LII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional
João Pessoa - PB, 3 a 5 de novembro de 2020

Um modelo matemático baseado em programação de tarefas para um problema de recuperação de aeronaves

Mateus Santana, Jonathan de La Vega, Reinaldo Morabito
Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos
Rodovia Washington Luis, s/n, São Carlos - SP, 13565-905
mateus.95.santana@gmail.com, jdlvmartinez@gmail.com,
morabito@ufscar.br

RESUMO

No transporte aéreo de passageiros, frequentemente ocorrem eventos que inviabilizam o cumprimento da programação de voos prevista para certo período. Nessas situações, emerge o Problema de Recuperação de Aeronaves (ou ARP -*Aircraft Recovery Problem*). Neste trabalho, tratou-se de um ARP em uma empresa de produção de óleo e gás com operação *offshore* que realiza diariamente, via helicópteros, o transporte dos seus colaboradores e funcionários de aeroportos para unidades marítimas, e vice-versa. Para tanto, desenvolveu-se um modelo de programação linear inteira mista baseado em modelos de programação de tarefas, considerando diferentes objetivos de otimização e restrições práticas da empresa. O modelo foi resolvido através de um *solver* comercial de otimização para a reprogramação dos voos dos helicópteros. Instâncias baseadas em dados reais e simulados foram utilizadas para validação. Obtiveram-se soluções ótimas para a maior parte das instâncias e, para as restantes, obtiveram-se boas soluções considerando os interesses da empresa.

PALAVRAS CHAVE. Problema de recuperação de aeronaves, Programação inteira mista, Reprogramação de voos de helicópteros.

L&T - Logística e Transportes. PM - Programação matemática.

ABSTRACT

In air passenger transport, often occur events that make it difficult to comply with the flight schedule planned for a certain period. In these situations, the Aircraft Recovery Problem (or ARP) emerges. In this work, we dealt with an ARP in an oil and gas production company with an offshore operation that performs daily, via helicopters, the transportation of its employees and airport employees to maritime units, and vice versa. For that, a mixed integer linear programming model was developed based on scheduling models, considering different optimization objectives and practical constraints of the company. The model was solved by means of a commercial optimization solver for the rescheduling of helicopter flights. Instances based on real and simulated data were used for validation. Optimum solutions were obtained for most instances and, for the rest, good solutions were obtained considering the company's interests.

KEYWORDS. Aircraft Recovery Problem. Mixed integer programming. Flight rescheduling of helicopters.

L&T - Logistics and Transport. PM - Mathematical Programming.

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings

1. Introdução

Um operador aéreo pode ser entendido como uma pessoa jurídica que realiza o transporte de pessoas ou de cargas entre dois aeródromos diferentes [IAC 1223, 2000]. Quando há uma interrupção nas operações de um operador aéreo, por exemplo, devido a alterações climáticas ou quebra de equipamentos de forma que o mesmo deixe de realizar um ou mais voos previstos, pode ocorrer o comprometimento da execução dos voos planejados do dia corrente e dos próximos dias e, assim, prejudicar os itinerários dos passageiros [Clausen et al., 2010]. Como forma de minimizar tais impactos negativos, é importante que os operadores estejam preparados para tais imprevistos e possuam assim uma estratégia eficiente para gestão de interrupções.

Diversas operações cotidianas relacionadas à gestão de interrupções em linhas aéreas tem sido solucionados com base nos conhecimentos fundamentados na Pesquisa Operacional, sendo um dos problemas de maior destaque o *Aircraft Recovery Problem* (ou ARP), que consiste em determinar novos horários de decolagem de voos, bem como possíveis cancelamentos ou transferências destes, após a ocorrência de eventos indesejáveis que, por algum motivo, impedem que a programação inicial seja executada conforme prevista [Belobaba et al., 2015].

De acordo com a literatura, os pioneiros na resolução do ARP foram [Teodorović e Guberinić, 1984]. Os autores buscaram definir novos horários de partida para um determinado conjunto de voos de um dia após a inviabilização de uma ou mais aeronaves (homogêneas) planejadas para realizá-los. O objetivo foi minimizar os atrasos dos voos, ponderados pelo número de passageiros de cada voo. Para solucionar esse problema, os autores utilizaram o método *Branch-and-bound* em uma situação com 3 aeronaves e 8 voos. Tal modelo foi estendido por [Teodorović e Stojković, 1990], incluindo a possibilidade de cancelamento de voos e restrições relacionadas à janela de tempo do aeroporto e, posteriormente, em [Teodorović e Stojković, 1995], também à tripulação, como máximo de horas de trabalho, máximo número de decolagens e pausas obrigatórias.

Vários trabalhos sobre o ARP surgiram desde então, abrangendo diferentes particularidades. Em termos de objetivos de otimização, o problema geralmente consiste em minimizar os atrasos nos voos reprogramados, o número de trocas de aeronaves e de cancelamentos de voos [Belobaba et al., 2015]. Mas também existem estudos considerando outros objetivos, como minimizar os custos de consumo de combustível, o atraso máximo dos voos reprogramados, o número de rotas que cobrem os voos reprogramados e definir a melhor velocidade de cruzeiro dos voos [Jozefowiez et al., 2013; Akturk et al., 2014; Arıkan et al., 2016; Hu et al., 2017; Zhang, 2017].

