviário de cargas fracionadas”, São Paulo: Tese de Mestrado, Escola Politécnica da USP, 2004.
- Hoppe, B., Klampfl, E.Z., McZeal, C., Rich, J. (1999). “Strategic loadplanning for less-than-truckload trucking”. Center for Research on Parallel Computation Working Paper, Rice University, Houston, Texas, 1999.
- Jarrah, A. I., Johnson, E., and Neubert, L. C., “Large-scale, less-than- truckload service network design”, *Operations Research*, vol. 57, no. 3, pp. 609– 625, 2009.

Powell, W. B., “A local improvement heuristic for the design of less-than- truckload motor carrier networks”, Transportation Science, vol. 20, no. 4, pp. 246–257, 1986

Powell, W. B. and Sheffi, Y., “Design and implementation of an interactive optimization system for network design in the motor carrier industry,” Operations Research, vol. 37, pp. 12–29, 1989

Zhang Y. “Advances in LTL load plan design” Ph.D. thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, 2010.