O presente trabalho trata da um ARP em um contexto real de uma empresa de óleo e gás com operação *offshore* no Brasil que realiza diariamente o transporte via helicópteros de seus colaboradores e funcionários para Unidades Marítimas (UM). Tal transporte é organizado por meio de cronogramas ou programações de voos. Devido a eventos esporádicos, como mudanças climáticas inesperadas, a programação original pode-se tornar inviável, sendo necessárias reprogramações de voos e helicópteros de forma rápida e obedecendo às diretrizes e limitações da empresa. Para tanto, buscou-se, primeiramente, desenvolver um modelo de programação linear inteira mista que melhor representasse o problema, minimizando as penalidades referentes aos critérios de otimização determinados pela empresa, e sujeito a diversas restrições práticas da empresa. Este modelo foi motivado por modelos de programação (*scheduling*) de tarefas e foi implementado e resolvido utilizando um *solver* de otimização comercial, o qual é baseado no método *Branch-and-cut*.

Embora existam diversos trabalhos que tratam de problemas de otimização em transporte aéreo em empresas de gás e óleo no mundo, como no Mar Norte [Qian et al., 2012, 2015], no México [Caballero-Morales e Martinez-Flores, 2020] e no Brasil [Moreno et al., 2006; Menezes et al., 2010; de Alvarenga Rosa et al., 2016], a maioria trata de problemas de roteamento de helicópteros e

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings

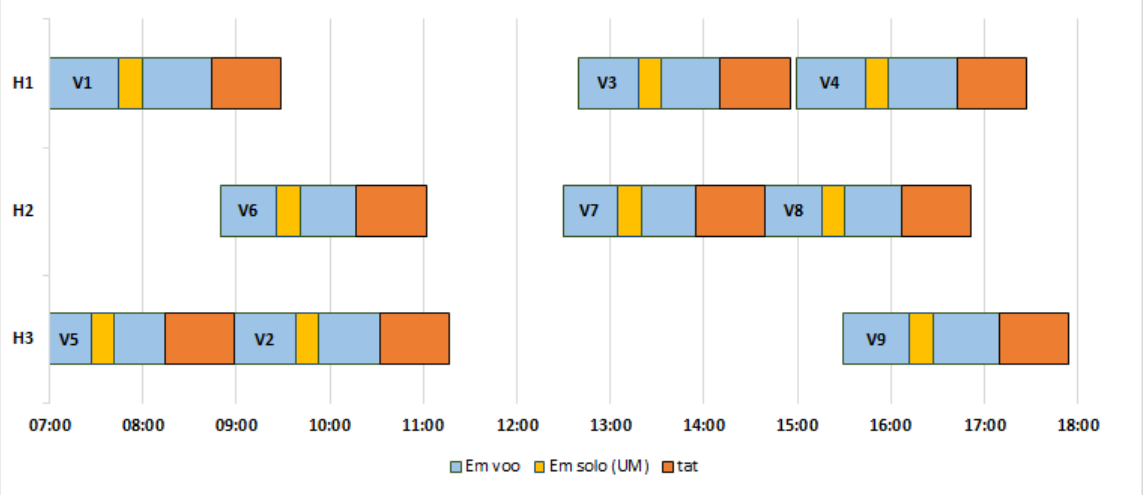
alocação de passageiros, conforme mencionado por [Bastos et al., 2020], não sendo encontrado na literatura, até o presente momento, um trabalho que trate do ARP em tal contexto. Os trabalhos de [De La Vega et al., 2020] e [Vieira et al., 2020] tratam de problemas similares ao deste artigo, porém [De La Vega et al., 2020] utilizam uma formulação baseada em fluxos e outra que discretiza o horizonte de tempo em múltiplos períodos discretos; e [Vieira et al., 2020] utilizam uma formulação baseada em eventos e propõem uma heurística eficaz baseada em heurísticas de construção e de melhoria. O presente trabalho utiliza um modelo baseado em variáveis de designação e posicionais e com tempo contínuo, diferentemente de [De La Vega et al., 2020], e combina-o com o método exato *Branch-and-cut*, diferentemente de [Vieira et al., 2020].

Este trabalho está organizado da seguinte forma: na Seção 1, a situação problema é brevemente contextualizada; na Seção 2, tem-se a descrição do problema real tratado; na Seção 3, apresenta-se a formulação de programação matemática; na Seção 4, apresenta-se os resultados computacionais do modelo; e, por fim, na Seção 5, apresentam-se as conclusões deste trabalho e sugestões de pesquisas futuras.

2. Descrição do problema

O problema aqui estudado é similar ao tratado em [Vieira et al., 2020]. Diariamente, a empresa deve realizar voos transportando um grupo de colaboradores e funcionários de cada aeródromo (aqui chamado também de "aeroporto") na costa marítima para as suas UMs, que retornam trazendo outro grupo de colaboradores e funcionários das UMs para o aeródromo. Tal transporte ocorre por meio de helicópteros e é organizado por meio de cronogramas de voos, chamado de "Tabelas de Voos", conforme ilustrado pela Figura 1. Observa-se, na Figura 1, que há um intervalo de tempo (em laranja) ao término de cada voo. É o chamado "tat", ou *turnaround time*, intervalo de tempo mínimo entre uma aterrissagem e uma decolagem de dois voos diferentes realizados pelo mesmo helicóptero, obrigatório para cada voo.

Figura 1: Exemplo de Tabela de Voos.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Contudo, existem diversos eventos que inviabilizam a execução da Tabela de Voos inicialmente planejada para determinado dia, como alterações climáticas e os chamados "Voos de Comitiva", i.e., visitações por gerentes e representantes de agências regulamentadoras e de fiscalização ambiental e segurança. Estes voos permanecem nas UMs por mais tempo do que os voos da Tabela e, durante o período que estão em uma UM, impossibilitam que outros voos aterrissem nela.

Em geral, as permanências desses voos nas UMs são longas, durando até o final do dia. Após tomar conhecimento da ocorrência desses eventos inesperados, é necessário que a Tabela de Voos seja reprogramada e que novos horários sejam definidos para os voos, de forma a minimizar as consequências negativas dessa reprogramação de voos, sendo elas:

- **Atrasos**: Os voos do aeroporto devem ser reprogramados o mais próximo possível de seu horário inicialmente programado. Um voo que ocorra em até 15 minutos além de seu horário de partida programado não é considerado atrasado, sendo levemente indesejável; porém, entre 15 minutos e 4 horas, o voo é considerado atrasado e é moderadamente indesejável; mas decorridas 4 horas após seu horário inicial, o voo é cancelado do dia corrente e, portanto, transferido para o dia seguinte do aeródromo, o que é gravemente indesejável;
- **Uso de helicópteros**: Os voos do aeroporto devem ser reprogramados usando o menor número possível de helicópteros;
- **Troca de helicópteros**: É preferível que cada voo do aeroporto seja reprogramado sem alterar o helicóptero previamente designados a ele.

A seguir, são detalhadas as características e considerações em relação ao aeroporto, UMs, voos e helicópteros.

- **Aeroporto**: No aeroporto, a decolagem e a aterrissagem de cada helicóptero deve ocorrer com luz do sol (i.e., o aeroporto possui uma janela de tempo). Além disso, o intervalo de tempo mínimo entre partidas consecutivas de dois voos quaisquer no aeroporto é de 5 minutos, e o intervalo de tempo mínimo entre uma aterrissagem e uma decolagem de dois voos diferentes realizados pelo mesmo helicóptero (tat) é de 45 minutos.
- **UMs:** As localizações das UMs são conhecidas a priori, e cada UM possui um único ponto de aterrissagem para uma única aeronave. Deve-se respeitar o intervalo de tempo entre duas aterrissagens de voos consecutivos na mesma UM, o qual é maior ou igual a 15 minutos.
- **Voos:** São voos de ida-e-volta entre cada par Aeroporto-UM, especificados por horário e UM. Voos de tabela não podem ocorrer antes do horário inicialmente planejado. Os tempos de voo são considerados determinísticos. Cada voo deve ser reprogramado em até 4 horas a partir do horário planejado inicial, do contrário deve-se transferi-lo para o dia seguinte. O horizonte de tempo considerado na recuperação é diário, no início de cada dia. Voos de transferência de dias anteriores e do dia corrente indo para a mesma UM devem ser programados de modo a respeitar a sua ordem de precedência: a aterrissagem de um voo de transferência do dia anterior em uma dada UM não pode ser depois da aterrissagem de um voo de tabela indo para a mesma UM, assim como voos que foram transferidos de 2 ou mais dias anteriores devem ser realizados antes dos demais que possuam como destino a mesma UM.
- **Helicópteros:** Existem helicópteros de diferentes tipos de acordo com sua disponibilidade: normal, que são helicópteros que devem ser usados preferencialmente; *pool*, que são helicópteros reservas, que devem ser usados em segundo lugar preferencialmente; e *spot*, um segundo tipo de helicópteros reservas que deve-se evitar seu uso devido ao seu alto custo. A frota é heterogênea, de forma que nem todos os helicópteros podem realizar quaisquer voos ou voar para quaisquer UMs, e cada helicóptero está limitado a realizar até 5 voos por dia.

A seguir, são apresentados os conjuntos, os parâmetros, as variáveis e a modelagem matemática utilizada para representação deste problema.

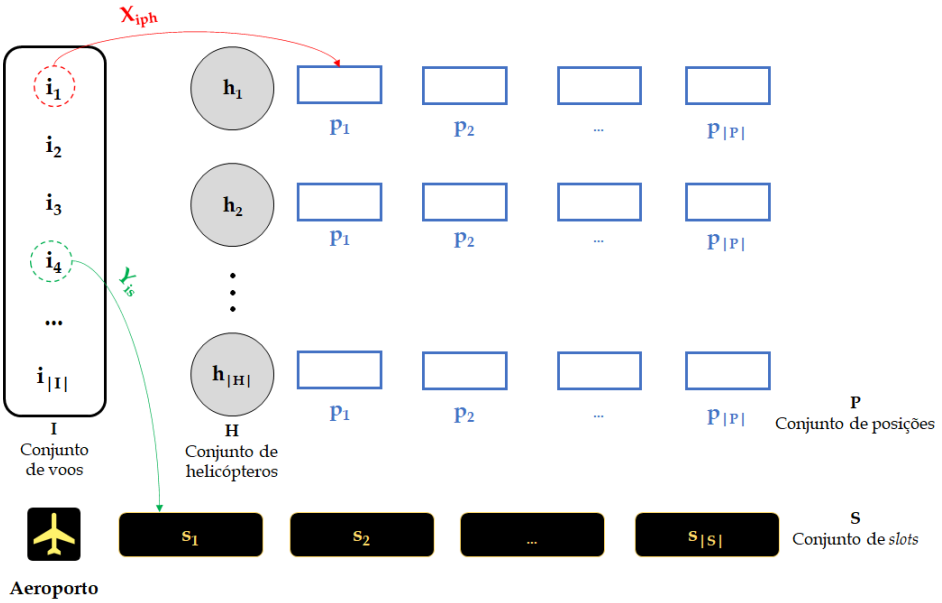
3. Modelagem matemática

O ARP deste artigo foi modelado como um problema de programação (*scheduling*) de tarefas, ou seja, de designação de tarefas a maquinas e definição da sequência de processamento de tais tarefas, bem como de seus instantes de início e término de processamento [Arenales et al., 2015]. O modelo segue o paradigma de variáveis de designação e posicionais proposto por [Unlu e Mason, 2010]. Nesse paradigma, as variáveis de decisão são definidas com base na ideia de que cada máquina possui um número fixo de posições nas quais as tarefas podem ser atribuídas. Tais posições especificam a posição relativa de uma tarefa em relação às outras tarefas processadas na mesma máquina e, por consequência, especificam a sequência de trabalhos na máquina.

A Figura 2 ilustra a adaptação desse modelo para o ARP deste trabalho. Seja I, H e P os conjuntos de voos a serem reprogramados, de helicópteros disponíveis e de posições relativas dos voos nesses helicópteros (e.g., a posição $p = 1$ ($p \in P$) de um helicóptero h indica o primeiro voo alocado a esse helicóptero, e assim sucessivamente), respectivamente. O conjunto I ainda é particionado nos subconjuntos I_C, I_2, I_1 e I_0, dependendo se o voo é de comitiva, transferência de 2 dias ou mais, transferência de 1 dia ou de tabela, respectivamente, assim como o conjunto H nos subconjuntos H_S, H_P e H_N, de acordo com o tipo de helicóptero: *spot*, *pool* e normal. Por fim, seja S definido como as posições (ou "*slots*") relativas dos voos no aeroporto.

O problema consiste em atribuir cada voo $i \in I$ a uma posição $p \in P$ de um helicóptero $h \in H$. Tal atribuição é representada pela variável $X_{i,p,h}$, conforme exemplificado na figura, em que o voo $i = 1$ foi alocado à posição $p = 1$ do helicóptero $h = 1$ (ou seja, $X_{1,1,1} = 1$). Simultaneamente, cada voo alocado a um helicóptero também deve ser alocado a um *slot* $s \in S$ no aeroporto, indicando a ordem que tal voo partirá em relação aos outros voos atribuídos, alocação essa representada pela variável $Y_{i,s}$ (na Figura 2, tem-se o exemplo do voo $i = 4$ sendo o primeiro a partir, ou seja, $s = 1$ e $Y_{4,1} = 1$).

Figura 2: Representação esquemática da formulação utilizada



Fonte: Elaborado pelos autores.

A seguir, o modelo matemático é apresentado.

- **Conjuntos**
  - I = Conjunto de voos;
  - I_C = Conjunto de voos de comitiva;
  - I_2 = Conjunto de voos de transferência com 2 ou mais dias de atraso;
  - I_1 = Conjunto de voos de transferência com 1 dia de atraso;
  - I_0 = Conjunto de voos de tabela;
  - H = Conjunto de helicópteros;
  - H_S = Conjunto de helicópteros do tipo *spot*;
  - H_P = Conjunto de helicópteros do tipo *pool*;
  - H_N = Conjunto de helicópteros do tipo normal;
  - UM = Conjunto de unidades marítimas;
  - P = Conjunto de posições dos voos nos helicópteros (correspondente ao número máximo de voos que os helicópteros podem realizar diariamente);
  - S = Conjunto de posições dos voos nos aeroportos (*"slots"*).
- **Parâmetros**
  - r_i = Instante inicial de partida do voo i;
  - twa = Início da janela de tempo do aeroporto;
  - twb = Término da janela de tempo do aeroporto;
  - t^{seg} = Intervalo de segurança entre duas decolagens seguidas;
  - tf_i = Tempo de voo do voo i, incluindo o tempo de permanência na UM.
  - t_{UM} = Tempo de permanência na UM;
  - tat = *Turnaround time*, ou intervalo de tempo mínimo entre dois voos consecutivos realizados por um mesmo helicóptero;
  - d^I = Limite do menor atraso aceitável;
  - d^{II} = Limite do maior atraso aceitável;
  - $a_{i,h} = \begin{cases} 1, & \text{se o voo } i \text{ iria ser realizado inicialmente com o helicóptero } h, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$
  - $c_{i,h} = \begin{cases} 1, & \text{se o voo } i \text{ pode ser realizado pelo helicóptero } h, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- **Variáveis**
  - $X_{i,p,h} = \begin{cases} 1, & \text{se o voo } i \text{ é alocado na posição } p \text{ do helicóptero } h, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$
  - $Y_{i,s} = \begin{cases} 1, & \text{se o voo } i \text{ é alocado ao } \textit{slot}\ s, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$
  - DT_i = Instante de partida do voo i;

- AT_i = Instante de chegada do voo i;
- D_i = Atraso do voo i;
- $B_i^I = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 < D_i \leq d^I, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$
- $B_i^{II} = \begin{cases} 1, & \text{se } d^I < D_i \leq d^{II}, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

- **Formulação matemática**

A função objetivo do modelo é dada a seguir.

$$minf = w_1(|I_C| - \sum_{i\in I_C}\sum_{p\in P}\sum_{h\in H} X_{i,p,h}) + w_2(|I_2| - \sum_{i\in I_2}\sum_{p\in P}\sum_{h\in H} X_{i,p,h}) + w_3(|I_1| - \sum_{i\in I_1}\sum_{p\in P}\sum_{h\in H} X_{i,p,h})$$
$$+ w_4(|I_0| - \sum_{i\in I_0}\sum_{p\in P}\sum_{h\in H} X_{i,p,h}) + w_5\sum_i\sum_{s\in H_s} X_{i,1,h} + w_6\sum_i\sum_{s\in H_p} X_{i,1,h} + w_7\sum_i\sum_{s\in H_n} X_{i,1,h}$$
$$+ w_8\sum_{i\in I_0\cup I_C} B_i^{II} + w_9\sum_{i\in I_0\cup I_C} B_i^I + w_{10}\sum_{i\in I_0\cup I_C}\sum_{p\in P}\sum_{h\in H, h_i\neq a_i} X_{i,p,h} + w_{11}\sum_i D_i \quad (1)$$

Os valores das penalidades de cada parcela foram sugeridos e calibrados com auxílio dos colaboradores da empresa e são apresentados a seguir, com o respectivo significado de cada parcela correspondente na função objetivo. As parcelas w_1 a w_4 referem-se à impossibilidade da reprogramação de um voo i, situação em que se faz necessário transferi-lo para o dia seguinte: w_1: 320, transferência de um voo de comitiva para o dia seguinte; w_2: 240, transferência de um voo com dois dias de atraso para o dia seguinte; w_3: 160, transferência de um voo com um dia de atraso para o dia seguinte; w_4: 80, transferência de um voo de tabela para o dia seguinte. As parcelas w_5 a w_7 referem-se ao uso das aeronaves, penalizando sempre que uma aeronave h é utilizada para realizar ao menos um voo na nova programação: w_5: 30, uso de uma aeronave da frota tipo *spot*; w_6: 25, uso de uma aeronave da frota tipo *pool*; w_7: 20, uso de uma aeronave da frota tipo normal. As parcelas w_8, w_9 e w_{11} referem-se aos três tipos de penalizações que um voo pode sofrer por estar atrasado:w_8: 10, quando seu atraso é do tipo II; w_9: 1, quando seu atraso é do tipo I; w_{11}: 0.001, penalização incrementada a cada unidade de tempo de atraso. Por fim, w_{10}: 0.5, penalização que ocorre sempre que há uma troca entre uma aeronave originalmente designada a um voo por outra aeronave.

As restrições do modelo são:

$$\sum_p\sum_h X_{i,p,h} \leq 1, \forall i \in I \quad (2)$$

$$\sum_i X_{i,p,h} \leq 1, \forall p \in P, \forall h \in H \quad (3)$$

$$\sum_i X_{i,p,h} \geq \sum_j X_{j,p+1,h}, \forall p = 1, ..., |P| - 1, \forall h \in H \quad (4)$$

$$\sum_i Y_{i,s} \leq 1, \forall s \in S \quad (5)$$

$$\sum_{s} Y_{i,s} \leq 1, \forall i \in I \tag{6}$$

$$\sum_{i} Y_{i,s} \geq \sum_{j} Y_{j,s+1} \forall s = 1, ..., |S| - 1, \forall h \in H \tag{7}$$

$$\sum_{s} Y_{i,s} = \sum_{p} \sum_{h} X_{i,p,h}, \forall i \in I \tag{8}$$

$$\sum_{p'=p}^{|p|} X_{j,p',h} \leq 1 - X_{i,p,h}, \forall i \in I_C, \forall j \in I, \forall p = 1, ..., |P|, \forall h \in H \tag{9}$$

As restrições (2) impõem que cada voo i só pode ser alocado a uma única posição p do helicóptero h, enquanto as restrições (3) impõem que cada posição p do helicóptero h só pode ser alocada a um único voo i. As restrições (4) fazem com que cada posição $p+1$ de um helicóptero h só possa ser ocupada se a posição p do mesmo helicóptero h já tiver sido previamente ocupada. As restrições (5) a (7) são semelhantes às anteriores, porém estabelecem a relação entre os voos i e os *slots* s no aeroporto. As restrições (8) relacionam as variáveis $X_{i,p,h}$ e $Y_{i,s}$, isto é, sempre que um voo i é designado a uma posição p de alguma aeronave h, este voo também deve, obrigatoriamente, ser designado a um *slot* s no aerpporto. Por fim, as restrições (9) impõem que voos de comitiva bloqueiem os helicópteros até o fim do dia.

$$DT_j \geq AT_i + tat - twb(2 - X_{i,p,h} - X_{j,p+1,h}), \\ \forall i, j \in I, \forall h \in H, \forall p = 1, ..., |P| - 1 \tag{10}$$

$$AT_i = DT_i + tf_i \sum_{p} \sum_{h} X_{i,p,h}, \forall i \in I \tag{11}$$

$$AT_i \leq twb \sum_{p} \sum_{h} X_{i,p,h}, \forall i \in I \tag{12}$$

$$r_i \sum_{p} \sum_{h} X_{i,p,h} \leq DT_i, \forall i \in I \tag{13}$$

As restrições (10) a (13) são temporais e referem-se aos horários de partida e chegada dos voos. As restrições (10) determinam a sequência cronológica dos voos nos helicópteros. As restrições (11) determinam o valor de AT_i, enquanto as restrições (12) impõem a janela de tempo de fechamento do aeroporto. Por fim, as restrições (13) impossibilitam o adiantamento de voos.

$$D_i = DT_i - r_i \sum_{p} \sum_{h} X_{i,p,h}, \forall i \in I \tag{14}$$

$$D_i \leq d_I B_i^I + d_i^{II} B_i^{II} \tag{15}$$

$$B_i^I + B_i^{II} \leq 1, \forall i \in I_0 \cup I_C \tag{16}$$

As restrições (14) a (16) são referentes aos atrasos dos voos. As restrições (14) calculam o valor do atraso total (D_i) caso o voo i esteja de fato atrasado; do contrário, o valor de D_i será zero. As restrições (15) fazem com que as variáveis referentes às penalizações dos atrasos de cada voo i na FO (B_i^I e B_i^{II}) assumam valor 1, caso tal voo esteja atrasado e considerando o valor de D_i

comparativamente a d_I e d_{II} (comparação esta detalhada nas descrições das respectivas variáveis). Já as restrições (16) garantem que a somatória das variáveis binárias B_i^I e B_i^{II}, para cada voo i, seja menor ou igual a 1, garantindo que, caso tal voo i esteja atrasado, ocorra a penalização por apenas por um tipo de atraso, e nunca ambas simultaneamente.

As restrições (14) e (15) determinam qual será o tipo de atraso de um voo i caso ele atrase, enquanto as restrições (16) calculam o valor de seu atraso total.

$$\sum_{s'=1}^{s-1} Y_{j,s'} \leq 1 - Y_{i,s} \quad \forall i \in I_2 \cup I_{UM}, \forall j \in I_1 \cup I_{UM}, \forall um \in UM, s = 2, ..., |S| \tag{17}$$

$$\sum_{s'=1}^{s-1} Y_{j,s'} \leq 1 - Y_{i,s} \quad \forall i \in I_1 \cup I_{UM}, \forall j \in I_0 \cup I_C \cup I_{UM}, \forall um \in UM, s = 2, ..., |S| \tag{18}$$

$$\sum_{s'=1}^{s-1} Y_{j,s'} \leq 1 - Y_{i,s} \quad \forall i \in I_2 \cup I_{UM}, \forall j \in I_0 \cup I_C \cup I_{UM}, \forall um \in UM, s = 2, ..., |S| \tag{19}$$

A ordem de precedência é: voos de transferência com 2 ou mais dias de atraso $>$ voos de transferência com 1 dia de atraso $>$ voos de tabela e comitiva.

$$DT_j \geq DT_i + t^{seg} - twb(2 - Y_{i,s} - Y_{j,s+1}), \forall i, j \in I, \forall s = 1, ..., |S| - 1 \tag{20}$$

$$DT_j - DT_i \geq (\frac{tf_i - t_{UM}}{2} + t_{UM} - \frac{tf_j - t_{UM}}{2}) - twb(2 - Y_{i,s} - Y_{j,s'}), \quad \forall i, j \in I \cup I_{UM}, \forall um \in UM, \forall s = 1, ..., |S| - 1, s' > s \tag{21}$$

$$\sum_{s'=s+1}^{|S|} Y_{j,s'} \leq 1 - Y_{i,s} \quad \forall i \in I_C \cup I_{UM}, \forall j \in I/I_C \cup I_{UM}, \forall um \in UM, \forall s = 1, ..., |S| - 1 \tag{22}$$

As restrições (20) e (21) impedem que haja sobreposição de voos tanto no aeroporto, (20), garantindo que os voos só decolem com pelo menos t^{seg} minutos de intervalo, quanto nas UMs, (21). Já as restrições (22) bloqueiam a UM após o início de um voo de comitiva até o fim do dia. Por fim, tem-se as restrições (23) a (29) indicando o domínio de cada variável de decisão.

$$X_{i,p,h} \in \{0, 1\}, \forall i \in I, \forall p \in P, \forall h \in H \tag{23}$$

$$Y_{i,s} \in \{0, 1\}, \forall i \in I, \forall s \in S \tag{24}$$

$$DT_i \in Z_+, \forall i \in I \tag{25}$$

$$AT_i \in Z_+, \forall i \in I \tag{26}$$

$$D_i \in Z_+, \forall i \in I \tag{27}$$

$$B_i^I \in \{0, 1\}, \forall i \in I \tag{28}$$

$$B_i^{II} \in \{0, 1\}, \forall i \in I \tag{29}$$

A variável $X_{i,p,h}$ ainda sofre fixação de seus valores sob determinadas condições a fim de garantir que os voos sejam realizados apenas com helicópteros que sejam compatíveis com eles:

- $X_{i,p,h} = 0$, se $c_{i,h} = 0, \forall i \in I, \forall h \in H$

4. Experimentos computacionais

O modelo foi implementado na linguagem GAMS e solucionado utilizando o *solver* IBM CPLEX 12.5.1.0 em suas configurações padrões, em um PC Windows com um processador Intel Core i7-4790 3.6 GHz e 16 GB de memória RAM, com limite de tempo de 3600s. Para os experimentos computacionais, foram utilizadas instâncias reais fornecidas pela própria empresa de diferentes dias em que a reprogramação se tornou necessária ao início do dia, variando de 9 até 15 voos. Quanto aos parâmetros do modelo, adotaram-se os seguintes valores, em conformidade com o *modus operantis* da empresa: twa = 07:00; twb = 18:00; t^{seg} = 5 min; tat = 45 min; d^I = 15 min; d^{II} = 240 min (ou 4 h).

Os resultados encontram-se na Tabela 1, na qual: a coluna "Instância"nomeia cada exemplar; "$|I|$"indica quantos voos devem ser reprogramados em cada instância; "$|H|$", a frota disponível; "FO", o valor da função objetivo alcançado até o limite do tempo de processamento ou ao atingir a solução ótima; "*Gap*"é o valor obtido por $\frac{FO-LB}{LB}$, sendo LB o limitante inferior encontrado até o limite do tempo de processamento; "Tempo", o tempo de processamento daquela instância, limitado a 3600 s; "Voos transferidos", quantos voos daquela instância não puderam ser alocados no dia corrente; "Helicópteros utilizados", quantos helicópteros foram alocados dentre os disponíveis; "Trocas de helicópteros", quantos voos de tabela foram alocados em helicópteros diferentes dos inicialmente programados; e "Atraso total", a somatória dos atrasos de cada voo alocado ao término da reprogramação.

Tabela 1: Características das instâncias e resultados computacionais

Instância	**|I|**	**|H|**	**Resultados**						
			FO	**Gap**	**Tempo (s)**	**Voos transferidos**	**Helicópteros utilizados**	**Trocas de helicópteros**	**Atraso total (min)**
Exp1	9	3	65,62	0%	6	0	3	1	124
Exp2	10	3	66,63	0%	7	0	3	1	134
Exp3	12	3	71,19	0%	34	0	3	0	191
Exp4	15	7	161,82	58%	3600	0	5	2	815

Fonte: Elaborado pelos autores.

Conforme pode-se observar, nas instâncias menores (Exp1, Exp2, Exp3), o *solver* encontra a solução ótima em menos de um minuto, sem transferir voos e com no máximo uma única troca de helicópteros em voos de tabela. Já na instância Exp4, embora o *solver* não tenha conseguido encontrar uma solução comprovadamente ótima em até 1 hora de processamento, o mesmo forneceu uma solução factível cumprindo com dois importantes objetivos práticos: todos os voos do dia foram alocados e somente parte da frota total disponível foi utilizada. Como *trade-off*, porém, a maioria dos voos foram atrasados, acarretando, assim, um significativo aumento do atraso total em comparação às instâncias menores. Mesmo assim, essa solução foi considerada aceitável pela empresa, dado que inclui todos os voos na reprogramação.

Assim, considerando que, para as instâncias menores, o *solver* encontrou soluções ótimas em tempos computacionais viáveis e, para a instância maior, a solução encontrada é condizendo com os interesses da empresa, o modelo mostrou-se adequado para representar o ARP disposto neste artigo.

5. Conclusões

Este trabalho tratou de um problema de reprogramação de voos de helicópteros aplicado a uma empresa de óleo e gás com operação *offshore*, que realiza diariamente o transporte de seus

colaboradores e funcionários para e de unidades marítimas. Para tanto, buscou-se desenvolver um modelo de programação matemática que abrangesse tanto as diversas restrições práticas impostas pela empresa quanto suas prioridades na otimização da recuperação e reprogramação dos voos. Esse modelo foi inspirado em modelos de programação de tarefas da literatura, sob o paradigma de variáveis de designação e posicionais. Como método de solução, utilizou-se o método *Branch-and-cut* de um *solver* de otimização comercial, limitando-o a 1 hora de processamento.

Ao término, observou-se que instâncias reais com 9, 10 e 12 voos puderam ser resolvidas otimamente dentro do limite de tempo imposto. Para uma instância real de tamanho maior, com 15 voos, embora ela não tenha sido resolvida otimamente, o *solver* foi capaz de encontrar uma boa solução factível, sem transferências de voos, mas ainda com alto *gap* de otimalidade. Outras instâncias de tamanhos maiores ainda deverão ser investigadas. Nota-se, portanto, uma oportunidade de melhoria por meio de métodos que, combinados com o modelo, possam fornecer melhores resultados para instâncias maiores.

Assim, como trabalhos futuros, pretende-se investigar melhorias na formulação matemática do modelo e desenvolver métodos heurísticos a fim de obter melhores soluções para instâncias maiores e mais complexas. Exemplos incluem heurísticas construtivas, heurísticas de busca local e heurísticas MIP (*Mixed Integer Programming*), como heurísticas *Relax-and-fix* e *Fix-and-optimize*.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e do Centro de Pesquisas Leopoldo Américo Miguez de Mello (CENPES/PETROBRÁS).

Referências

Akturk, M. S., Atamturk, A., e Gurel, S. (2014). Aircraft rescheduling with cruise speed control. *Operations Research*, 62(4):829–845.

Arenales, M., Armentano, V., Morabito, R., e Yanasse, H. (2015). *Pesquisa Operacional*. Elsevier, Rio de Janeiro, 2 edition.

Arıkan, U., Gürel, S., e Aktürk, M. S. (2016). Integrated aircraft and passenger recovery with cruise time controllability. *Annals of Operations Research*, 236(2):295–317.

Bastos, Y. B., Fleck, J. L., e Martinelli, R. (2020). A stochastic programming approach for offshore flight scheduling. In *Anais...*, Rio de Janeiro, Brasil. 15th IFAC Workshop on Discrete Event Systems.

Belobaba, P., Odoni, A., e Barnhart, C. (2015). *The Global Airline Industry*. John Wiley & Sons, Ltd. ISBN 9780470740774.

Caballero-Morales, S.-O. e Martinez-Flores, J.-L. (2020). Helicopter routing model with non-deterministic failure rate for evacuation of multiple oil platforms. *Computers Industrial Engineering*, 139:105669.

Clausen, J., Larsen, A., Larsen, J., e Rezanova, N. J. (2010). Disruption management in the airline industry—concepts, models and methods. *Computers & Operations Research*, 37(5):809 – 821. Disruption Management.

de Alvarenga Rosa, R., Machado, A. M., Ribeiro, G. M., e Mauri, G. R. (2016). A mathematical model and a clustering search metaheuristic for planning the helicopter transportation of employees to the production platforms of oil and gas. *Computers Industrial Engineering*, 101:303 – 312.

De La Vega, J., Santana, M., Pureza, V., Morabito, R., Bastos, Y., e Ribas, P. C. (2020). Models and solution methods for aerial passenger transportation to maritime units. Technical report, Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos - SP.

Hu, Y., Liao, H., Zhang, S., e Song, Y. (2017). Multiple objective solution approaches for aircraft rerouting under the disruption of multi-aircraft. *Expert Systems with Applications*, 83:283 – 299.

IAC 1223 (2000). *Instrução de Aviação Civil – Normas para confecção e aprovação de HOTRAN*.

Jozefowiez, N., Mancel, C., e Mora-Camino, F. (2013). A heuristic approach based on shortest path problems for integrated flight, aircraft, and passenger rescheduling under disruptions. *Journal of the Operational Research Society*, 64(3):384–395.

Menezes, F., Porto, O., Reis, M. L., Moreno, L., Aragão, M. P. d., Uchoa, E., Abeledo, H., e Nascimento, N. C. d. (2010). Optimizing helicopter transport of oil rig crews at petrobras. *INFORMS Journal on Applied Analytics*, 40(5):408–416.

Moreno, L., de Aragão, M. P., e Uchoa, E. (2006). Column generation based heuristic for a helicopter routing problem. In Àlvarez, C. e Serna, M., editors, *Experimental Algorithms*, p. 219–230, Berlin, Heidelberg. Springer Berlin Heidelberg.

Qian, F., Gribkovskaia, I., Laporte, G., e Halskau, O. (2012). Passenger and pilot risk minimization in offshore helicopter transportation. *Omega*, 40(5):584 – 593.

Qian, F., Strusevich, V., Gribkovskaia, I., e Halskau, O. (2015). Minimization of passenger takeoff and landing risk in offshore helicopter transportation: Models, approaches and analysis. *Omega*, 51:93 – 106.

Teodorović, D. e Guberinić, S. (1984). Optimal dispatching strategy on an airline network after a schedule perturbation. *European Journal of Operational Research*, 15(2):178 – 182.

Teodorović, D. e Stojković, G. (1990). Model for operational daily airline scheduling. *Transportation Planning and Technology*, 14(4):273–285.

Teodorović, D. e Stojković, G. (1995). Model to reduce airline schedule disturbances. *Journal of Transportation Engineering*, 121(4):324–331.

Unlu, Y. e Mason, S. J. (2010). Evaluation of mixed integer programming formulations for non-preemptive parallel machine scheduling problems. *Computers Industrial Engineering*, 58(4): 785 – 800.

Vieira, T., De La Vega, J., Tavares, R., Morabito, R., Bastos, Y., e Ribas, P. C. (2020). An event-based model and heuristic approaches to reschedule helicopter flights for personnel transportation in the oil industry. Technical report, Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos - SP.

Zhang, C. (2017). Two-Stage Heuristic Algorithm for Aircraft Recovery Problem. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2017:12.

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings